

Диференциални уравнения с разделящи се променливи, хомогенни диференциални уравнения и квазихомогенни уравнения.

А) Диференциални уравнения с разделящи се променливи.

1) $y' = \frac{xy}{\sqrt{x^2+1}}$,

2) $xy - (1 + y^2)\sqrt{1 + x^2}y' = 0$, $y(\sqrt{8}) = 1$,

3) $y' = \cos(x - y)$.

В) Хомогенни диференциални уравнения.

Задачи, където полагаме $z = \frac{y}{x}$:

4) $xy' = y + \sqrt{x^2 - y^2}$,

5) $xy' - y = (x + y) \ln \frac{x+y}{x}$,

Задачи от вида $y' = f\left(\frac{a_1x+b_1y+c_1}{a_2x+b_2y+c_2}\right)$.

Решаваме

$$\begin{aligned}a_1x + b_1y + c_1 &= 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 &= 0\end{aligned}$$

Ако решението е (α, β) , то правим субституция $x = X + \alpha$, $y = Y + \beta$, която ги свежда до хомогенни.

6) $y' = \frac{x+y+1}{y-x-3}$,

С) Квазихомогенни уравнения

Това са уравнения $y' = f(x, y)$, които са инвариантни при трансформация от вида

$$\begin{aligned}x &\mapsto ax \\ y &\mapsto a^k y\end{aligned}$$

Тогава се прави полагане $z = \frac{y}{x^k}$, което ги свежда до разделящи се променливи.

7) $y' = y^2 - \frac{2}{x^2}$,

8) $(y^2 + x^4)y' = 4x^3y$,

9) $2xdy + (x^2y^4 + 1)ydx = 0$.

Цветелина Задача (1) Вилия Задача (2)

Янис Задача (3) Георги К. Задача (4)

Александър М. Задача (5) Руди Задача (6)

Свилен Задача (7) Лилия Задача (8)

Георги Г. Задача (9)