

Упражнение 7

Да се намери приближено решение $\bar{u}(\bar{x}, \bar{t})$ на уравнението в безразмерни променливи

$$\left| \begin{array}{ll} \bar{u}_{\bar{t}}(\bar{x}, \bar{t}) - \bar{u}_{\bar{x}, \bar{x}}(\bar{x}, \bar{t}) = 0, & \bar{t} > 0, 0 < \bar{x} < 1, \\ \bar{u}(\bar{x}, 0) = 0, & 0 < \bar{x} < 1, \\ \bar{u}(0, \bar{t}) = \bar{u}(1, \bar{t}) = 1, & \bar{t} > 0 \end{array} \right.$$

Като използвате зависимостите

$$u(x, t) = T_0 \bar{u}(\bar{x}, \bar{t}), \quad \bar{x} = \frac{x}{l}, \quad \bar{t} = \frac{t}{l^2/\kappa},$$

пресметнете решението $u(x, t)$ на задачата

$$u_t(x, t) = \kappa u_{xx}(x, t), \quad 0 < x < l, \quad t > 0$$

$$u(x, 0) = 0, \quad 0 < x < l,$$

$$u(0, t) = u(l, t) = T_0, \quad t > 0$$

и характерното време на процеса - $t_c = l^2/\kappa$ - при следните стойности на физичните константи l, T_0, κ :

$$l = 10, 50, 100 \text{ (cm)};$$

$$T_0 = 10, 50, 100 \text{ (}^\circ\text{C)};$$

$$\kappa = 0.5, 1.0, 1.32 \text{ (cm}^2\text{/s)}.$$