

Упражнение 11

Да се намери приближено решение $u(x, t)$ на уравнението:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad -\infty < x < \infty, \quad 0 < t \leq 1,$$

при начално условие

$$u(x, 0) = \frac{f_2 + f_1 e^{Kx}}{1 + e^{Kx}}, \quad -\infty < x < \infty,$$

и гранични условия

$$u(-\infty, t) = f_2, \quad 0 \leq t \leq 1,$$

$$u(\infty, t) = f_1, \quad 0 \leq t \leq 1,$$

където

$$K = \frac{f_2 - f_1}{2\nu},$$

за

$$f_1 = 1, \quad f_2 = 3,$$

$$\nu = 0.1; \quad 1; \quad 10.$$

Получените решения да се сравнят с точните

$$u(x, t) = \frac{f_2 + f_1 e^{K(x-ct)}}{1 + e^{K(x-ct)}}, \quad -\infty < x < \infty,$$

$$c = \frac{f_1 + f_2}{2}.$$