

Проект ММИЕ

Да се избере подходящ числен метод и да се състави програма за решаване на задачата

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = \kappa_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2}, \quad -\infty < x < 0, \quad 0 < t \leq T, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} = \kappa_2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2}, \quad 0 < x < \infty, \quad 0 < t \leq T, \quad (2)$$

с начални условия

$$u_1(x, 0) = 0, \quad -\infty < x < \infty, \quad (3)$$

$$u_2(x, 0) = u_0, \quad 0 < x < \infty; \quad (4)$$

гранични условия

$$u_1(-\infty, t) = 0, \quad t > 0, \quad (5)$$

$$u_2(+\infty, t) = u_0, \quad t > 0, \quad (6)$$

условия за спрягане (идеален контакт между двете тела):

$$u_1(0, t) = u_2(0, t), \quad t > 0, \quad (7)$$

$$k_1 \frac{\partial u_1}{\partial x}(0, t) = k_2 \frac{\partial u_2}{\partial x}(0, t), \quad t > 0. \quad (8)$$

Да се направят числени експерименти

А) при едни и същи топлофизични характеристики,

Б) при различни топлофизични характеристики на материалите.

Да се определи "актуална безкрайност" в зависимост от времето T така, че граничните условия на безкрайност да се изпълняват с достатъчна точност.

Приближеното решение да се сравни с точното:

$$u_1(x, t) = \frac{\beta u_0}{1 + \beta} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{\kappa_1 t}} \right) \right],$$

$$u_2(x, t) = \frac{u_0}{1 + \beta} \left[\beta + \operatorname{erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{\kappa_2 t}} \right) \right],$$

където $\operatorname{erf}(z)$ е специалната функция *функция на грешката*:

$$\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt,$$

$$\operatorname{erf}(-z) = -\operatorname{erf}(z),$$

$$\frac{\sqrt{k_2 \rho_2 c_2}}{\sqrt{k_1 \rho_1 c_1}} = \beta.$$