

Метод на крайните елементи – 1

Допълнителни задачи. Част 3.

Поелементни пресмятания

Задача 1. Като работите поелементно, съставете алгоритми за асемблиране на линейните алгебрични системи, получени в “Допълнителни задачи. Част 1” и “Допълнителни задачи. Част 2”.

МКЕ за нестационарни задачи

Задача 2. Съставете МКЕ за приближеното решаване на следната нестационарна диференциална задача, като така получите съответната полудискретна задача (система ОДУ). Като използвате метод за дискретизация по времето, постройте напълно дискретен метод:

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} - \nabla \cdot (\sin(x+y)\nabla u) + 10u &= x, \quad (x, y) \in \Omega, \quad t > 0, \\ u(x, y, 0) &= u_0(x, y), \quad (x, y) \in \Omega, \\ u(x, y, t) &= 0, \quad (x, y) \in \Gamma_1, \\ -\sin(x+y)\nabla u \cdot \mathbf{n} &= 10, \quad (x, y) \in \Gamma_2.\end{aligned}$$

Абстрактна теория на МКЕ за елиптични задачи

Задача 3. Като използвате теоремата на Lax–Milgram, докажете съществуването и единствеността (където това е в сила) на решенията на вариационните задачи, получени в “Допълнителни задачи. Част 1” и “Допълнителни задачи. Част 2”.

Задача 4. Като използвате лемата на Bramble–Hilbert, изведете априорна оценка на грешката за n -точкова квадратурна формула на Гаус за приближено пресмятане на Риманови интеграли.

Задача 5. Като използвате лемата на Céa, изведете априорни оценки на грешката за вариационни задачи, получени в “Допълнителни задачи. Част 1” и “Допълнителни задачи. Част 2”.