

ТОИМ

Упражнение 7

Задача 1. Нарисувайте row и column picture на следната система

$$\begin{aligned}x + 2y + 3z &= 6 \\ 2x + 5y + 2z &= 4 \\ 6x - 3y + z &= 2.\end{aligned}$$

Какво можете да кажете за решението на системата?

Задача 2. Без да рисувате нищо, опишете “row picture”-а на следната система

$$\begin{aligned}x + y + z &= 1 \\ 2x + 2y + 2z &= 2 \\ x + 2y + 3z &= 3.\end{aligned}$$

Задача 3. Намерете размерността на четирите основни подпространства на $\mathbb{R}^n$ и техните базиси за матрицата

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 & 4 \\ 2 & 5 & 7 & 6 \\ 6 & 13 & 19 & 14 \end{pmatrix}.$$

Задача 4. Намерете всички решения на системата

$$\begin{aligned}x_1 + 3x_2 + 2x_4 &= 1 \\ x_3 + 4x_4 &= 6 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 + 6x_4 &= 7.\end{aligned}$$

Задача 5. Разгледайте системата

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 &= b_1 \\2x_1 + 4x_2 + 8x_3 + 12x_4 &= b_2 \\3x_1 + 6x_2 + 7x_3 + 13x_4 &= b_3.\end{aligned}$$

- (а) Редуцирайте разширената матрица до $[U \mid \mathbf{c}]$, където U е в row echelon form.
- (б) намерете условия за b_1 , b_2 и b_3 , така че системата да има решение. Опишете условието геометрично.
- (в) Опишете $\mathcal{C}(A)$. Намерете n , за което $\mathcal{C}(A) \subseteq \mathbb{R}^n$.
- (г) опишете $\mathcal{N}(A)$. Намерете n , за което $\mathcal{N}(A) \subseteq \mathbb{R}^n$.
- (д) Намерете частно решение на $A\mathbf{x} = (0, 6, -6)^T$ и характеризирайте всички решения на системата.

Задача 6. Нека $A \in \mathbb{R}^{3 \times 4}$ и $\mathbf{s} = (2, 3, 1, 0)^T$ е ненулево решение на $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$, като всички останали решения се получават като $\alpha\mathbf{s}$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

1. Намерете ранга на матрицата A .
2. Намерете пълното решение на уравнението $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$.
3. Как изглежда row reduced echelon form на матрицата A ?
4. Вярно ли е, че уравнението $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ има решение за всяко $\mathbf{b}$?