

ТОИМ

Упражнение 6

Задача 1. Дадена е цилиндричната смяна $x = \rho \cos \phi$, $y = \rho \sin \phi$, $z = z$ със съответен локален базис $\hat{\rho} = \frac{x\mathbf{i} + y\mathbf{j}}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, $\hat{\phi} = \frac{-y\mathbf{i} + x\mathbf{j}}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, $\hat{z} = \mathbf{k}$. Визуализирайте т. $P(x, y, z)$ заедно с локалния базис и цилиндъра, който има радиус на основата ρ , височина z и ос на симетрия Oz .

Задача 2. Направете смяна от декартови към цилиндрични координати за ∇ и $\nabla \cdot \mathbf{u}$, $\mathbf{u} = u_\rho \hat{\rho} + u_\phi \hat{\phi} + u_z \hat{z}$.

Задача 3. Обект с маса m е хвърлен под ъгъл α с начална скорост v_0 . Ако обектът е бил разположен в началото на координатната система, пресметнете работата, извършена от гравитационната сила $\mathbf{F} = m\mathbf{g}$, докато обектът не достигне земята.

Задача 4. Частица се намира в началото на координатната система, след което започва да се движи по оста Ox под въздействието на силово поле до точката $(5, 0)$. От т. $(5, 0)$ се движи върху окръжността, зададена с $x^2 + y^2 = 25$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, до т. $(0, 5)$ и след това обратно до началото на координатната система. Ако силовото поле, което движи частицата, се задава с $\mathbf{F} = (\sin x, \sin y + xy^2 + \frac{1}{3}x)^T$, то пресметнете неговата работа.

Задача 5. Използвайте формулата за пресмятане на лице

$$\frac{1}{2} \int_C xdy - ydx,$$

за да пресметнете лицето на крива, зададена параметрично с $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$. Ако $r(\theta) = 2(1 - \cos \theta)$, $\theta \in [0, 2\pi]$, намерете лицето между кривата и оста O_x .