

Биматрични игри

Биматричните игри са игри, при които всеки от двамата играчи има матрица.

Пример: $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 11 & 5 \\ 5 & 2 & 7 & 16 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 4 \\ 10 & 3 & 5 \\ 8 & 2 & 1 \\ -12 & 5 & 6 \end{pmatrix}$

Безгаше дами има погертани a_{ij} и b_{ij} с едни и същи i и j .

В случая има:

II имратени за игра A и

II имратени за игра B.

Ако A не изbere 3, отива на 1 или 2,
ако B не изbere 12, отива на -e, 5
или 6.

$$A = (a_{ij})_{m \times n} \quad B = (b_{ij})_{m \times n}$$

$$X = \{x_1, \dots, x_m\} \in R^m: x_i \geq 0, \sum_{i=1}^m x_i = 1$$

$$Y = \{y_1, \dots, y_n\} \in R^n: y_j \geq 0, \sum_{j=1}^n y_j = 1$$

Равновесие по Неш за такава игра

$$(\bar{x}, \bar{y}) \in X \times Y:$$

$$P(x, \bar{y}) = x^T A \bar{y} \rightarrow \text{печалба на I играч}$$

$$Q(x, \bar{y}) = x^T B \bar{y} \rightarrow \text{печалба на II играч}$$

$\Rightarrow$ равновесие по Неш е:

$$P(\bar{x}, \bar{y}) \geq P(x, \bar{y})$$

$$Q(\bar{x}, \bar{y}) \geq Q(x, \bar{y})$$

Да допуснем, че $P(\bar{x}, \bar{y}) \geq P(i, \bar{y})$ и

$$Q(\bar{x}, \bar{y}) \geq P(x, j) \quad \text{за } i=1, \dots, m \text{ и } j=1, \dots, n.$$

$$P(\bar{x}, \bar{y}) \geq P(i, \bar{y}) \quad \text{! } x_i$$

$$x_i \cdot P(\bar{x}, \bar{y}) \geq x_i \cdot P(i, \bar{y}) \quad \left| \sum_{i=1}^m \right.$$

$$\sum_{i=1}^m x_i P(\bar{x}, \bar{y}) \geq \sum_{i=1}^m x_i P(i, \bar{y})$$

$$\Rightarrow P(\bar{x}, \bar{y}) \left(\sum_{i=1}^m x_i \right) \geq \sum_{i=1}^m x_i P(i, \bar{y})$$

1