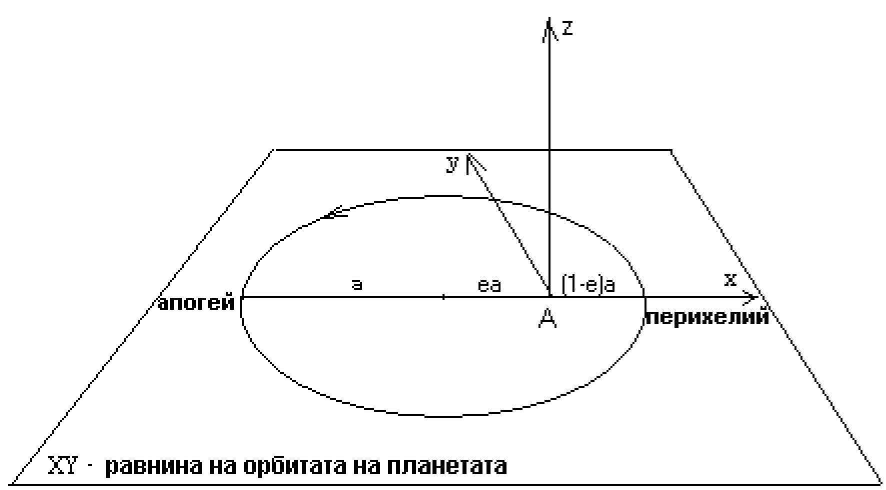
Елиптични елементи на орбитите на планетите: a, e, i, l, g + θ, θ

В задачата на Кеплер орбитата на планетата зависи от 6 елемента:
a - дължина на голямата полуос,
e - ексцентрицитет,
i - наклонение на плоскостта на орбитата,
l - средна аномалия, (l_0 е средната аномалия в момента t_0),
g + θ дължина на перихелия,
θ – дължина на възела.
Пет от тези елементи са константи, единствено средната аномалия **l** е линейна функция на времето **t**.
Допълнителен елемент е ексцентричната аномалия **u**; в сила е уравнението на Кеплер **l = u - e.sin u**.

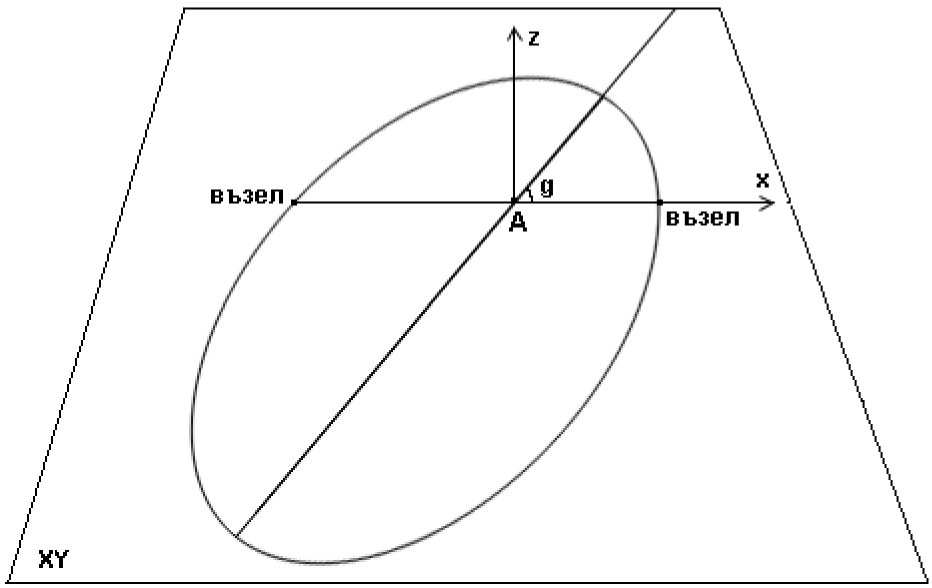
Ексцентрицитетът е характеризира сплеснатостта на елипсата: $e = \sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}} \in [0,1)$,

където b е дължината на малката полуос.
Геометричният смисъл на 6-те елиптични (орбитални) елемента е следният.
Отначало елипсата лежи в равнината **Axy**, като перихелият е върху оста **Ax**, виж фиг.1.



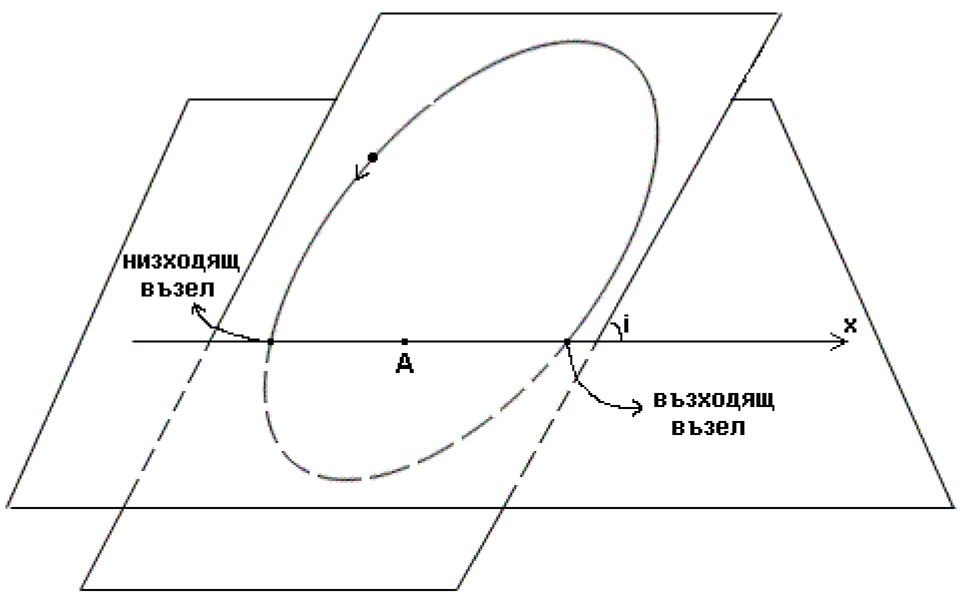
фиг.1

След това, завъртаме елипсата около оста **Oz** на ъгъл **g**, виж фиг.2.



фиг.2

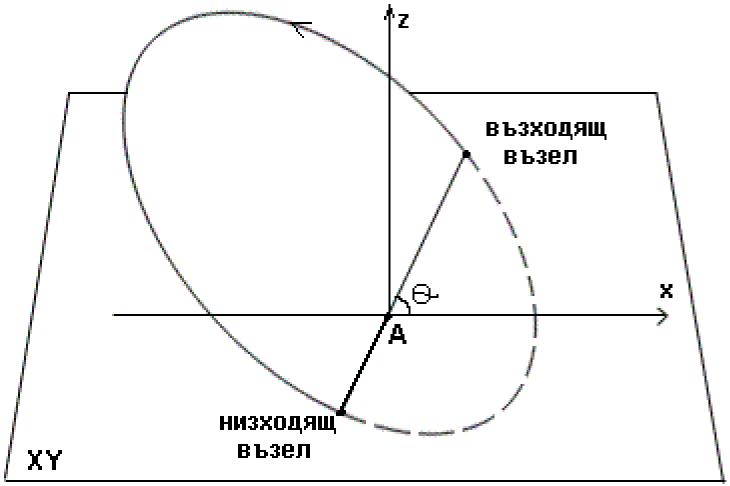
Трето, завъртаме на ъгъл **i** спрямо оста **Ox**, виж фиг.3



х - линия на възлите

фиг.3

Въртим на ъгъл **θ** спрямо оста **Oz**, виж фиг.4



фиг.4

Връзката на елиптичните елементи с декартовите координати $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in R^3$ е:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos i & -\sin i \\ 0 & \sin i & \cos i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos g & -\sin g & 0 \\ \sin g & \cos g & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \cos\theta.\cos g - \sin\theta.\sin g.\cos i & -\cos\theta.\sin g - \sin\theta.\cos g.\cos i \\ \sin\theta.\cos g + \cos\theta.\sin g.\cos i & -\sin\theta.\sin g + \cos\theta.\cos g.\cos i \\ \sin g.\sin i & \cos g.\sin i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a(-\frac{3e}{2} + 2\sum_{k=1}^{\infty} \frac{J_k'(ke)}{k}.\cos kl) \\ a\sqrt{1-e^2}.2\sum_{k=1}^{\infty} \frac{J_k'(ke)}{ke}.\sin kl \\ 0 \end{pmatrix}$$

,където $l = n(t - t_0) = nt + l_0$,

$l_0 = -\sqrt{\gamma}.a^{-3/2}t_0$ - средна аномалия на епохата

$$\gamma = G.m_A = 6,67421.10^{-8} \frac{cm^3}{g.s^2} \frac{m_S^3}{(m_S + m_J)^2}$$

Тази страница изготвиха Николай Димов (nikolaid@gbg.bg) и Мирослава Илиева (mepu_pzk@abv.bg)