

9. Глобален икономически модел

Ще използваме следните означения:

K – капитал (средствата за производство, материални ценности; подобно на база – звеното, пораждащо останалите слоеве на икономиката);

f(K) – производство (капиталът допринася за произвеждането на стоки);

C = α.f(K) – потребление (C от англ. Consumption – консумация) – представлява част от производството;

P – замърсяване (P от англ. Pollution - замърсяване); **P = f(K)** – съществува линейна връзка между замърсяването и производството – пропорционални са: при повече производство, имаме повече замърсяване и екологични проблеми;

α, 0 < α < 1 – коефициент на потреблението – това е числото, с което означаваме отношението на потреблението към производството;

β, 0 ≤ β – коефициент, значещ каква част от производството f(K) се използва за екологията и решаване на екологичните проблеми.

Въвеждаме функцията **U(C, P)** – функция на 2 аргумента, единият от които е **C** – консумацията, другият – **P** – замърсяването. Тази функция се нарича Utility function, или функция на полезност, на благоденствие.

Изпълнени са следните твърдения

за частните производни на **U(C, P)**:

$$\frac{\partial U}{\partial C} > 0 \text{ и } \frac{\partial U}{\partial P} < 0$$

На фигурата отдясно е показана графиката на **U(C, P)**.

Обикновено функцията **U(C, P)** има следния

аналитичен вид: $U(C, P) = A \cdot C^\alpha - B \cdot P^\beta$, където **A** и **B**

са числени константи. Графиката на функцията на полезност е доста показателна: колкото повече искаме да увеличим производството, следва, че пропорционално ще се увеличи и замърсяването. Този проблем е засегнат най-вече при бедните страни. Нека на желанието на една бедна страна да увеличи производството си (с ΔC^1 означаваме) да съпоставим

замърсяването, което директно следва от това увеличение – означаваме с ΔP^1 . Аналогично, съпоставяме на желаното увеличение на консумация ΔC^2 на една по-богата страна от първата замърсяването ΔP^2 , което следва от това увеличение. От графиката правим ясно оценката, че при по-бедните страни замърсяването е значително по-голямо от това при по-богатите: $\Delta P^1 \gg \Delta P^2$. Имаме следното твърдение, свързано с

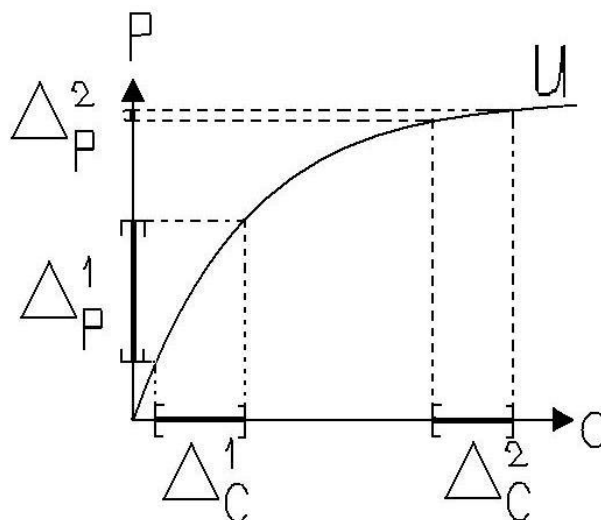
функцията на полезност: $\max U = \int_0^\infty U(C, P) \cdot e^{-rt} dt$ (*), където множителят e^{-rt} се нарича

диспунктир. Това представлява много малко число, въведено поради икономически причини.

Имаме следната система, свързана с производните на капитала **K** и замърсяването **P**:

$$\begin{cases} \frac{dK}{dt} = (1 - \alpha - \beta)f(K) - a \cdot K \\ \frac{dP}{dt} = (1 - \beta d)f(K) - b \cdot P \end{cases} \quad (**)$$

Т.е. производната на капитала представлява разликата на производството (невключващо частите, отиващи за консумация и опазване на околната среда) и а-части от капитала **K**, където **a** е коефициентът на естествена амортизация на капитала. При второто уравнение, коефициентът **d** представлява ефикасността на частта, отделена от производството, за опазване на околната среда **β**. Коефициентът **b** пред замърсяването **P** представлява естественото самопричистване (саморазлагане на излишния материал). Като



следствие от второто уравнение – при липса на борба със замърсяването (т.е. $\beta = 0$), имаме, че

$$\frac{dP}{dt} = f(K) - bP, \text{ т. е. се получава линейна връзка между производството и скоростта на замърсяване.}$$

Имаме начални стойности на капитала и замърсяването: съответно $K(0) = K_0$ и $P(0) = P_0$.

Така сформиранието условия и проблеми се наричат Задача на оптималното управление – системата (**) задава диференциални ограничения на определения интеграл (*). Как трябва да изберем α и β , така че капиталът да е максимално много, а замърсяването и неговите отрицателни ефекти максимално малко? Например, за да пуснем ракета в орбита, трябва да изчислим необходимото количество гориво за изразходване. Нужна е максимална оптимизация, което прави задачата изключително трудна. В началото на 60-те години се изобретява метод за намиране условията за достигане на максимум. Този метод е открит от академик Котрягин – руски математик, лишен от зрение, но с феноменални математически способности. Математическата общност счита намирането на тази метод за най-голямото математическо откритие на XX век.

Даденият проблем има две равновесни точки. Например, при функция на полезност

$$U(C, P) = C^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{5000} P^{1,1} \text{ и при зададени коефициент на амортизация на капитала } a=0,06; \text{ коефициент на}$$

естествено сампричистване $b=0,1$ и ефикасност на отделените средства за борбата със замърсяването $d=10$, имаме следните 2 равновесни точки:

	I равновесие	II равновесие
Капитал K	1674	2080
Производство $y = f(K)$	409	456
Коефициент на потребление α	0,68	0,73
Коефициент за екологията β	0,07	0
Консумация C	280	331
Замърсяване P	1230	4561
Стойност на U(C,P)	16,23	16,28

Първата равновесна точка се нарича равновесие на Златния век. Това равновесие е характерно за развитите страни. При него имаме по-малки капитал и производство, но имаме значително по-малки замърсявания на околната среда и ненулев коефициент на частта от производството, отделена за борбата със замърсяването. Втората равновесна точка се нарича равновесие на Тъмния век. За него са характерни повече капитал и производство, на следствията от това са значително количество замърсявания и нулев коефициент на частта от производството, отделена за борба със замърсяванията. Това равновесие е неустойчиво.

Достигнат е изводът, че максимално най-добрата стойност за коефициента на частта, отделена от производството за борба със замърсяването, е $\beta = 0,07$. При $\beta > 0,07$ консумацията значително намаля. А при $\beta < 0,07$ – не се обуславят необходимите изисквания за борба със замърсяването, което довежда до неустойчивост.