

2. Устойчивост на изолирана популация

Принцип на Льо Шателие - Ако в една изолирана система има външни взаимодействия и тя отговаря с противени сили (неутрализиращи), тя се нарича система на външните взаимодействия. Ако няма $\rightarrow$ тя не удовлетворява принципа на Льо Шателие. Те са устойчиви системи.

Сумата на CO_2 в почвата и атмосферата е константа. Ако има покачване $\rightarrow$ отива в т.В. Това обаче не трябва да става. Трябва да се върне в т.С.

При замръзнали почви има много CH_4 (метан) и други опасни газове. Той започва да се топи и вдига плътността на тежките газове (става от лошия тип – покачване А $\rightarrow$ В).

Динамика на изолираната популация – Популацията представлява множество от животни (растения) от един и същ вид, заемащи едно и също пространство по едно и също време.

Нека $N(t)$ – биомасата (броят организми в 1 популация)

B – коефициент на раждаемост

D – коефициент на смъртност

$E = B - D$ – коефициент на естествен прираст

$\frac{dN}{dt} = Et$ – така се изменя във времето (уравнение на Малтус – френски монах, занимавал се с демографията, живял през 1950-60 години)

$N_0 \rightarrow N(t) = N_0 e^{Et}$ – расте експоненциално

$E = \alpha - \gamma N$ – отрицателна линейна зависимост между E и N ($\alpha > 0, \gamma > 0$), т.е. E намалява, когато N расте.

Популации от повече организми имат такова поведение.

$\frac{dN}{dt} = (\alpha - \gamma N)N$ – логистично уравнение ($N(0) = N_0$)

Неговото решение е (показано отдясно като графика)

Популацията започва отнякъде, после започва бърз растеж и след това се държи почти константно.



Зависимост между E и N . Може да не е в идеална права (пунктирите) – виж фиг. 1, фиг.2.

При фиг. 1 имаме едно равновесие – N_1 .

При фиг.2 – имаме 3 равновесия – N_1, N_2, N_3 .

За фиг.2:

Такава зависимост се нарича зависимост на Олги. Тя е характерна за стаден тип животни (най-вече при птици).

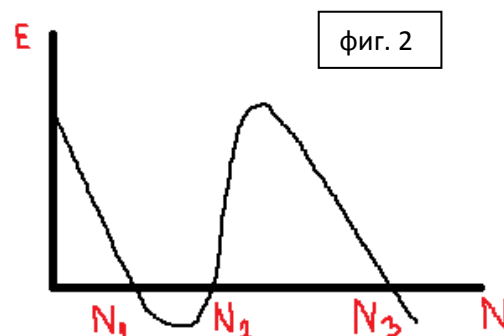
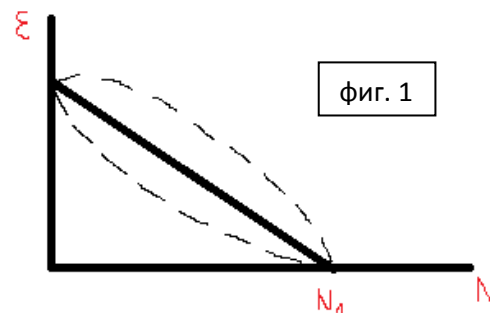
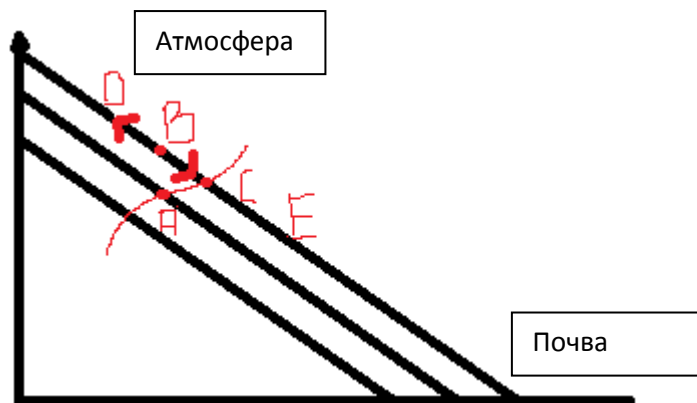
Растежите се дължат на наличие на ресурси.

Устойчиво равновесие – абсолютно реалистично е да няма устойчиви равновесия.

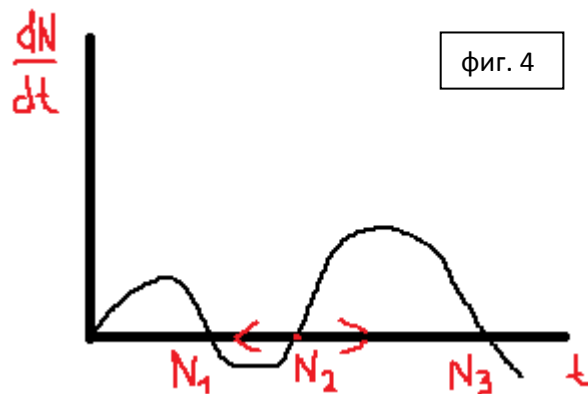
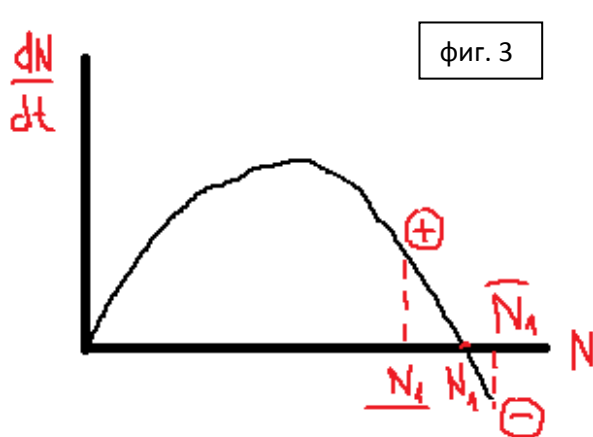
Метод на диаграмите

Ще разгледаме 2 графика (фиг.3 и фиг.4), показващи зависимостта между N и нейната производна.

За фиг. 3 - В N_1 получаваме положителна производна (т.е. расте), а в другото N_1 – Получаваме отрицателна производна (намалява).



За фиг. 4 - N2 е неустойчива точка – отива към N1 или N3.



$$\frac{d}{dN} \left(\frac{dN}{dt} \right) = \frac{d}{dN} (\varepsilon N) = \frac{d\varepsilon}{dN} N + \varepsilon \rightarrow \text{зависи от } \frac{d\varepsilon}{dN} \text{ (}\varepsilon \text{ е 0 в равновесната точка)}$$

Решаваме диференциалното уравнение $\frac{dN}{dt} = (\alpha - \gamma N)N$

$$\frac{dN}{(\alpha - \gamma N)N} = dt \rightarrow \text{интегрираме}$$

$$\frac{1}{(\alpha - \gamma N)N} = \frac{A}{(\alpha - \gamma N)} + \frac{B}{N}$$

$$1 = A \cdot N + B(\alpha - \gamma N)$$

$$B = \frac{1}{\alpha} \quad A = \frac{\gamma}{\alpha}$$

$$\frac{\gamma}{\alpha} \int \frac{dN}{(\alpha - \gamma N)} + \frac{1}{\alpha} \int \frac{dN}{N} = \int dt \quad / \cdot \alpha$$

$$-\ln(\alpha - \gamma N) + \ln N = \alpha t$$

Или: $\frac{N}{(\alpha - \gamma N)} = k \cdot e^{\alpha t}$ (k – константа)

$$N = \alpha k e^{\alpha t} - \gamma k N e^{\alpha t}$$

$$N(1 + \gamma k e^{\alpha t}) = \alpha k e^{\alpha t}$$

$$N(t) = \frac{\alpha k e^{\alpha t}}{1 + \gamma k e^{\alpha t}} - \text{решението}$$

$$t=0 \quad N_0 = \frac{\alpha k}{(1 + \gamma k)}$$

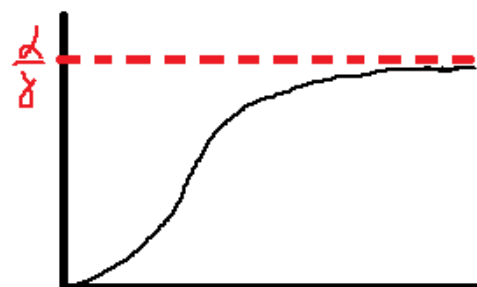
$$N_0 = N_0 \gamma k = \alpha k$$

$$N_0 = k(\alpha - \gamma N_0) \rightarrow k = \frac{N_0}{(\alpha - \gamma N_0)} \rightarrow (\text{Заместваме}) \rightarrow$$

$$N(t) = \frac{\frac{\alpha N_0}{(\alpha - \gamma N_0)} e^{\alpha t}}{1 + \gamma \frac{N_0}{(\alpha - \gamma N_0)} e^{\alpha t}}$$

$$N(t) = \frac{\alpha N_0 e^{\alpha t}}{\alpha - \gamma N_0 (1 - N_0 e^{\alpha t})} = \frac{\alpha N_0 e^{\alpha t}}{\alpha + \gamma N_0 (N_0 e^{\alpha t} - 1)}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} N(t) = \frac{\alpha}{\gamma}$$



$K = \frac{\alpha}{\gamma}$ – Капацитет на пространството. Графиката асимптотично клони към него, без да го достига.