

**Диференциални уравнения и приложения с
Mathematica, Matlab и Maple**

2012/2013

Проект 2

Задача 1. Дадена е смесената задача за уравнението на топлопроводността

$$\begin{aligned}u_t &= u_{xx} & 0 < x < \pi, \ t > 0 \\u_x(0, t) &= 0 & , t > 0 \\u(\pi, t) &= 0 & , t > 0 \\u(x, 0) &= (2\pi x - x^2) \left| \sin \frac{3x}{2} \right| & , 0 < x < \pi.\end{aligned}$$

Решението на задачата с метода на Фурие се дава чрез формулите

$$u(x, t) = \sum_{k=0}^{\infty} A_k e^{-(2k+1)^2 t/4} \cos \frac{(2k+1)x}{2},$$

където

$$A_k = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} (2\pi x - x^2) \left| \sin \frac{3x}{2} \right| \cos \frac{(2k+1)x}{2} dx.$$

За парциалната сума $U_m(x, t)$ от първите $m = 35$ члена на реда, направете анимация от графиките на функциите $U_m(x, t_0)$ за фиксирано време t_0 , като на t_0 задавате последователно стойности от 0 до 1 със стъпка 0.02.

Задача 2. Дадена е смесената задача за уравнението на струната

$$\begin{aligned}u_{tt} &= u_{xx} & 0 < x < 4, \ t > 0 \\u(0, t) &= x \sin(2x) & , t > 0 \\u(4, t) &= 0 & , t > 0 \\u(x, 0) &= \begin{cases} \sin(\pi x) & \text{за } 2 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{за } 0 < x < 2 \text{ и } 3 < x < 4, \end{cases} \\u_t(x, 0) &= 0 & , 0 < x < 4.\end{aligned}$$

Решете приближено задачата за $t \in [0, 4]$ с помощта на диференчна схема с подходяща стъпка. Направете анимация от графиките на функцията в отделните слоеве.