25.04.2015

Зад. Док., че $L = \{a^k b^t c^p \mid p \neq 3k+t\}$ не е рег. ез. над $\Sigma = \{a, b, c\}$

Доп., че L е рег.

$\Rightarrow L_1 = \Sigma^* \setminus L$ е рег.

$\Rightarrow L_2 = \underbrace{L_1}_{рег.} \cap \underbrace{\{a\}^* \cdot \{b\}^* \cdot \{c\}^*}_{рег.}$ е рег. ез.

$L_2 = \{a^k b^t c^p \mid p = 3k+t\}$

- - - —— с PL или Майхил-Нероуд.

Граматики

Деф.: Контекстно свободна граматика (КСГ) $\Gamma = (\underset{Q}{N}, \underset{\Sigma}{T}, \underset{q_0}{S}, \underset{\Delta}{P})$, където:

Аналогия

1) $N \cap T = \emptyset$
2) $|N| < \infty$, $|T| < \infty$
3) $S \in N$
4) $P \subseteq N \times (N \cup T)^*$, $|P| < \infty$

$(A, aAbC) \in P$ ще го записваме така: $A \longrightarrow aAbC \in P$

Пример: $\Gamma = (\{S\}, \{a, b\}, S, \{S \to \varepsilon, S \to aSb\})$

1* $S \vdash \varepsilon \in L(\Gamma)$

$S \vdash aSb \vdash ab \in L(\Gamma)$

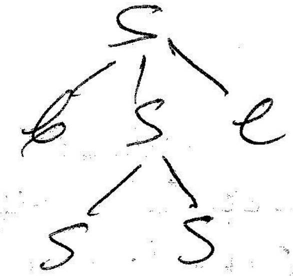
$\vdash aaSbb \vdash aabb$ *

$\vdash aaaSbbb = a^3Sb^3 \ldots$

$\Rightarrow L(\Gamma) = \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ */

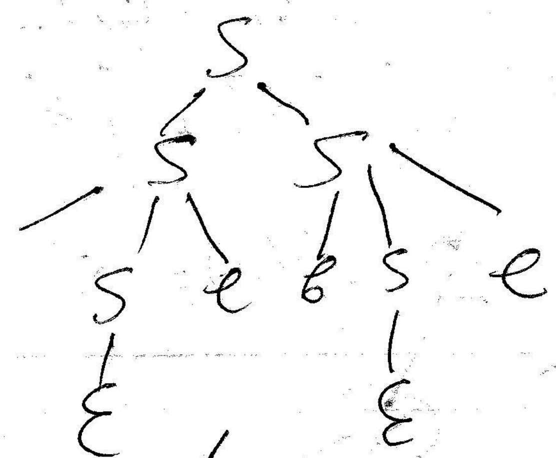
Нека $w^{(1)}, w^{(2)}, \dots, w^{(k)}$ са думите на поддърветата с корени $v_1, v_2, \dots, v_k$.
Тогава думата на поддървото с корен v е $w^{(1)} w^{(2)} \dots w^{(k)}$

Пример:

$\Gamma =$  с дума $bSSe$

↓ дума

ε



↓ дума

$bebe$

Тв.: Нека $\Gamma = (N, T, S, P)$ е КСГ.

Тогава

$$L(\Gamma) = \{\alpha \in T^* \mid \exists \text{ дърво на извод с дума } \alpha \text{ и корен, етикиран с } S\}$$

Зад. Док., че ~~$L = \{\#_a(w) = \#_b(w)$~~

$L = \{ w \in \{a, b\}^* \mid \#_a(w) = \#_b(w) \}$

е КСЕ, където $\#_c(w) \overset{def}{=} |\{ i \mid w_i = c \}|$

/* Док., че L е рег.;

$L \cap \{a\}^* \cdot \{b\}^* = \{ a^n b^n \mid n \in \mathbb{N} \}$

$\Rightarrow \lightning$ ($\Rightarrow L$ не е рег.) */

<u>Реш.:</u>

$\Gamma = (\{S\}, \{a, b\}, S, \{ S \to \varepsilon \mid aSb \mid bSa \mid$

$\subseteq$) Трябва да док., че $\forall w \in L(\Gamma): w \in L$

$\Updownarrow$

$\forall$ д.и. в Γ с корен с ет. S и дума $w \in \{a,b\}^*$: $w \in L$

$\Updownarrow$

$\forall n \in \mathbb{N}$ $\forall$ д.и в Γ с корен с ет. S, височина n, дума $w \in \{a,b\}^*$: $w' \in L$.

$\overset{\shortparallel}{P(n)}$

1) $P(0)$

$\forall$ д.и. Γ с корен S, височина 0, дума $w \in \{a,b\}^*$: $w \in L$

$\forall$ д.и. $\in \emptyset$ ...

$(\forall x \in \emptyset \ h(x))$

Доп., че $\rightarrow \forall x \in \emptyset \ h(x)$
(против.)

$\equiv \exists x \in \emptyset \ \neg h(x)$

$\equiv$ Лъжа

$\| \forall x (x \in \emptyset \Rightarrow h(x))$

Лъжа $\Rightarrow$ истина

2) ИХ:

~~...~~ P(n) е вярно ~~...~~

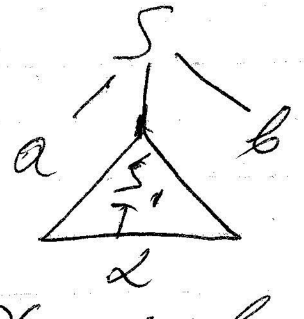
Цел: P(n+1) е вярно

$P(n+1) \equiv \forall$ д. н. в Γ с корен с етикет S, височина $n+1$, с дума $w \in \{a,b\}^*$: $w \in L$

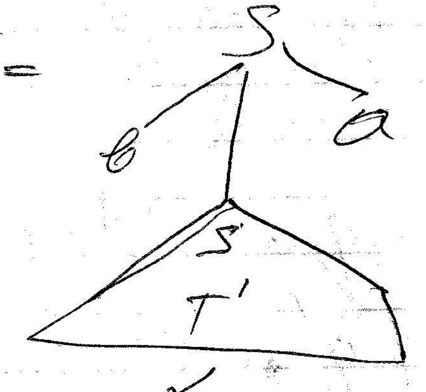
Нека T е д. н. в Γ с корен с етикет S, височина $n+1$, с дума $w \in \{a,b\}^*$

Цел: да покажем, че $w \in L$.

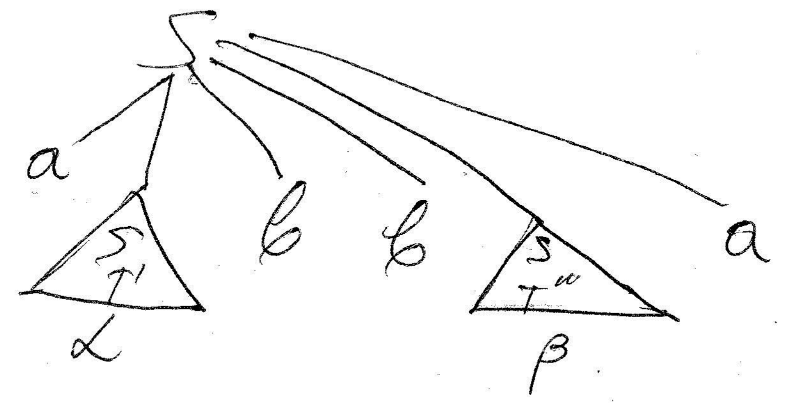
сл.1.) $T =$  $\varepsilon \in L$

сл.2.) $T =$ 

от ИХ следва, че $\alpha \in L \Rightarrow a\alpha b \in L$.

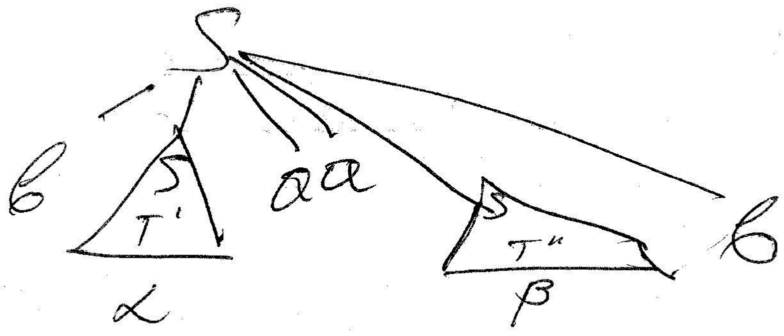
сл.3.) $T =$ 

сл. 4.)



От ИХ $\Rightarrow \alpha$ и $\beta \in L \Rightarrow a\alpha bb\beta a \in L$

сл. 5.) $\models$



$S \to \varepsilon \mid aSb \mid bSa \mid SS$

Тв. Всеки регулярен език над Σ е КСЕ над Σ.

Д-во:

Нека L е рег. ез. и $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, q_0, \Delta, F)$ е краен авт. над Σ такъв, че $L(\mathcal{A}) = L$.

Нека $\Gamma = (Q, \Sigma, q_0, P)$, където

$P = \{q' \to x q'' \mid q' \in Q, x \in \Sigma, q'' \in Q : (q', x, q'') \in \Delta\} \cup \{q \to \varepsilon \mid q \in F\}$

$q' \xrightarrow{x} q'' \Rightarrow q' \to x\, q''$