ТВ лекции 11.03.15

$(\Omega\ \mathcal{F} P)$ $X(\omega)$ $\omega \in \Omega$

ези-тура

X	1	0
P	p	$q = 1-p$

$P(X=1) = p$

$P(X=0) = q$

бернулиева случайна величина

Зар

X	1	2	3	4	5	6
P	$1/6$	$1/6$	$1/6$	$1/6$	$1/6$	$1/6$

Дискретна равномерно разпределена величина

$X+5 = Y$, $P(X+5 = 6) = P(X=1) = 1/6$

Деф Величина с краен брой или изброимо много стойности се нарича дискретна равномерно разпределена величина (ДРРВ)

$P(У) = p$ - успех, $P(Н) = q = 1-p$ - неуспех

Нека имаме $\frac{n}{2}$ бели и $\frac{n}{2}$ черни топчета. При n опита колко може да са белите топчета

Нека $X = \{$брой на белите топчета$\} = \{$брой успехи$\}$

Отг. $k = \overline{0,n}$

При k на брой успеха и q неуспеха

$$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}, \quad k = \overline{0,n}$$

биномна случайна величина

$X \sim Bi(n,p)$ - биномно разпределение

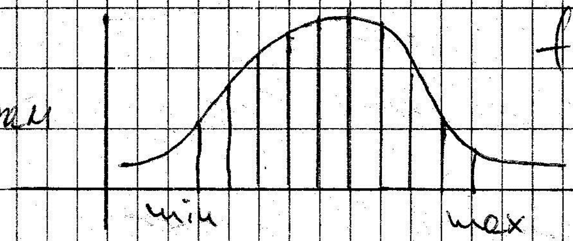
X	x_1	..	x_n	..
P	p_1	..	p_n	..

- ред на разпределение, като $\sum p_i = 1$

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} p^k q^{n-k} = (p+q)^n = 1^n = 1$$

бином на Нютон

Хистограми



$f(x) \ge 0$ $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$

Схема на Бернули ДИ!

$$\frac{n_1}{n} + \frac{n_2}{n} + \dots + \frac{n_k}{n} = 1$$

Точно

$X = \{$брой на проведени опити$\}$

X	1	2	3	..	k	..
P	p	qp	q^2p	..	$q^{k-1}p$	

$$p + qp + q^2p + \dots = p\sum_{k=0}^{\infty} q^k = p\frac{1}{1-q} = 1$$

$\Rightarrow$ Геометрична случайна величина

$X \sim Ge(p)$

$Y = \{$брой на неуспехите$\}$, $Y+1 = X$ $Y \sim Ge(p)$

Y	0	1	..
P	p	qp	..

$P(X=k) = \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$, $k = \overline{0,\infty}$ – Поасонова $Po(\lambda)$ случайна величина

Нека $\binom{n}{k} p^k q^{n-k}$ за $n \to \infty$, $p < 0,1$, $np \approx \lambda \Rightarrow$ $p \approx \frac{\lambda}{n}$. Тогава

$$\frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k!}\left(\frac{\lambda}{n}\right)^k \underbrace{\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{n-k}}_{e^{-\lambda}} = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} =$$

$$= \frac{1\left(1-\frac{1}{n}\right)\dots\left(1-\frac{k}{n}\right)}{k!}\, 1^k \left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{n-k} \longrightarrow \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

Сума от геометрични случайни величини е отрицателно биномно разпределение

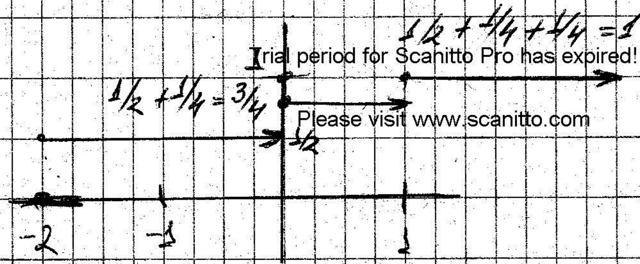
$$e^{\lambda} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k!}$$

$F'(x) = f(x)$ - плътност на разпределение на случайната величина

Дефиниране

X	-2	0	1
P	1/2	1/4	1/4

$F(x) = P(X \le x)$



Стъпаловидна функция