МО 26.05.15

$$\left.\begin{array}{l} \min z = c^T x \\ Ax = b \\ x \geq 0 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} \max w = b^T \pi \\ (x \geq 0) \quad A^T \pi \leq c \end{array}$$

Нека $x^* = \begin{bmatrix} B^{-1}b \\ 0 \end{bmatrix}$. Тогава $\pi^{*T} = c_B^T B^{-1}$ - оптимално решение на двойнствеността на канонична задача

Нека $x_B + N x_N = b \;/\cdot B^{-1} \Rightarrow B^{-1} x_B + B^{-1} N x_N = B^{-1} b$

$\bar{c}_J = c_J - \underbrace{c_B^T B^{-1}}_{\pi^{*T}} A_J$, $\bar{c}_i = c_i - \pi^{*T} e_i$, за $x_i \in x_B$, където e_i - единичен вектор, но $\pi^{*T} e_i = \pi_i^* \Rightarrow \pi_i^* = c_i - \bar{c}_i$, за $x_i \in x_B$

Зад (изпит)

$$\begin{array}{l} \max z = -7x_1 - 3x_2 + x_3 \\ 3x_1 + 3x_2 \geq 4 \\ x_1 - 3x_2 - x_3 = 6 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

а) чрез табл. СМ да се намери оптимално реш.

б) Да се намери и реши ДЗ, като се използва табл. на изходната

Реш. а)

$$\begin{array}{l} \min z_k = 7x_1 + 3x_2 - x_3^+ + x_3^- \\ 3x_1 + 3x_2 - x_4 = 4 \\ x_1 - 3x_2 - x_3^+ + x_3^- = 6 \\ \forall x_i \geq 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} \min z_M = 7x_1 + 3x_2 - x_3^+ + x_3^- + Mx_5 \\ 3x_1 + 3x_2 - x_4 + x_5 = 4 \\ x_1 - 3x_2 - x_3^+ + x_3^- = 6 \\ \forall x_i \geq 0 \end{array}$$

		(2)	(1)					
X_B	C_B	7	3	-1	1	0	M	
		x_1	x_2	x_3^+	x_3^-	x_4	x_5	$\bar{b}$
x_5	M	3	3	0	0	-1	1	4
x_3^-	1	1	-3	-1	1	0	0	6
$\bar{c}'$	/	6	6	0	0	0	0	-6
$\bar{c}''$	/	-3	-3	0	0	M	0	-4M
x_1	7	1	1	0	0	-1/3	1/3	4/3
x_3^-	1	0	-4	-1	1	1/3	-1/3	14/3
$\bar{c}'$	/	0	0	0	0	2	-2+M	-14

(1) и (2) за б) при B^{-1}

⊙ - водещ елемент

където (1) = Π_1, (2) = Π_2

→ има отрицателно ⇒ ∄ опт реш ⇒ влиза - x_1 влиза, x_5 - излиза, понеже x_1 е по-малкото

→ няма отр ⇒ опт реш

опт т.е. $x_k^* = (4/3, 0, 0, 14/3, 0)$, $x^* = (4/3, 0, -14/3)$

$\min z_k = \min(-z) = 14$, $\max z = -14$

в) $\max z = -7x_1 - 3x_2 + x_3$

$(y_1 \geq 0)$ $3x_1 + 3x_2 \geq 4$ $/.(-1)$

y_2 $x_1 - 3x_2 - x_3 = 6$

$x_1, x_2 \geq 0$

(D) $\max w = 4\Pi_1 + 6\Pi_2 \to \min(-w)$

x_1 $3\Pi_1 + \Pi_2 \leq 7$ (-1)

x_2 $3\Pi_1 - 3\Pi_2 \leq 3$ (-1)

x_3^+ $-\Pi_2 \leq 1$

x_3^- $\Pi_2 \leq 1$ $\Big\}$ $\Pi_2 = 1$

x_4 $-\Pi_1 \leq 0$

⇒ $\min -4y_1 + 6y_2 = -4\Pi_1 - 6\Pi_2$ т.е. $(y_1, y_2) = (\Pi_1, -\Pi_2)$

откъдето получаваме разлика в знака на y_2 и Π_2

⇒ можем да намерим Π^* от ф-лата

$$\Pi^{*T} = C_B^T B^{-1} = (7, 1)\underbrace{\begin{pmatrix} 1/3 & 0 \\ -1/3 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{от табл}} = \begin{array}{c} \Pi_1\ \Pi_2 \\ (2, 1) \end{array} \Rightarrow y^* = \begin{array}{c} y_1\ \ y_2 \\ (2, -1) \end{array}$$

Друг начин

$\Pi_1^* = c_5 - \bar{c}_5 = M - (2 + M) = 2$

$\Pi_2^* = c_{x_3^-} - \bar{c}_{x_3^-} = 1 - (0) = 1$

$\underset{-14}{z(x^*)} = \underset{-14}{v(y^*)}$