МО 10.03.15

Геометричен метод за решаване на линейни оптимизационни задачи

Предприятие произвежда два вида изделия I-100 или II-300 на денонощие. Технически контрол може да провери най-много 150 на денонощие. Изделие I е 2-пъти по-скъпо от II

Реш.

$x_1 = I$, $x_2 = II$ $x = (x_1, x_2)$

k-цена $\Rightarrow 2kx_1 + kx_2$, $k > 0$

$2x_1 + x_2 = \max z(x)$

← едно денонощие

$$D: \left| \begin{array}{l} \frac{x_1}{100} + \frac{x_2}{300} \le 1 \Rightarrow 3x_1 + x_2 \le 300 \\ x_1 + x_2 \le 150 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{array} \right.$$

Върхове на допустимото мн-во
Ръбове – отсечка м/у 2 върха
Търсим сечението на геометричното разпределение от линейното уравнение
линии на ниво $z(x) = C$ – const

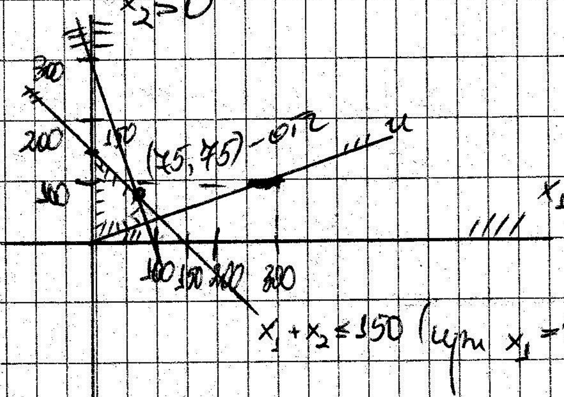
$z = 2x_1 + x_2 = C$

нормален вектор $n(300, 100)$

построяваме вектора n

$x^* = x^{опт} = (75, 75)$

т.е. I = 75, II = 75



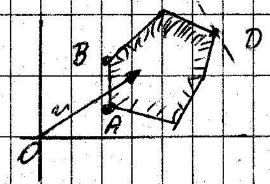
$\max (\min)\ z(x) = c_1 x_1 + c_2 x_2$

$P: \mid a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 \le b_i \quad , \ i = \overline{1,4}$

I $\quad P = \emptyset$

- няма оптимално решение

II $\quad P \neq \emptyset$



$\max_P z = z(D)$

$\min_P z = z(\lambda A + (1-\lambda)B), \lambda \in [0,1]$

III $\quad P \neq \emptyset$

$\max_P z = \infty$ (няма крайно опт. реш.)

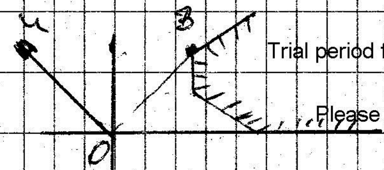
$\min_P z = z(A)$

неограничено

Първоначално построяваме вектор $(c_1, c_2) = u$

Ако задачата има оптимално решение, то то се достига поне в един връх

Нека

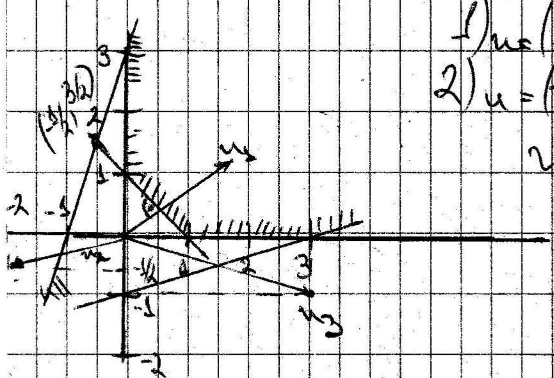


$\max_P z = z(B + ta), \ t \ge 0$

$\min_P z = -\infty$ (няма кр. опт. реш.)

Зад. Намерете $\min_P$ и $\max_P$ на

$$\begin{cases} z_1 = x_1 + x_2 \\ z_2 = -4x_1 - x_2 \\ z_3 = 3x_1 - x_2 \end{cases} , \quad P: \begin{cases} x_1 + x_2 \ge 1 \\ -3x_1 + x_2 \le 3 \\ x_1 - 2x_2 \le 2 \\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$



1) $u = (1,1)$, $\max z_1 = \infty$, $\min z_1 = \lambda(1,0) + (1-\lambda)(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}), \lambda \in [0,1]$

2) $u = (-4,-1) = (-2, -\frac{1}{2})$, $\max z_2 = z(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}) = \frac{1}{2}$,

$\min z_2 = -\infty$

3) $u = (3,-1)$, $\max z_3 = \infty$

$\min z_3 = z_3\left((-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}) + t(1,3)\right)$

за $t > 0 \Rightarrow \min z_3 = -3$