МО 07.04.15

Таблична форма на симплекс метода

$\min z = c^T x \quad , \bar{x}$ $\qquad \min z = \bar{c}_0 + \bar{c}_N^T x_N$

$x_B + \bar{N} x_N = \bar{b} \Rightarrow W x = \bar{b}$

$x \geq 0 \qquad W = [w_1, w_2 \dots w_n]$

Симплекс таблица

		x_1	...	x_j	...	x_q	...	x_n	$\bar{b}$
x_B	c_B	c_1	...	c_j		c_q		c_n	$\bar{b}$
x_{B_1}	c_{B_1}								$\bar{b}_1$
⋮	⋮								⋮
x_{B_i}	c_{B_i}								$\bar{b}_i$
⋮	⋮								⋮
x_{B_p}	c_{B_p}					w_{pq}			$\bar{b}_p$
x_{B_m}	c_{B_m}								
$\bar{c}$		$\bar{c}_1$	...	$\bar{c}_j$	...	$\bar{c}_q$	...	$\bar{c}_n$	$-\bar{c}_0$

$T[t_{ij}]_{(m+1)(n+1)}$

Алгоритъм

С0 $\bar{x}$, $Wx = \bar{b} \Rightarrow$ СТ

$\bar{c}_j = c_j - c_B^T B^{-1} A_j = c_j - \langle c_B, w_j \rangle \qquad \forall x_j \in x_N$

$\bar{c}_i = 0 \qquad \forall x_i \in x_B$

$-\bar{c}_0 = -\langle c_B, \bar{b} \rangle$

С1 Проверка на критериите на симплекс метода

а) $\forall \bar{c}_j \geq 0 \Rightarrow$ опт $\Rightarrow$ край

б) $\exists \bar{c}_j < 0, \ w_j \leq 0 \rightarrow \min z = -\infty \Rightarrow$ край

в) $\forall \bar{c}_j < 0, \ w_j \nleq 0 \ (\exists w_j > 0) \Rightarrow$ С2

С2 Преминаване към ново базисно представяне и нова симплекс таблица

а) Избиране нова базисна

$x_q : \bar{c}_q < 0 \quad (\min_{\bar{c}_j < 0} \bar{c}_j = \bar{c}_q$, w_q водещ стълб$)$

б) x_{B_i} $\frac{\bar{b}_p}{w_{pq}} = \min\limits_{i: w_{iq}>0} \frac{b_p}{w_{pq}}$, p - водещ ред, w_{pq} - водещ елемент

в) преизчисляване от $T[t_{iJ}] \to T'[t'_{iJ}]$

$* \; p: t'_{pJ} = \frac{t_{pJ}}{w_{pq}}, \quad J = \overline{1, n+1}$

$* \; i: t'_{iJ} = t_{iJ} - \frac{t_{pJ}}{w_{pq}} t_{iq}, \quad i = \overline{1, m+1}, \; i \neq p$ = G 1

Правило на правоъгълника

t_{iJ}		t_{iq}
	*	
t_{pJ}		w_{pq}

Зад $\min z = x_1 + 3x_2 + 7x_3 - 2x_4$

$$x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 3$$
$$2x_1 + 2x_3 + x_4 \leq 4$$
$$x_J \geq 0, \; J = 2,3,4, \quad x_1 = x_1^+ - x_1^-$$

$\min z = x_1^+ - x_1^- + 3x_2 + 7x_3 - 2x_4$

$$x_1^+ - x_1^- + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 3$$
$$2x_1^+ - 2x_1^- + 2x_3 + x_4 + \underline{x_5} = 4$$
$$\forall x_J \geq 0$$

		x_1^+	x_1^-	x_2	x_3	x_4	x_5	$\bar{b}$
x_B	c_B	1	-1	3	7	-2	0	$\bar{b}$
x_2	3	1	-1	1	3	-2	0	3
x_5	0	2	-2	0	2	1	1	4
$\bar{c}$	////	-2	2	0	-2	4	0	-9
x_2	3	0	0	1	2	-5/2	-1/2	1
x_1^+	1	1	-1	0	1	1/2	1/2	2
$\bar{c}$	////	0	0	0	0	5	1	-5

$(3/1 \;\; 4/2)$

-5 - има опт реш

x_1^-: неогр; x_3: има

Правило на Бленд

Ако при равни уравнения за влизане или излизане, изберем този, който е с по-малък индекс

$-1 - (1 \cdot (-2)/2) = 0$

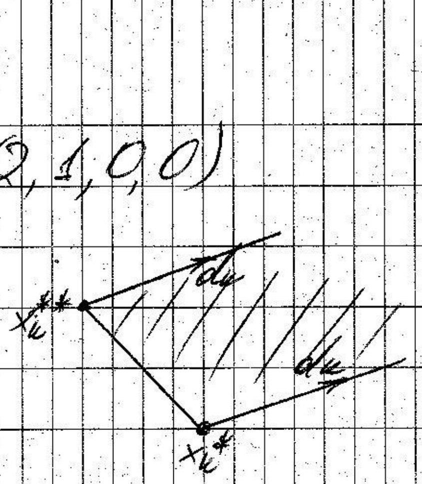
$3 - (1 \cdot 2/2) = 2$

$x_k^* = (2,0,1,0,0)$, $x^* = (2,1,0,0)$

$\min z_k = \min z = 5$

$d_k = (1,1,0,0,0)$

$d = (0,0,0,0)$ - не получаваме неограничен ръб за каноничната задача



$x_{kt}^* = \lambda x_k^* + (1-\lambda) x_k^{**} + t d_k$, $\lambda \in [0,1]$, $t \geq 0$

x_3	7	0	0	1/2	1	-5/4	-1/4	1/2
x_1^+	1	1	-1	-1/2	0	7/4	3/4	3/2
$\bar{C}$	////	0	0	0	0	5	1	-5

$x_k^{**}(3/2, 0, 0, 1/2, 0, 0)$

$x^{**}(3/2, 0, 1/2, 0)$

$x_k^* = \lambda x^* + (1-\lambda) x^{**}$, $\lambda \in [0,1]$

Зад

$\min z = -x_1 - x_2 - 5x_3 + 4x_4$

$x_1 + 3x_3 + x_4 = 2$

$x_2 + x_3 - 2x_4 = 0$

$x_1 \geq x_2$, $x_3, x_4 \geq 0$

		x_1	x_2	x_3	x_4	$\bar{b}$
x_B	c_B	-1	-1	-5	4	b
x_1	-1	1	0	3	1	2
x_2	-1	0	1	1	-2	0
$\bar{C}$	////	0	0	-1	3	2
x_1	-1	1	-3	3	7	2
x_3	-5	0	1	1	2	0
$\bar{C}$	////	0	1	0	1	2

→ изроден

$x^* = (2,0,0,0)$

$\bar{x} = (2,0,0,0)$

Критерия за оптималност при изродените върхове е достатъчно условие, но не и необходимо условие

Зад $\max z = 4x_1 - 5x_2 + x_3 \Rightarrow \min(-z) = -4x_1 + 5x_2 - x_3$

$2x_1 - 3x_2 + 2x_3 \leq 8$

$-x_1 + x_2 \geq -3 \quad /.(-1)$ $\qquad x_1 = x_1^+ - x_1^-$

$\forall x_i \geq 0$

$$\min(-z) = -4x_1^+ + 4x_1^- + 5x_2 - x_3$$

$$2x_1^+ - 2x_1^- - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 8$$

$$x_1^+ - x_1^- - x_2 + x_5 = 3$$

$$\forall x_i \geq 0,\ i = \overline{1,5}$$

		x_1^+	x_1^-	x_2	x_3	x_4	x_5	$\bar{b}$
x_B	c_B	-4	4	5	-1	0	0	b
x_4	0	2	-2	-3	2	1	0	8
x_5	0	1	-1	-1	0	0	1	3
$\bar{C}$	///	-4	4	5	-1	0	0	