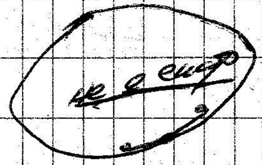
МО лекции 17.03.15

Деф. x, $x_1 \in S \ni x_2$, $x_1 \neq x_2$, $x = \lambda x_1 + (1-\lambda)x_2$, $\lambda \in (0,1)$

Екстр.



Опорна хиперравнина

$x_0 \in S \subset R^n$

хиперравнина $\Leftrightarrow$ $x_0 \in H = \{x \in R^n : \langle a, x\rangle = b\}$

където $\langle a, x\rangle$ - скаларно произв $\neq 0$, $\langle a, x\rangle$ вектор

Полуравнина - $x \in S \Rightarrow x \in \bar{H} = \{x \in R^n, \langle a, x\rangle \leq b\}$

Връх $S \cap H = \{x_0\}$. Ако една т. е връх, тогава не е вътрешна

За матр. ще разгл. $A = (a_{ij})_{m \times n}$, $m < n$

Ще предполагаме $\operatorname{rang}(A) = m$

$$A_{m}\begin{pmatrix} & & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underset{\text{неособ}}{B} & \vdots & \underset{\text{небазис}}{\overset{\text{базис}}{N}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_B \\ x_N \end{pmatrix} \Rightarrow Bx_B + Nx_N = b$$

За x_B - базис, x_N - небазис, $\bar{x} = (\bar{x}_B\ \bar{x}_N) \in P$ - опорна т.

$\Rightarrow \bar{x}_B = B^{-1}b$, $\bar{x}_N = 0$

$x_B + B^{-1}Nx_N = B^{-1}b$

лин. незав. стълбове на A

$$a_i = \begin{cases} 0, & i \in B \text{ - вектор стълбовете базисни координати на } A \\ -1, & i \in N \text{ - небазисните стълбове на } A \end{cases}$$

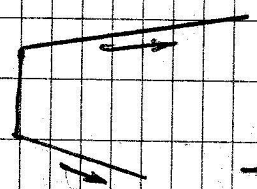
$\langle a, \bar{x}\rangle = 0$, $b = 0$; $x \in P$, $\langle a, x\rangle \leq 0$

от $x_0 \in P = \{x \in R^n;\ Ax = b,\ x \geq 0\}$

$(x_p, x_N) = x \in P \cap H \Rightarrow \langle a, x \rangle = 0 \Rightarrow x_N = 0$

за P ъгловите, екстремните и върховете са една и съща точка

Посока



За произволно изпъкнало и затворено мн-во P

Нека $\vec{d} \neq 0$

Той е посока ако $\exists\, x_0 \in P$

т.ч. $x_0 + \lambda \vec{d} \in P,\ \lambda \geq 0$

? $x_1 \in P$ (произволна). Дали $x_1 + \lambda d \in P$. Отг Да

Защото P е изпъкнало и затворено

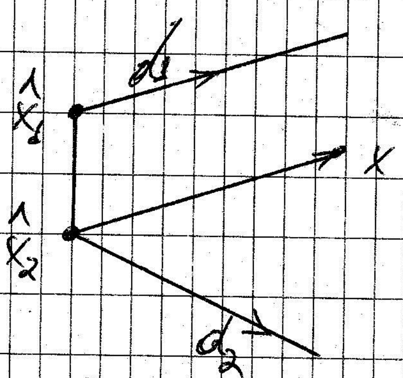
$x_0 \in P \iff x_0 \geq 0\ ,\ A x_0 = b \Rightarrow x_0 + \lambda d \geq 0$

$A(x_0 + \lambda d) = b$

Ако $d_1 \neq 0, d_2 \neq 0, \lambda > 0, \mu > 0 \Rightarrow d_1 \lambda + d_2 \mu$ - посок

$d \neq 0 \iff d \geq 0,\ Ad = 0$

$x \in P \rightarrow x = \sum_{i=1}^{k} \lambda_i \hat{x}_i + d_i\ \lambda_i \geq 0\ ,\ \sum_{i=1}^{k} \lambda_i = 1$



$x = \lambda_1 \hat{x}_1 + \lambda_2 \hat{x}_2 + d$

$\lambda_1 \geq 0,\ \lambda_2 \geq 0$

$\lambda_1 + \lambda_2 = 1$

Един собствен вектор се явява $(\lambda_1, \lambda_2) = (1, 0)$

Но той не е единствен