

АМ 29.10.14

Задача Точка х върхана вертикално нагоре със  
скорост  $v_0 = 15 \text{ м/сек}$  от тѣба на процедура  
 $s_0 = 140 \text{ м}$  над земята. Намерете нейната  
височина след  $t$  сек. Кога достига  
максималната си височина? Кога удря  
земята

ускорението  $a(t) = \frac{dv}{dt} = -9,8$  (земно ускорение)

$$\left. \begin{aligned} v(t) &= -9,8 \cdot t + v_0 \\ v(0) &= 15 = v_0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow v(t) = -9,8t + 15$$

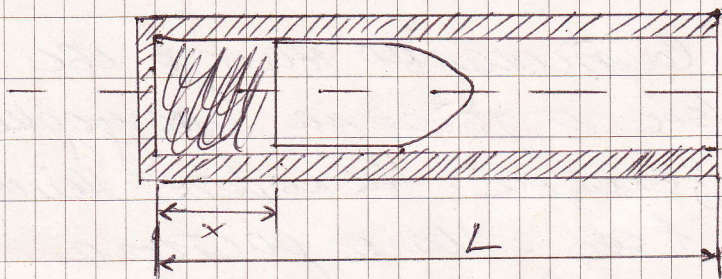
максимална височина се достига при  $v(t) = 0$  т.е.  
 $-9,8t + 15 = 0 \Rightarrow t = \frac{15}{9,8} = 1,53 \text{ сек}$

$$\frac{ds}{dt} = v(t), \quad s(t) = \int v(t) dt = \int -9,8t + 15 =$$
$$-\frac{9,8t^2}{2} + 15t + s_0$$

$s(t) = -4,9t^2 + 15t + 140$  - Падя на земята  
когато  $s(t) = 0$  т.е.

$$t = \frac{15 \pm \sqrt{2969}}{9,8} \approx 7,1 \text{ сек} \quad (t > 0)$$

Задача Старица се изтрелва от оръдие. Докато  
старица е в дулото на оръдието ѝловото  
ускорение е  $a(x) = Ae^{-kx}$ , където  $A, k$  const,  
 $x$  е път по оста на дулото, дълго  
дължина е  $L$ . Намерете скоростта с която  
старица напуска дулото



$$\frac{dv}{dt} = a(x) = A e^{-kx}$$

$$v(t) = \int A e^{-kx} dt$$

Трик: умножаваме двете страни на това уравнение по  $v = \frac{dx}{dt}$

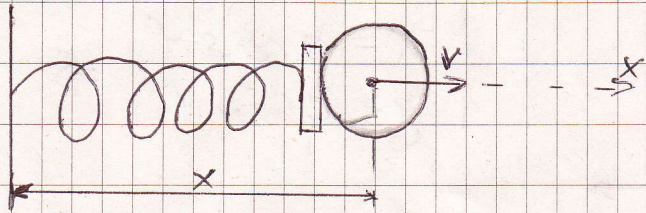
⇒

$$\frac{v(t) dv}{dt} = A e^{-kx} \frac{dx}{dt} \Rightarrow \int v dv = \int_0^L A e^{-kx} dx$$

$$\frac{v^2}{2} = -\frac{1}{k} A e^{-kx} \Big|_0^L \Rightarrow v^2 = 2 \left( -\frac{1}{k} A e^{-kL} + \frac{1}{k} A \right) =$$

$$-\frac{2A}{k} (e^{-kL} - 1) \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2A}{k} (e^{-kL} - 1)}$$

Зад Пружина с ненапрезната дължина  $L$  е свята до дължина  $l$ . Точка е поставена в края на пружината, така че когато пружината е освободена, тя избухва точкето по  $ax$ . Ускорението което пружината приравна на точкето е  $a(x) = k(L-x)$ , което  $k$ -const. С каква скорост точкето е избухнало от пружината?



Реш. Точкето се ускорява от  $l$  до  $x=L$ . Тогава  
 ускорението  $a(L) = k(L-l) = 0$ . След това то  
 се движи със същата скорост (константна  
 скорост) защото пружината се забавя.  
 Точкето се движи без пружината свободно

$$a(x) = k(L-x) \quad \left| \begin{array}{l} \text{умножаваме двете страни} \\ \text{на това общоведно} \\ \text{диференциално уравнение с} \\ v = \frac{dx}{dt} \end{array} \right.$$

$$\frac{dv}{dt} = k(L-x)$$

$$v \frac{dv}{dt} = k(L-x) \frac{dx}{dt} \Rightarrow$$

$$\int v dv = \int_k^L k(L-x) dx \Rightarrow \frac{v^2}{2} = -k(L-x) \Big|_l^L =$$

$$0 + \frac{k(L-l)^2}{2}$$

$$v^2 = k(L-l)^2 \Rightarrow \underline{v = \sqrt{k}(L-l)}$$

Зап. Ярко е движение на точка в ползрн  
 координати  $x = x(t)$ ,  $r = r(t)$ . Да се  
 намери ускорението

(3)

