

AM

08.10.14

Статистика - тяло в покоя
 Кинематика - тяло в движение
 Аналитика

Кинематика

Кинематика на точка

Зад По дадените параметрични уравнения на движението на точка, намерете уравнението на нейната траектория и покажете направлението на движението

$$x = 3t - 5, \quad y = 4 - 2t$$

Реш

$$3t - x = 5$$

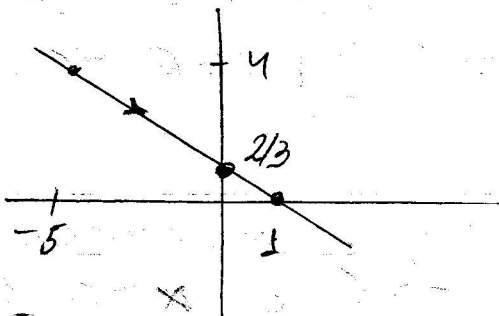
$$3t = 5 + x$$

$$t = \frac{5+x}{3} \Rightarrow$$

$$y = 4 - \frac{2}{3}(5+x) \Rightarrow 3y - 12 = -2x - 10$$

$3y + 2x = 2$ права
 няма квадрати и

при $t = 0 \Rightarrow x = -5, y = 4$



при $x = 0 \Rightarrow y = 2/3$
 при $y = 0 \Rightarrow x = 1$

Зад По даденото уравнение на движение на точка, намерете нейната траектория, и законът за движение по нея, отчитайки измисляното разстояние по нея от началното положение

①

$$x = 3t^2, \quad y = 4t^2$$

Реш

$$4x - 3y = 0 \quad \text{от} \quad t^2 = \frac{x}{3}$$

Законът за движение - изминатият път като функция на времето t по xy -лата

$$! \quad s = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} dt$$

$$s = \sqrt{(6t)^2 + (8t)^2} dt = \int \sqrt{100t^2} = \frac{10t}{2} = 5t$$

Зад При хоризонтален избор на координатните оси, уравненията на движението на електрон в постоянно магнитно поле се определят от равенствата

$$x = a \sin kt, \quad y = a \cos kt, \quad z = vt$$

където a , k и v са конст., зависещи от интензитета на магнитното поле, от масата на зареда и скоростта на електрона.

Определяте траекторията на електрона и закона за движението му по нея

Реш

Електронът се движи по винтова линия. Началната точка при $t=0$ е $x=a \cdot 0$, $y=a \cdot 1$, $z=0$

крайната му $k = \frac{2\pi}{T}$ защото за T оборот $2\pi \Rightarrow kT = 2\pi$ т.е. $T = \frac{2\pi}{k} \Rightarrow$

$$z = vt = v \frac{2\pi}{k}$$

Законът за площта е

$$! s = \int \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} dt$$

$$\dot{x} = a \cos kt, \quad \dot{y} = -a k \sin t, \quad \dot{z} = v$$

$$s = \int \sqrt{a^2 k^2 + v^2} dt = \underbrace{\sqrt{a^2 k^2 + v^2}}_{\text{const}} t$$

Заг точка описва фигура на лисагу
е уравненията
 $x = 2 \cos t, \quad y = 4 \cos 2t$

Определяме величината и посоката
на скоростта на точката, когато
се намира на оста y

$$\text{Реш} \quad v_1 = \frac{dx}{dt} = -2 \sin t$$

$$v_2 = \frac{dy}{dt} = -8 \sin 2t$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{4 \sin^2 t + 64 \sin^2 2t}$$

$$x = 0 \Rightarrow \cos t = 0 \quad \text{при } \frac{\pi}{2} \text{ и } \frac{3\pi}{2}$$

$$1) \frac{\pi}{2} = t \Rightarrow |\vec{v}|_{x=0} = \sqrt{4 \sin^2 \frac{\pi}{2} + 64 \sin^2 \frac{2\pi}{2}} = \sqrt{4} = 2 \text{ cm/sec}$$

$$2) \frac{3\pi}{2} = t \Rightarrow |\vec{v}|_{x=0} = \sqrt{4} = 2 \text{ cm/sec}$$

Заг точка се движи съгласно уравненията
 $x = 4 \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)$, $y = 3 \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)$. Определете
 големината и посоката на скоростта
 когато $t = 0, 1, 2$

Реш

$$\dot{x} = 4 \frac{\pi}{2} \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right), \quad \dot{y} = 3 \frac{\pi}{2} \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right)$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} = \sqrt{4\pi^2 \cos^2\left(\frac{\pi}{2}t\right) + 9 \frac{\pi^2}{4} \cos^2\left(\frac{\pi}{2}t\right)} =$$

$$= \frac{5}{2} \pi \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right). \quad \text{При } t=0 \Rightarrow |\vec{v}| = \frac{5}{2} \pi$$

$$\vec{v}|_{t=0} = \left(2\pi, \frac{3\pi}{2}\right) - \text{посока}$$

При $t=1$

При $t=2$

Заг Точка участва в два взаимно
 перпендикулярни колебания, съгласно
 уравненията

$$x = A e^{-kt} \cos(\omega t + \epsilon), \quad y = A e^{-kt} \sin(\omega t + \epsilon)$$

Определете проекциите на скоростта върху
 осите в декартови и полярни координати
 и големината на скоростта

$$1) \quad \dot{x} = A (-k e^{-kt} \cos(\omega t + \epsilon) - e^{-kt} \omega \sin(\omega t + \epsilon))$$

$$\dot{y} = A (-k e^{-kt} \sin(\omega t + \epsilon) + e^{-kt} \omega \cos(\omega t + \epsilon))$$

$$2) \quad \varepsilon^2 = x^2 + y^2 = A^2 e^{-2\omega t}$$

$$\varepsilon = A e^{-\omega t} \quad - \text{радиус}$$

связь между декартовыми координатами и полярными

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{y}{x} = \operatorname{tg}(\omega t + \varepsilon) \Rightarrow \varphi = \omega t + \varepsilon$$

$v_\varepsilon := \dot{\varepsilon} = -A\omega e^{-\omega t}$ - проекция на скорость \vec{v} по координате ε

$v_\varphi := \dot{\varphi} = \omega$ проекция на скорость по координате φ

$$\vec{v} = \vec{v}_\varepsilon + \vec{v}_\varphi$$

$$v = |\vec{v}| = \sqrt{\vec{v}_\varepsilon^2 + \vec{v}_\varphi^2} = \sqrt{A^2 \omega^2 e^{-2\omega t} + \omega^2}$$

величина в полярных координатах

$$v = |\vec{v}| = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} = \sqrt{A^2 \omega^2 e^{-2\omega t} + A^2 \omega^2 e^{-2\omega t}} =$$

$$A \omega e^{-\omega t} \sqrt{\omega^2 + \omega^2}$$