

AM 16.01.15

Заг Смир се суска по шеста за сим-слово  
 Грџва от сим-слово и нао дожиет крај на  
 шестата и с начална скорост  $v_0 = 0$ .

Намерете скороста с којо Смир ќе  
 излезе от крај на шестата (пребресва  
 се всички скороти влезна)

Реш

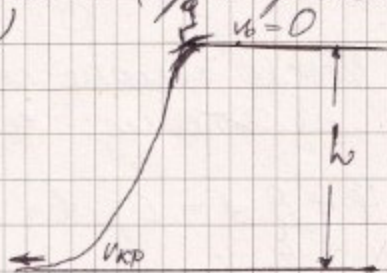
$$E = K + P = \text{const}$$

Полната енергија е равна на  
 кинетичката енергија и на  
 потенцијалната енергија

$$P_{\text{нае}} = mgh, \quad K_{\text{нае}} = 0 \Rightarrow$$

$$E_{\text{нае}} = P_{\text{нае}} = mgh$$

$$E_{\text{кр}} = K_{\text{кр}} = \frac{1}{2} m v_{\text{кр}}^2 \quad (\text{защото } h=0)$$



Обаче по закона за зачувување на енергијата

$$\Rightarrow E_{\text{кр}} = E_{\text{нае}} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} m v_{\text{кр}}^2 = mgh \Rightarrow v_{\text{кр}} = \sqrt{2gh}$$

Заг Махало. Определете периодот  $T$  на  
 махалото за мали вклоњенија от  
 вертикалата

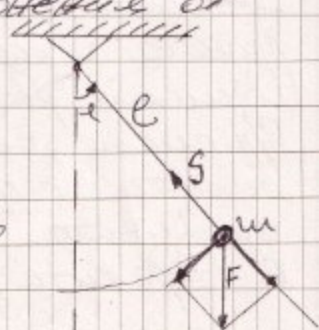
$F$  - силата на тежестта

$F = mg$ .  $F$  се разлага на  
 сила от вектори (сили)

$a_c$  - ускорение,  $S$  - сила на вожето

$v$  - брзината на вожето

$w_r$  - централно ускорение



$$\left. \begin{aligned} m \ddot{w}_x &= m(\ddot{x} - r \dot{\varphi}^2) = F \cos \varphi - G \\ m \ddot{w}_y &= m(2\dot{x}\dot{\varphi} + r\ddot{\varphi}) = -F \sin \varphi \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} -m r \dot{\varphi}^2 &= m r \cos \varphi - G \\ m r \ddot{\varphi} &= -m r \sin \varphi \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} S &= m r \cos \varphi + m r \dot{\varphi}^2 \\ \ddot{\varphi} + \frac{g}{r} \sin \varphi &= 0 \end{aligned}$$

Покаже ни как да намерим малки осцилации около равновесие  $\varphi = \pi/2$

$$\ddot{\varphi} + \frac{g}{r} \varphi = 0, \quad \varphi = A_1 \cos \sqrt{\frac{g}{r}} t + A_2 \sin \sqrt{\frac{g}{r}} t$$

$$\dot{\varphi} = -A_1 \sqrt{\frac{g}{r}} \sin \sqrt{\frac{g}{r}} t + A_2 \sqrt{\frac{g}{r}} \cos \sqrt{\frac{g}{r}} t$$

$$\text{При } t=0 \Rightarrow \varphi(0) = A_1 = 0 \text{ т.е. } \varphi = A_2 \sin \sqrt{\frac{g}{r}} t$$

$$\text{при } \dot{\varphi}(0) = A_2 \sqrt{\frac{g}{r}} = \omega_0 \Rightarrow A_2 = \omega_0 \sqrt{\frac{r}{g}}$$

$$\varphi = \omega_0 \sqrt{\frac{r}{g}} \sin \sqrt{\frac{g}{r}} t; \quad \sqrt{\frac{g}{r}} T = 2\pi \rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{r}{g}}$$

Заг. Разстоянието  $\sigma$  луната до земята

Знаейки земното ускорение  $g$ , периода на луната и радиуса на Земята, да се определи (изчисли) разстоянието  $\sigma$  Земята до Луната. Приемаме, че орбитата на Луната около Земята е кръжовост, и нека  $m$  е масата на Луната,  $M$  - масата на Земята, и  $G$  - гравитационната конста ~~та~~

Реш

$F = G \frac{mM}{r^2}$  - закон на Нютон за гравитационното привличане мжу 2 тела

При движение в полярни координати  
ускоренията са  $a_r = \ddot{r} - r\dot{\varphi}^2$ ,  $a_\varphi = 2\dot{r}\dot{\varphi} + r\ddot{\varphi}$   
( $\omega = \text{const}$  ( $\omega$  - ъглова честота))

В тази задача  $\left. \begin{array}{l} a_r = -\dot{r} - r\omega^2 \\ a_\varphi = \dot{\varphi} = \dot{\omega} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow$

$$m(-\dot{r} - r\omega^2) = -G \frac{mM}{r^2} \Rightarrow \dot{r}^3 = \frac{GM}{\omega^2} = \frac{GMT^2}{4\pi^2}$$

$$\text{Периодът } T = 28 \text{ дни и } \omega = \frac{2\pi \text{ rad}}{T \text{ sec}}$$

$g_M$  = силата с която масата  $m$  се привлича от Земята на повърхността

$$g_M = \frac{GM}{R^2} \text{ където } R - \text{ радиус на Земята}$$

$$GM = gR^2 \Rightarrow \dot{r}^3 = \frac{1}{4\pi^2} gR^2 T^2$$

$$T_{\text{sec}} = 28 \text{ дни} \times 24 \text{ часа} \times 60 \text{ мин} \times 60 \text{ сек} = 2,42 \times 10^6 \text{ sec}$$

$$R \approx 6353 \rightarrow 6384 \text{ км. Вземаме } R_{\text{сречно}} = 6371$$

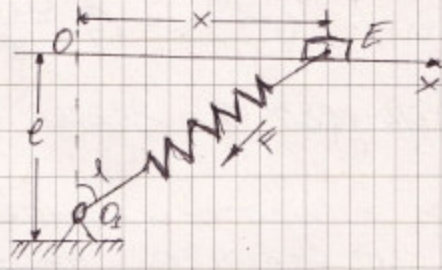
$$R = 6,37 \times 10^6 \text{ м}$$

$$\dot{r}^3 = \frac{1}{4\pi^2} \times 9,8 \times 6,37^2 \times 10^{12} \times 2,42^2 \times 10^{12} = 59 \times 10^{24} \text{ м}^3$$

$$\dot{r} = 3,89 \times 10^8 \text{ м} = 389000 \text{ км}$$

③

Зад Тяло се намира в/у гладка хоризонтална равнина. Към тялото е закрепена пружина с коефициент  $c$ , вторият край на която е закрепен към неподвижната т.О. Вължината на нерастягнатата пружина е  $l_0$ . В изследване на равновесие на тялото, вължината на пружината е  $l = l_0 + \Delta l$  т.е. при равновесното положение, силата на опън е  $F_0 = c(l - l_0)$ . Вземайки предвидимосте само линейни членове на силата, която връзва тялото  $E$ , определяте периода на малките колебания  $T_{\text{мал}}$



$$m\ddot{x} = -F \sin \varphi$$

$$\sin \varphi = \frac{x}{\sqrt{l^2 + x^2}} \Rightarrow$$

$$F = c x \frac{\text{коэффициент на пружина}}{c(\sqrt{l^2 + x^2} - l_0)} \Rightarrow$$

$$m\ddot{x} = -c x (\sqrt{l^2 + x^2} - l_0) / \sqrt{l^2 + x^2}$$

$$m\ddot{x} = \frac{cx}{\sqrt{l^2 + x^2}} (l_0 - \sqrt{l^2 + x^2})$$

Проведем линейно приближение

на  $\frac{x}{\sqrt{l^2 + x^2}}$ , защото  $c$  и  $l_0$  са const

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{l^2 + x^2}}, \quad f(x) \approx f(0) + f'(0)x, \quad f'(x) = \frac{-x}{(l^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$m\ddot{x} = \frac{cl_0 x}{e} - cx, \quad \ddot{x} = -\frac{c}{m} \left(1 - \frac{l_0}{e}\right) x$$

$$T_{\text{мал}} = \sqrt{\frac{m}{c} \left(1 - \frac{l_0}{e}\right)^{-1}} T = 2\pi \Rightarrow$$

$$T = \frac{2\pi \sqrt{me}}{\sqrt{c(e - l_0)}}$$