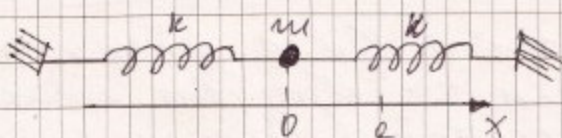


AM 14.01.15

Топче с маса m е свързано с две еднакви хоризонтални пружини с константи k , една от които е противоуположен посоки. Топчето е отклонено в равновесното си положение $x=0$ до положение $x=a$ и е пуснато без начална скорост. Намерете за колко време топчето ще се върне в равновесното си положение и с каква скорост. Визко трение се пренебрегва



Единствените две сили са на пружините

При $t=0$, $x=a$, $v=0$

$F = -2kx$ (сумата на двете сили, като силата на една пружина е синами x по отклонението, като \pm зависи от посоката)

$$|F_{\text{пруж}}| = |k \cdot \Delta x|$$

$$m = \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = -2kx \quad \text{По закона на Нютон}$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{2kx}{m} = 0, \quad x(t) = A \sin \omega t + B \cos \omega t$$

$$\omega^2 = \frac{2k}{m}$$

$$\text{При } t=0, x=a \Rightarrow x(t) = B$$

$$v = A \omega \cos \omega t - B \omega \sin \omega t = \dot{x}(t)$$

$$\text{При } t=0, v=0 = A \omega \cdot 1 \Rightarrow A=0 \Rightarrow$$

$$v = -a \omega \sin \omega t = -B \omega \sin \omega t$$

$$x = a \cos \omega t \quad (\text{or } x(t))$$

При $x = 0$: $0 = a \cos \omega t \quad | : a$
 $0 = \cos \omega t \Rightarrow \omega t = \frac{\pi}{2}$

$$t_1 = \frac{\pi}{2\omega}, \quad v_1 = -a\omega \sin \omega t = -a\omega \sin \frac{\pi}{2} \Rightarrow$$

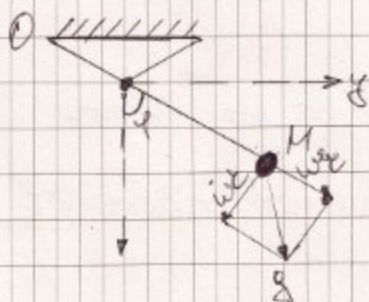
$$v_1 = -a\omega \sin \frac{\pi}{2} = -a\omega$$

Ласа M с тегло 10 Н е окачена на въже с дължина $\ell = 2\text{ м}$, т.е. образува маяк, което извършва колебания съгласно уравнението

$$\varphi = \frac{\pi}{6} \sin 2\pi t, \quad \text{където } \varphi \text{ е } \angle \text{ м/у}$$

въжето и вертикалата (в гад)

Определете омахващата T_1 и T_2 във въжето при най-ниското и най-високото положение на маякото (ласата)



Реш. Ускорението \vec{a} в момент t е:
 (движение по окръжност)

$$\vec{a}(t) = \vec{\omega} \times \vec{v} - \omega^2 \vec{r}$$

Където $\vec{\omega}$ е насочено по z и по големина е $\omega = \dot{\varphi} = \frac{\pi^2}{3} \cos 2\pi t$

$\vec{\omega}$ е насочен по $\vec{z} \Rightarrow \vec{\omega} \times \vec{v} \perp \vec{v}$
 ω -глоба скорост

\Rightarrow Свободното $\vec{w} \times \vec{E}$ не допринася за силата на висн във въжето $\rightarrow -w^2 \vec{e}$ е ускорението, което създава силата във въжето. Искаме да определим големината на това ускорение в най-ниското и в най-високото положение на тичето.

В най-ниското: $\varphi = 0$, $t = 0 + \pi i$, $i \in \mathbb{Z}$

$$w = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ при } t = 0, \text{ масата} = \frac{10 \text{ кг}}{g}$$

силата $T_1 = \text{масата} \cdot \text{ускорението} =$

$$\frac{10 \text{ кг}}{g} w^2 \vec{e} + 10 \text{ кг} = 10 \left(\frac{\sqrt{3}}{3 \cdot 9.8} \cdot 2 + 1 \right) = 32,08 \text{ Н}$$

В най-високото: $\sin 2\pi \varphi = 1$, $\varphi = \pi/6$

$$w = \frac{\sqrt{3}}{3} \cos \pi/2 = 0$$

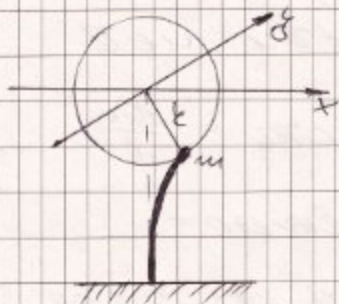
$$T_2 = \frac{10}{g} \cdot 0^2 \vec{e} + \frac{10}{g} g \cos \pi/6 = 10 \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3} \approx 8,66 \text{ Н}$$

Тичето с маса m е закрепено на края на вертикален въж от прът. Долният край на пръта е неподвижно закрепен. При малки отклонения на пръта от вертикалното му положение може да се приеме \vec{w} приблизително да човидето се движи в хоризонтална равнина Oxy . Да се определи силата, с която пръта

5

действия на тазото, когато то е отклонено от равновесното си положение в т. О, ако знаем че тазото се движи по уравненията

$$x = A \cos \omega t, \quad y = B \sin \omega t, \quad \text{където } A, B, \omega = \text{const}$$



Реш. Напираме ускорението

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -A\omega \sin \omega t \\ \ddot{x} &= -A\omega^2 \cos \omega t \\ \dot{y} &= B\omega \cos \omega t \\ \ddot{y} &= -B\omega^2 \sin \omega t \end{aligned}$$

Силата $F_x = -m A \omega^2 \cos \omega t = -m \omega^2 x$
 $F_y = -m B \omega^2 \sin \omega t = -m \omega^2 y$

Силата \vec{F} е насочена по радиуса \vec{r}

$$|\vec{F}| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = m \omega^2 \sqrt{x^2 + y^2} = m \omega^2 r$$

Топло се движи в xy равнината. За 5 вез
 узми на са разстояние $S = 24,5 \text{ м}$ и ширина S
 средствена на тренеето. Не се определя коефи-
 циентът μ на трене

Реш

Силата на трене е $F = -\mu P$, където
 $P = m \cdot g$, m - масата на тазото

1) Ускорението с което се движи е:

$$\frac{F}{m} = g$$

$$\vec{a} = \frac{F}{m} = \frac{\mu m g}{m} = \mu \cdot g$$

2) Скоростта: $v = - \int k \rho dt + v_0$, като отрицателният знак е заради смъртта

$$\Rightarrow v = -k \rho t + v_0$$

3) Закона за движение: $s(t) = \int v = -k \rho \frac{t^2}{2} + v_0 t + s_0$
където s_0 е начално положение
Премамаме че $s_0 = 0 \Rightarrow s(t) = -k \rho \frac{t^2}{2} + v_0 t$

$$s(5) = -k \rho \frac{25}{2} + 5 v_0 = 24,5$$

спира $\Rightarrow v(5) = 0 \Rightarrow$

$$0 = -k \rho 5 + v_0 \quad (\text{от } v = -k \rho t + v_0)$$

$$v_0 = k \rho 5 \Rightarrow s(t) = -k \rho \frac{t^2}{2} + k \rho 5 t$$

$$s(5) = -k \rho \frac{25}{2} + 5 k \rho 5 = 24,5 \Rightarrow k = \frac{48}{25} \rho = 0,2$$

5.