ДМ лекция 06-04-14

Ако f - дв, то f^* - двойнствената е

$$f^*(x_1 \dots x_n) = \overline{f(\overline{x_1} \dots \overline{x_n})}$$

вектор $\alpha(a_1 \dots a_n)$ то $\overline{\alpha}(\overline{a_1} \dots \overline{a_n})$; $f^*(\alpha) = \overline{f(\overline{\alpha})}$

$$1^a = \begin{cases} 1, & a=1 \\ 0, & a=0 \end{cases} = a$$

$$0^a = \begin{cases} 1, & a=0 \\ 0, & a=1 \end{cases} = \overline{a}$$

a_0	lex	a_n
0		0
0		1
⋮		⋮
1		1

Лема

В стандартната таблица на векторите от J_2^n, подредени lex, векторите α и $\overline{\alpha}$ са разположени симетрично относно средата на таблицата

$n = 1 \Rightarrow$

a_1
0
1

ср; $n=2$

a_1	a_2
0	0
0	1
1	0
1	1

ср

Док - с индукция по n

x_1	x_2	..	x_n
0	0	..	0
a_1	a_2	--	a_n
$\overline{a_1}$	$\overline{a_2}$		$\overline{a_n}$
1	1	- -	1

ср

Инд предположение

Тв Ако $h = f(g_1 \dots g_n)$ то $h^* = f^*(g_1^* \dots g_n^*)$

Сл Ако $h_1 = h_2$ то $h_1^* = h_2^*$

Сл $\overline{x \vee y} = \overline{x} . \overline{y} \Rightarrow \overline{xy} = \overline{x} \vee \overline{y}$

x	y	xy	$(xy)^*$ I ст	II ст
0	0	0	1	0
0	1	0	0	1
1	0	0	0	1
1	1	1	0	1

$(x)^* = x$

1

$\left(\overline{xy}\right)^* = \overline{x \vee y}$, аналогично $\left(\overline{x \vee y}\right)^* = \overline{xy}$

$(\overline{x \vee y})^* = \left(\overline{(x \vee y)^*}\right)^* = \overline{xy}$, ! $\overline{xy} = (\bar{x})^* \cdot^* (\bar{y})^* = \bar{x} \vee \bar{y}$

$$f \neq \tilde{0}, \quad f(x_1 \ldots x_n) = \bigvee_{\substack{\sigma_1 \ldots \sigma_n \in \{0,1\} \\ f(\sigma_1 \ldots \sigma_n) = 1}} x_1^{\sigma_1} \ldots x_n^{\sigma_n},$$

$x_1^{\sigma_1} \ldots x_n^{\sigma_n}$ – елементарни дизюнкции

Заб $\overline{x_1 x_2} = \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2$; $\overline{x_1 \ldots x_n} = \bar{x}_1 \vee \ldots \vee \bar{x}_n$

Аналогично $\overline{x_1 \vee x_2 \ldots \vee x_n} = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \ldots \bar{x}_n$

Нека $f \neq \tilde{1}$. Тогава (от $(\tilde{1})^* = 0$) $f^* \neq 0$ =>

$$f^*(x_1 \ldots x_n) = \bigvee_{\substack{\sigma_1 \ldots \sigma_n \in \{0,1\} \\ f^*(\sigma_1 \ldots \sigma_n) = 1}} x_1^{\sigma_1} \ldots x_n^{\sigma_n} = \bigvee_{\substack{\sigma_1 \ldots \sigma_n \in \{0,1\} \\ f(\bar{\sigma}_1 \ldots \bar{\sigma}_n) = 0}} x_1^{\sigma_1} \ldots x_n^{\sigma_n} \Rightarrow$$

от $\overline{x_1^{\sigma_1}} = x_1^{\bar{\sigma}_1}$

Деф f се нарича самодвойствена $\Leftrightarrow f = f^*$

$x, \bar{x}$ – самодвойствени ф-ии

Ако f е самодвойствена, то за $\forall \alpha$, $f^*(\alpha) = f(\alpha)$

т.е. $\overline{f(\bar{\alpha})} = f(\alpha)$

Тв. Ако f е самодвойствена то за $\forall \alpha \Rightarrow \overline{f(\alpha)} = f(\bar{\alpha})$

Сл Ако f не е самодвойствена то $\exists \alpha$ т.ч. $f(\alpha) \neq \overline{f(\bar{\alpha})}$

Док $\exists \alpha$ т.ч. $\overline{f(\bar{\alpha})} \neq f(\alpha) \Rightarrow f(\alpha) = f(\bar{\alpha})$

S – класът на всички самодвойствени ф-ии

Тв S е затворено

Док Ще използваме критерий за затвореност

а) π_i^n – самодвойствена

б) Ако $f, g_1 \ldots g_n$ са самодв., то $f(g_1 \ldots g_n)$ е самодв

а) $(\pi_i^n)^*(x_1 \ldots x_n) = (x_i)^* = x_i = \pi_i^n(x_1 \ldots x_n) \Rightarrow$

π_i^n е самодв. т.е. $\pi_i^n \in S$

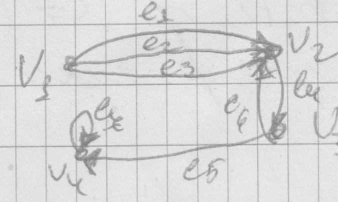
IV) Единствените пределни мн-ва са T_0, T_1, L, M, S!

Теория на крайните графи

Основни понятия в теорията на крайните мултиграфи

V - крайно мн-во елементите на което ще наричаме върхове
E - крайно мн-во елементите на което ще наричаме ребра

Краен ориентиран мултиграф се нарича тройката $G(V, E, f_G)$, където
V - върхове, E - ребра, а f_G е $f_G : E \to V^2$
f_G - свързваща ф-я. Когато $f_G(e) = (v', v'')$
$e \in E$, $v', v'' \in V$ казваме че реброто e
има за начало върха v' и край върха v''



Ако $f(e) = (v, v)$ тогава това ребро се нарича примка

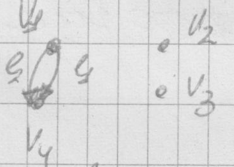
$V = \{v_1 \dots v_n\}$, $a_{ij} = |\{e \mid f_G(e) = (v_i, v_j)\}|$ - брой
! $\|a_{ij}\|_{i,j=1}^{n}$ - матр на съседства

$$\begin{array}{c} \\ a_{11} \\ a_{21} \\ a_{31} \\ a_{41} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

Деф Нека $G(V, E, f)$ е краен мултиграф. Маршрут в G наричаме редицата $v_{i_0}, e_{j_1}, v_{i_1} \dots e_{j_l}, v_{i_l}$, където $f(e_{j_p}) = (v_{i_{p-1}}, v_{i_p})$, $p = 1 \dots l$
v_{i_0} - начало, v_{i_l} - край
l - дълж на маршрута

[T6] Нека $M=\|a_{ij}\|_{i,j=1}^{n}$ е матр. на съседства за $G(V,E,f)$ и $M^{(k)}=\|a_{ij}^{(k)}\|_{i,j=1}^{n}$, k-тата степен на матр M. Тогава $a_{ij}^{(k)}$ дава броя на различните маршрути от v_i до v_j с дължина k

Деф Нека $G(V,E,f)$ е краен мултиграф. G се нарича ориентиран граф ако f е инективна ф-я.



$f(e_1)=(v_1,v_4)=f(e_2)$ - не е инективно

Ако $G(V,E,f)$ е ориентиран граф ние отъждествяваме за $\forall e$ със двойката (v',v'') за която $f(e)=(v',v'')$ т.е.
$G(V,E)$ - f е излишна $=(v_i,v_j)$ - начало и кра
$E\subseteq V^2$

Деф Нека $G(V,E)$ е ориентиран граф. Ако E е рефл. и симетр. R в V то $G(V,E)$ се нарича неориентиран граф или просто граф

Бележим