

**Диференциални уравнения и приложения с
Mathematica, Matlab и Maple**

2015/2016

Проект 2

Задача 1. Дадена е смесената задача за уравнението на струната

$$\begin{aligned}u_{tt} &= u_{xx} & 0 < x < 4, \ t > 0 \\u(0, t) &= 1 & , t > 0 \\u(4, t) &= 3 & , t > 0 \\u(x, 0) &= x \sin^2(\pi x) & , 0 < x < 4 \\u_t(x, 0) &= 0 & , 0 < x < 4.\end{aligned}$$

Решението на задачата с метода на Фурие се дава чрез формулите

$$u(x, t) = 1 + \frac{x}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \sin \frac{k\pi x}{4} \cos \frac{k\pi t}{4},$$

където

$$A_k = \frac{1}{2} \int_0^4 x \sin^2(\pi x) \cos \frac{k\pi x}{4} dx.$$

За парциалната сума $U_m(x, t)$ от първите $m = 40$ члена на реда, направете анимация от графиките на функциите $U_m(x, t_0)$ за фиксирано време t_0 , като на t_0 задавате последователно стойности от 0 до 8 със стъпка 0.125.

Задача 2. Дадена е смесената задача за уравнението на топлопроводността

$$\begin{aligned}u_t &= u_{xx} & 0 < x < 5, \ t > 0 \\u(0, t) &= (t + 3)e^{-3t} - 3 & , t > 0 \\u(5, t) &= \sin 5t & , t > 0 \\u(x, 0) &= x(5 - x)(2 - x) & , 0 < x < 5.\end{aligned}$$

Решете приближено задачата за $t \in [0, 1]$ с помощта на диференчна схема с подходяща стъпка. Направете анимация от графиките на функцията в отделните слоеве.