

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА

спец. Математика

02.07.2001 г.

Вариант 1

Задача 1. Да се намери резултантата $R(f, g)$ на полиномите f и g :

$$f = x^{2n+1} - 1, \quad g = x^{4n+3} + x^{2n+2} + 2.$$

Задача 2. Нека R е комутативен пръстен с единица и нека

$$N(R) = \{x \in R \mid \exists n = n(x) : x^n = 0\}.$$

(a) Да се докаже, че множеството $N(R)$ е идеал на R и $N(R/N(R))$ е нулевият идеал на $R/N(R)$;

(б) Да се намери $N(\mathbb{Z}_{360})$.

Задача 3. Нека n е естествено число и нека

$$H_n = \{z \in \mathbb{C}^* \mid |z|^n = z^n\}, \quad \mathbb{C}_n = \{z \in \mathbb{C}^* \mid z^n = 1\},$$

$$\mathbb{U} = \{z \in \mathbb{C}^* \mid |z| = 1\}, \quad \mathbb{R}^+ = \{z \in \mathbb{R} \mid z > 0\}.$$

(a) Да се докаже, че $\mathbb{R}^+ < H_n < \mathbb{C}^*$ и $\mathbb{U} < \mathbb{C}^*$;

(б) Да се докаже, че $H_n/\mathbb{R}^+ \cong \mathbb{C}_n$ и $\mathbb{C}^*/\mathbb{U} \cong \mathbb{R}^+$.

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ВИСША АЛГЕБРА

спец. Математика

02.07.2001 г.

Вариант 2

Задача 1. Да се намери резултантата $R(f, g)$ на полиномите f и g :

$$f = x^{2n+1} - 1, \quad g = x^{6n+4} + x^{4n+3} + x^{2n+2} + 3.$$

Задача 2. Нека R е комутативен пръстен с единица и нека

$$N(R) = \{x \in R \mid \exists n = n(x) : x^n = 0\}.$$

(a) Да се докаже, че множеството $N(R)$ е идеал на R и $N(R/N(R))$ е нулевият идеал на $R/N(R)$;

(б) Да се намери $N(\mathbb{Z}_{180})$.

Задача 3. Нека n е естествено число и нека

$$H_n = \{z \in \mathbb{C}^* \mid |z|^n = z^n\}, \quad \mathbb{C}_n = \{z \in \mathbb{C}^* \mid z^n = 1\},$$

$$\mathbb{U} = \{z \in \mathbb{C}^* \mid |z| = 1\}, \quad \mathbb{R}^+ = \{z \in \mathbb{R} \mid z > 0\}.$$

(a) Да се докаже, че $\mathbb{R}^+ < H_n < \mathbb{C}^*$ и $\mathbb{U} < \mathbb{C}^*$;

(б) Да се докаже, че $H_n/\mathbb{C}_n \cong \mathbb{R}^+$ и $\mathbb{C}^*/H_n \cong \mathbb{U}$.