

28. Интегриране на тригонометрични ф-ии

Твърдение С помощта на смяната на променливата
 $x = 2 \arctg t \Leftrightarrow t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$

пресмятането на интеграла от вида $\int R(\sin x, \cos x) dx$
в интервала $(-\pi, \pi)$ се свежда до пресмятане на интег-
рал от рационална ф-я на t

1-во: $\sin x = 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = \frac{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}}{\sin^2 \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2}} = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}} = \frac{2t}{1+t^2}$

$$\cos x = \cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2} = \frac{\cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}}{\cos^2 \frac{x}{2} + \sin^2 \frac{x}{2}} = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}} = \frac{1-t^2}{1+t^2}$$

Ако $x = 2 \arctg t$, то $dx = \frac{2}{1+t^2} dt$

$$\Rightarrow \int R(\sin x, \cos x) dx = \int R\left(\frac{2t}{1+t^2}, \frac{1-t^2}{1+t^2}\right) \frac{2}{1+t^2} dt$$