27. Интегриране на рационални ф-ии

<u>Def</u> Израз от вида $R(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$, където P и Q са полиноми се нарича рационална ф-я на x

<u>Def</u> Рационална ф-я $R(x)$ се нарича правилна, ако степента на полинома $P(x)$ е строго по-малка от степента на полинома $Q(x)$

<u>Def</u> Рационалните ф-ии от вида $\frac{A}{(x-x_1)^k}$, $A = const$

наричаме елементарни дроби от <u>I</u>-ви вид, свързани с x_1

Рационалните ф-ии от вида $\frac{Mx+N}{(x^2+px+q)^k}$, $M, N = const$, $p, q \in R$, $p^2-4q<0$

наричаме елементарни дроби от <u>II</u>-ри вид, свързани с p и q.

<u>T</u> Нека $R(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ е правилна рационална ф-я, $P(x)$ и $Q(x)$ са полиноми и

$Q(x) = (x-x_1)^{k_1}(x-x_2)^{k_2} \dots (x^2+p_1x+q_1)^{e_1}(x^2+p_2x+q_2)^{e_2} \dots$

е представянето на $Q(x)$ като произв. на взаимно прости, неразложими множители. Тогава съществуват единствени константи

$A_1, \dots, A_{k_1}$; $B_1, \dots, B_{k_2}$; $M_1 N_1, M_2, N_2, \dots, M_{e_1} N_{e_1}$;

$C_1, D_1, \dots, C_{e_2} D_{e_2}, \dots$, удовлетворяващи неравенството

$$\frac{P}{Q} = \frac{A_1}{x-x_1} + \frac{A_2}{(x-x_1)^2} + \dots + \frac{A_{k_1}}{(x-x_1)^{k_1}} + \frac{B_1}{(x-x_2)} + \frac{B_2}{(x-x_2)^2} + \dots + \frac{B_{k_2}}{(x-x_2)^{k_2}}$$

$$+ \dots + \frac{M_1x+N_1}{x^2+p_1x+q_1} + \frac{M_2x+N_2}{(x^2+p_1x+q_1)^2} + \dots + \frac{M_{e_1}x+N_{e_1}}{(x^2+p_1x+q_1)^{e_1}} +$$

$$+ \frac{C_1x+D_1}{x^2+p_2x+q_2} + \frac{C_2x+D_2}{(x^2+p_2x+q_2)^2} + \dots + \frac{C_{e_2}x+D_{e_2}}{(x^2+p_2x+q_2)^{e_2}} + \dots$$