26. Примитивна ф-я – дефиниция и свойства. Теореми за интегриране по части и смяна на променливите.

Def. Казваме, че F е примитивна ф-я на f в интервала Δ, ако дефиниционните области на F и f съдържат Δ и $F'(x) = f(x)$ за $\forall x \in \Delta$

T Ако F е примитивна ф-я на f в интервала Δ, то за произволна константа C ф-ята $F+C$ е примитивна на f в Δ.
Обратно, ако Φ е примитивна на f в Δ, то съществува константа C такава, че $\Phi(x) = F(x) + C$

Д-во: $(F+C)' = F' = f(x)$ за $\forall x \in \Delta$

$(\Phi - F)' = \Phi' - F' = f' - f' = 0$ за $\forall x \in \Delta \Rightarrow \exists C = const.$, такава че $\Phi - F = C$

Def. Изразът $F(x) + C$, където F е примитивна на f в Δ, а C – произв. константа, ще наричаме неопределен интеграл на f : $\int f(x)dx$

$\int f(x)dx = F(x) + C \Leftrightarrow F'(x) = f(x)$ за $\forall x \in \Delta$

Най-прости правила за интегриране

1) $\int k f(x) dx = k \int f(x) dx$, $k = const$

2) $\int (f(x) \pm g(x)) = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$

3) Ако $\int f(x) dx = F(x) + C$, то $\int f(\varphi(t)) \varphi'(t) dt = F(\varphi(t)) + C$