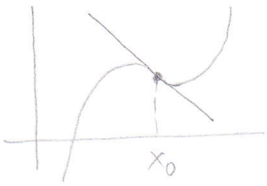
## 24. Инфлексни точки. Неравенство на Йенсен и приложения.

**Def.** Точката $x_0$ се нарича инфлексна за $f$, ако съществува интервал $\Delta = (x_0-\delta, x_0+\delta)$, съдържащ се в дефиниционната ѝ област, така че в лявата му част $f(x)$ – изпъкнала, а в дясната $(x_0, x_0+\delta)$ – вдлъбната или обратното.




в ляво $f'$ – монотонно растяща
в дясно $f'$ – монот. намаляваща

Ако точката $x_0$ е инфлексна за $f$, то производната $f'(x)$ има в тази точка локален екстремум.

Ако $f$ притежава втора производна в т. $x_0$ и $x_0$ е инфлексна точка, то $f''(x_0)=0$

### Неравенство на Йенсен (I форма)

Нека $f$ – изпъкнала ф-я. Тогава за всеки $n$ точки от дефиниционната област и всеки $n$ реални числа $p_1, \dots, p_n$, удовлетворяващи условията $p_1 \ge 0, \dots, p_n \ge 0$; $p_1 + \dots + p_n = 1$ е изпълнено неравенството:

$$f(p_1x_1 + \dots + p_nx_n) \le p_1f(x_1) + \dots + p_nf(x_n)$$

### Неравенство на Йенсен (II форма)

Нека $f$ – изпъкнала ф-я. Тогава за всеки $n$ точки от дефиниционния интервал и за всеки $n$-неотрицателни реални числа е изпълнено неравенството:

$$f\left(\frac{p_1x_1 + \dots + p_nx_n}{p_1 + \dots + p_n}\right) \le \frac{p_1f(x_1) + \dots + p_nf(x_n)}{p_1 + \dots + p_n}$$