# 15. Производна на сложна и обратна ф-я. Диференциране на елементарните ф-ии.

## Производна на съставена ф-я

**Т** Нека $f: (\alpha, \beta) \to (a, b)$ и $g(y): (a, b) \to R$ – диференцируеми.
Тогава $F(x) = g(f(x))$ – диференцируема и

$$F'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$$

1-во: Фиксираме произв. т. $x \in (\alpha, \beta)$. Тогава ???

## Производна на обратна ф-я:

**Т** Нека $f(x): (a, b) \to \mathbb{R}$ е строго монотонна и нека $g(y)$-нейната обратна. Ако $f$ – диференцируема в $(a, b)$ и $f'(x) \gtrless 0$ за $\forall x$, то $g(y)$ е диференцируема и $g'(f(x)) = \frac{1}{f'(x)}$

1-во: Ако $g$ – дифер., то $\boxed{\text{Т1}}$ диференцирайки $g(f(x)) = x$, получаваме $g'(f(x)) = \frac{1}{f'(x)}$

## Производни на елементарни ф-ии.

$(x^n)' = n x^{n-1}$

$(e^x)' = e^x$

$(\ln x)' = \frac{1}{x}$

$(\cos x)' = -\sin x$

$(tg\, x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$

$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$(arctg\, x)' = \frac{1}{1+x^2}$

$$(sh\, x)' = \left(\frac{1}{2}(e^x - e^{-x})\right)' = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}) = ch\, x$$

$$(ch\, x)' = \left(\frac{1}{2}(e^x + e^{-x})\right)' = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x}) = sh\, x$$

$$(th\, x)' = \left(\frac{sh\, x}{ch\, x}\right) = \frac{1}{ch^2 x}$$