

ДЕТЕРМИНАНТИ ОТ
ВТОРИ И ТРЕТИ РЕД
Да разгледаме системата
от две линейни уравнения
с две неизвестни

Преобразуваме тази
система по познат
начин, като най-напред с
цел да елиминираме
неизвестното U
умножаваме уравненията
съответно с B_2 и с $-B_1$
след което ги събираме
почленно. Получаваме

Аналогично намираме

При условие че $A_1B_2 - A_2B_1 = 0$, ще имаме

Непосредствената
проверка показва, че
двойката числа X и U
определени от
равенствата, е решение на
системата.
В този случай, когато
числото е

Различно от нула
намереното решение е
единствено.
Изразът $A_1B_2 - A_2B_1$ се
среща често и затова е
целесъобразно той да
получи съответно
означение и
наименование. Прието е
означението

При това записване
числата a_1, b_1, a_2, b_2 са
подредени в два
хоризонтални реда и два
вертикални стълба и
образуват една квадратна
таблица:

Която се нарича
квадратна матрица от
втори ред.
По такъв начин на всяка
квадратна матрица от
втори ред чрез
равенството се съпоставя
едно число, което се
нарича детерминанта на
тази матрица. В случая
говорим за детерминанта
от втори ред, като числата
 a_1, b_1, a_2, b_2 от матрицата
се наричат елементи на
съответната
детерминанта. Развитие
на детерминанта се
получава, като от
произведението a_1b_2 на
елементите от главния
диагонал извадим
произведението a_2b_1 на

елементите от втория
диагонал.
За да дефинираме
детерминанти от трети
ред ще разгледаме
системата от три линейни
уравнения с три
неизвестни:

С цел да елиминираме
неизвестните
умножаваме първото
уравнение с $-B_2$, второто
с $-B_1$, третото с B_3 ,
след което събираме
почленно новополучените
уравнения.
Така стигаме до
уравнението

Където

Коефициентът пред
неизвестните от
последните три
уравнения с един и същ
и е прието да се означава
по следния начин.

Чрез равенството на всяка
квадратна матрица от
трети ред се съпоставя
еднозначно определено
число, което се нарича
детерминанта на тази
матрица. В случая
говорим за детерминанта
от трети ред, като числата
 $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2, a_3, b_3, c_3$
се наричат елементи на
детерминанта.
За развитието на
детерминанти от трети
ред използваме следните
две схеми в които
елементите, влизащи в
един член от развитието
на детерминанта с
посочения знак са
съединени с отсечки

ДЕТЕРМИНАНТИ ОТ p -
ТИ
РЕД. ПОДДЕТЕРМИНАН
ТИ И АДЮНГИРАНИ
КОЛИЧЕСТВА

За да открием общия
закон, по който се
образуват развитията на
детерминантите чрез
елементите на
съответните им
матрици, тези елементи
ще записваме с една и
съща буква, придружена с
два индекса. Първият
индекс ще означава

номера на реда, на който
принадлежи дадения
елемент, а вторият
индекс-номера на
съответния стълб. Така
например a_{12} ще
означава елемент от
първия ред и втория
стълб, а изобщо
-елемент от i -ред и k -тия
стълб.
Квадратната матрица от
 p -ти ред се нарича
детерминанта, която се
получава от p чрез
преминаване на реда и
стълба, съдържащи този
елемент. Например
поддетерминанта на
елемента от третия ред
и втория стълб на A ще
бъде детерминанта

И да образуваме всички
възможни произведения
от по p елемента на тази
матрица, взети по един от
всеки ред и от всеки
стълб.
Под детерминанта от
 p -ти ред на матрицата ще
разбираме сбора от
възможните
произведения.
Развитието на
детерминанта от p -ти ред
е алгебричен сбор от
събираеми, всяко едно от
които представлява
произведение от
елемента, взети точно по
един от всеки ред и всеки
стълб.
Пресмятането на
детерминантите се
облекчава чрез
използването на някои
техни свойства.
Всяка детерминанта от
ред може да се изрази
чрез детерминанти от
От това свойство ще
следва, че пресмятането
на една детерминанта от
ред може да се сведе до
пресмятането на
детерминанта от по-ниски
редове.
Като знаем, всеки член от
развитието на
детерминанта съдържа
като множител точно по
един елемент от всеки ред
и стълб. Нека сега да
означава произволен
елемент на
детерминанта

От членовете в
развитието M_{ik} , съдържащи

елемента a_{ik} да изнесем
този елемент пред
скоби. Изразът в скобите
се нарича адюнгирано
количество на елемента
и се означава с A_{ik} . Не
съдържа елементи от
ред i
и стълб k . Произведението
на елемента a_{ik} и
неговото адюнгирано
количество изчерпва
всички членове от
развитието на
детерминанта, които
съдържат като множител
елемента a_{ik} .

МАТРИЦИ. ОПЕРАЦИИ
С МАТРИЦИ

Под матрица от тип
Разбираме правоъгълна
таблица от
числа, разположени
реда и стълба. При
матрицата се нарича
квадратна матрица от
ред. С главни букви
означаваме матриците.
Равенство между две
матрици се разбира
матриците
и B са равни
тогава и само
тогава, когато са от един
и същ тип $m \times n$ и имат
съответно равни елементи

В същност всяка матрица
представлява функция на
две променливи, всяка от
които приема краен брой
стойности. В нашите
означения матрицата
е функция на
променливите
Всяка
матрица, елементите на
която са равни на нула, се
нарича нулева
матрица. Нулевите
матрици означаваме с
Ако A и B са

Означаваме матрицата
, която наричаме
противоположна матрица
на A .
Относно операциите
събиране на матрици и
умножение с число
матриците от даден тип
могат да се разглеждат
като елементи на
-мерно векторно
пространство, считайки, че
елементите на всяка
матрица от този тип са
записани в един
хоризонтален ред. Ясно е
тогава, че свойствата на
операциите събиране на
вектори и умножаване на

вектори с число остават в сила и за съответните действия с матрици. Произведението на матрицата с матрицата дефинирано само в случая, когато броя на редовете на втория множител е равен на броя на стълбовете на първия множител. В частност произведение на две квадратни матрици от един и същ ред винаги съществува и е квадратна матрица от същият ред, като същото, разбира се, се отнася и за техния сбор. Под диагонална матрица ред се разбира всяка матрица от $n \times n$, за която елементите извън главния диагонал са равни на нула. Диагоналната матрица, за която елементите извън главния диагонал са равни помежду си, се нарича скалярна матрица. В частност нулевата матрица е скалярна. Скалярните матрица комутират с всяка матрица от същия ред.

ОБРАТНА МАТРИЦА И МАТРИЧНИ УРАВНЕНИЯ

Една квадратна матрица се нарича обратима, когато съществува матрица B , така че да е в сила равенството $AB = BA = E$. Квадратна матрица A е не особена, когато нейната детерминанта е различна от нула. Ако A матрицата се нарича особена. Тъй като при умножаване на квадратните матрици се умножават съответните детерминанти, ясно е, че произведението на особена матрица с произволна матрица е особена матрица. Оттук следва, че особените матрици не са обратими. И така всяка обратима матрица е не особена. Условието една матрица да е не особена е необходимо и достатъчно, за да бъде тази матрица обратима. Обратимата матрица на произведение се намира като се образува произведението на

обратните матрици на множителите в обратен ред.

СИСТЕМИ ЛИНЕЙНИ УРАВНЕНИЯ-МЕТОД НА ГАУС. ФОРМУЛИ НА КРАМЕР

Детерминантите от ред, също както и в случаите и $n \times n$, могат да бъдат използвани за решаване на системи линейни уравнения. Сумата от произведенията на елементите от един ред на детерминантата са адюнгираните количества на съответните елементи от друг ред е равна на нула. Под решаване на системата, както знаем от елементарната математика, се разбира всяка n -торка от стойности на неизвестните, които заместени в уравненията на системата, удовлетворяват всяко едно от тях. Ако системата има поне едно решение, че тя е съвместима. В случай, когато системата няма решения, тя се нарича не съвместима. Когато детерминантата на системата е различна от нула, тази система има едно единствено решение, което се определя от формулите на Крамер

Доказателството за единственост на решението на система при условието $\Delta \neq 0$, използвахме развития по стълбове, а при доказателство за съществуване на решение използвахме развитие по редове. Формули на Крамер се прилагат само в случая, когато детерминантата на системата е различна от нула. Значението на формулите на Крамер се състои главно в това, че в случаите, когато са приложими, те дават явен израз за решението на системата. Практическата приложимост на тези формули обаче е

ограничена тъй като изисква извършването на твърде дълги пресмятания.

РЕАЛНО ВЕКТОРНО ПРОСТРАНСТВО. ЛИНЕЙНА ЗАВИСИМОСТ И НЕЗАВИСИМОСТ

-МЕРНИ ВЕКТОРИ
-мерно векторно пространство е съвкупността от наредени n -торки числа, разглеждана заедно с двете операции събиране на два елемента от V и умножение на елемент от V с число. Всеки елемент v се нарича n -мерен вектор, а числата

$v_1, v_2, \dots, v_n$ се наричат координати на вектора v . Равенство на два вектора се разбира, като равенство между двете координати. С други думи два вектора са равни тогава и само тогава, когато техните координати са равни

Векторът, на който всички координати са равни на нула се нарича нулев вектор. Векторът се нарича противоположен вектор на v и се означава $-v$. Координатите на векторите и числата c които ги умножаваме, са реални, ще разглеждаме n -мерното векторно пространство над реалните числа. Основните резултати обаче ще остават в сила и за n -мерното векторно пространство над полето на комплексните числа. В n -мерното векторно пространство не се дефинира умножение на два вектора. Обаче по отношение на въведените действия събиране на вектори и умножение на вектор с число, както виждаме, са в сила обичайните закони и свойства, които познаваме от действията с числа.

n -мерните вектори се интерпретират геометрично при $n=1, 2, 3$ и са насочени отсечки в равнината и в пространството.

n -мерните векторни пространства при $n \geq 4$ не допускат непосредствено геометрично тълкуване, но аналогия с геометрията и тук е полезна.

РАНГ НА СИСТЕМА ВЕКТОРИ И РАНГ НА МАТРИЦИ

Под ранг на една система вектори ще разбираме максималния брой линейно независими вектори от системата. Ако рангът на системата вектори е равен на n , то в системата има n брой линейно независими вектора и всеки вектор от системата се изразява линейно чрез тези вектора. Щом като означава ранга на системата, от определението за ранга на система вектори следва непосредствено, че системата съдържа на брой линейно независими вектора. Без ограничение на общността можем да считаме, че първите вектора са линейно независими. Ако в системата има n брой линейно независими вектора и всеки вектор от системата се изразява линейно чрез тях, системата има ранг n . Без ограничение на общността можем да считаме, че първите вектора на системата удовлетворяват условието на теоремата. Всеки две максимални линейно независими подсистеми на системата се състоят от един и същ брой вектори, равен на ранга на системата. Ако една система вектори се изразяват линейно чрез векторите на друга система, рангът на първата система не надминава рангът на втората система. Матрицата A има ранг r , ако поне един минор от ред r принадлежаш на A , от ред $r+1$ са равни на нула. Рангът на матрицата представлява най-високият ред на различните от нула минори, принадлежащи на матрицата. Системите вектори-редове и вектори-

стълбове на матрицата имат един и същ ранг равен на ранга на матрицата. Елементарните преобразувания не променят ранга на матрицата.

ТЕОРЕМА НА РУШЕ ЗА СИСТЕМИ ЛИНЕЙНИ УРАВНЕНИЯ.СИСТЕМИ ЛИНЕЙНИ ХОМОГЕННИ УРАВНЕНИЯ

Теорема на Руше.Системата линейни уравнения е съвместима тогава и само тогава,когато рангът на разширената матрица е равен на ранга на матрицата.

Теоремата на Руше дава пълен отговор на въпроса за съществуване на решения на системата,но не ни дава начин за намиране на всички решения,когато такива съществуват.

От теоремата на Руше следва,че тази система е винаги съвместима,защото разширената и матрица се получава от матрицата ,образуване от коефициентите пред неизвестните на системата,чрез добавяне на нулев стълб. Съвместимостта на хомогенната система обаче е очевидна,тъй като всяка хомогенна система притежава нулевото решение.

Когато броят на уравненията на хомогенната система е по малък от броя на неизвестните,системата винаги има нулеви решения.

Множеството на решенията на хомогенната система,разглеждано като подмножество на n -мерното векторно пространство ,може да се избере крайна максимална линейно независима система от решения.Всяка такава система от решения се нарича фундаментална система от решения на хомогенната система. Ако рангът на матрицата от коефициентите на хомогенната система е по-малък от броя на

неизвестните то всяка фундаментална система решения се състои от линейно независими вектора.

ЕВКЛИДОВО -МЕРНО ВЕКТОРНО ПРОСТРАНСТВО.МЕТОД НА ГРАМ И ШМИД ЗА ОРТОГОНАЛИЗАЦИЯ

Всяко линейно реално пространство,разглеждано о съвместимо с въведеното в него скалярно умножение, се нарича евклидово пространство.

Пространството от n -мерните вектори с реални

координати,разглеждано съвместимо с операцията скалярно умножение е евклидово пространство.Това пространство се нарича n -мерно векторно евклидово пространство.Евклидовото пространство е n -мерно,когато то е n -мерно,разглеждано като линейно пространство.

Всяко n -мерно евклидово пространство притежава ортогонален,а следователно и ортонормиран базис. Чрез методът на Грам и Шмид за ортогонализация,който от произволен базис на всяко крайно-мерно евклидово пространство можем да построим ортогонален базис на същото пространство.

Методът на Грам и Шмид за ортогонализация представлява и доказателство за съществуване на ортогонален базис във всяко крайно-мерно евклидово пространство,като при това всеки нулев вектор от пространството може да бъде включен в някакъв ортогонален базис.

ЛИНЕЕН ОПЕРАТОР.МАТРИЦА НА ЛИНЕЕН ОПЕРАТОР В линейното пространство е зададен линеен оператор ,когато на всеки елемент е съпоставен еднозначно

елемент също от ,който ще наричаме образ при оператора и ще пишем ,така че да са изпълнени следните две условия за линейност:адитивност;хомогенност. Линеините оператори представляват линейни изображения на пространството в себе си. Ако е базис в n -мерното линейно пространство и са произволни вектори от съществува еднозначно определен линеен оператор ,който привежда векторите

от базиса съответно във векторите . Всеки вектор се определя еднозначно координати и линейният оператор се задава с вектора от ,ясно е ,че линейният оператор в ще се задава спрямо фиксиран базис с на втора на броя числа.Координатите на векторите могат да бъдат подредени в квадратна матрица,която ще наричаме матрица на линейния оператор относно базиса .Всеки линеен оператор действащ в n -мерното линейно пространство , при даден базис еднозначно съществува квадратна матрица от n -ти ред и всяка такава матрица може да се разглежда като матрица на линеен оператор в .

СОБСТВЕНИ СТОЙНОСТИ И СОБСТВЕНИ ВЕКТОРИ НА ЛИНЕЕН ОПЕРАТОР

Един вектор се нарича собствен вектор на оператора ,когато и съществува скалар .Числото се нарича собствено значение на оператора ,отговарящо на собствения вектор .Всяко собствено значение на линейния оператор с характеристичен корен на неговата матрица. Ако е скалар,удовлетворяващ характеристичното уравнение, то е

собствено значение на линейния оператор . Произведението от собствените значения

На линейния оператор , действащ n -мерното комплексно линейно пространство ,е равно на детерминантата на неговата матрица . За всеки линеен оператор с прост спектър съществува базис, спрямо който матрицата на оператора е диагонален.

ПРОСТРАНСТВО НА СОБСТВЕНИТЕ ВЕКТОРИ.АФИННИ ОПЕРАЦИИ С ВЕКТОРИ

Множеството от всички равни помежду си насочени отсечки наричаме свободен вектор.Свободните вектори се означават с малки букви.Един свободен вектор се определя с кой да е свой елемент .Именно,ако е дадена насочена отсечка ,то множеството от всички насочени отсечки,равни на ,е свободен вектор с представител .Под дължина на насочената отсечка ще разбирате дължината на насочената отсечката .Под дължина на свободния вектор се разбира дължината на насочената отсечка .Дължината на свободния вектор ще означаваме с .Понятието нулев свободен вектор е множество от всички нулеви насочени отсечки.Означава се с . е свободен вектор с представител насочената отсечка ,то свободния вектор с представител насочената отсечка се означава с и се нарича противоположен свободен вектор на свободния вектор .Свободни вектори,чийто представители в една точка лежат на една права,наричаме колинеарни.Оттук следва,че нулевият вектор е колинеарен на всеки вектор. Сума на два дадени свободни вектора и наричаме свободния вектор получен като:пренасяме вектора

в произволна точка ,получаваме насочена отсечка ,в точката пренасяме вектора и получаваме насочена отсечка ,насочената отсечка наричаме сума на насочените отсечки и . Множеството на свободните вектори е векторно пространство над полето на реалните числа.

Операциите събиране на вектори и умножение на вектор с число се наричат афинни операции с вектори.

АФИННА КООРДИНАТНА СИСТЕМА В РАВНИНАТА И ПРОСТРАНСТВОТО.КООРДИНАТИ НА ТОЧКИ И ВЕКТОРИ

Афинна координатна система в равнината наричаме наредена двойка от пресичащи се координатни оси , с общо начало .От определенията следва,че векторите , не са колинеарни,следователно са линейно независими. В афинната координатна система двете координатни оси разделят равнината на четири ъгъла,които се наричат квадранти.

Наредената двойка числа наричаме афинни координати на точката относно афинната координатна система .Числото наричаме абциса,а ордината на точката . Равните насочени отсечки имат равни координати. е вектор с

представител насочената отсечка .Координати на вектора наричаме координатите на неговия представител . Координатите на вектор,който е линейна комбинация на вектори,са същите линейни комбинации от координатите на векторите.

Афинна координатна система в пространството наричаме наредена тройка от не лежащи в една равнина координатни оси,с общо

начало.От определенията следва,че векторите са линейно независими. Наредена тройка числа наричаме афинни координати на точката относно афинната координатна система. Третата координата се нарича апликата на точката .

СКАЛАРНО ПРОИЗВЕДЕНИЕ НА ДВА ВЕКТОРА

Скалярно произведение на нулевите вектори , наричаме произведението от дължините им и косинуса на ъгъла ,заклучен между тях.Скалярното произведение на нулевия вектор с кой да е вектор по определение считаме числото .Ако двата вектора са равни,скалярното произведение е равно на квадрата от дължината на вектора.

Два нулеви вектора са перпендикулярни точно когато тяхното скалярно произведение е нула. Множеството от свободните вектори с евклидово векторно пространство.

ДЕКАРТОВА КООРДИНАТНА СИСТЕМА В РАВНИНАТА И ПРОСТРАНСТВОТО.ФОРМУЛИ ЗА ДЪЛЖИНАТА НА ВЕКТОР И РАЗСТОЯНИЕ МЕЖДУ ДВЕ ТОЧКИ

Афинна координатна система за която:трите координатни оси са перпендикулярни; ;се нарича (ортонормирана) декартова координатна система,съответно ортонормиран репер в пространството. Координатите равнини разделят пространството на осем октанта. Скалярното произведение е число.Ако двата вектора са равни,скалярното произведение е равно на квадрата от дължината на вектора

Величината се нарича скаларен квадрат или норма на вектора .За дължината на вектор имаме формулата

Ако в равнината е фиксирана Декартова координатна система и спрямо нея

то за скалярното произведение на тези вектори важи формулата.

ВЕКТОРНО ПРОИЗВЕДЕНИЕ НА ДВА ВЕКТОРА.ФОРМУЛИ ЗА ЛИЦЕ НА УСПОРЕДНИК И ТРИЪГЪЛНИК

Във векторното пространство ще дефинираме една нова операция с векторите,която ще наричаме векторно или външно умножение на два вектора.Означава се с Векторното произведение не зависи от ортонормираната координатна система. Ако векторите и са колинеарни,тяхното векторно произведение

Векторът е перпендикулярен на двата вектора , . Векторите , , образуват положително ориентирана тройка вектори,ако , не са колинеарни. Големината на векторното произведение е равна на лицето на успоредника,построен във векторите , . Два нулеви вектора са колинеарни точно когато тяхното векторно произведение е равно на нула.В различни приложения се срещат двойните векторни произведения от вида

Двойното векторно произведение на три вектора е равно на средния вектор умножен със скалярното произведение на другите два вектора,минус другия вектор в скобата,умножен със скалярното

произведение на останалите два вектора. Множеството на свободните вектори в тримерното евклидово векторно пространство е алгебра на .

СМЕСЕНО ПРОИЗВЕДЕНИЕ НА ТРИ ВЕКТОРА.ФОРМУЛИ ЗА ОБЕМ НА ПАРАЛЕПИПЕД И ТЕТРАЕДЪР

Под смесеното произведение на три вектора , , ,взети в този ред,разбираме числото

Смесеното произведение на три вектора е равно на ориентирания обем на призмата, построена върху тези вектори. Смесеното произведение на три вектора е нула точно когато векторите са компланарни.Следователно условието за компланарност на векторите:

Е

ПАРАМЕТРИЧНИ УРАВНЕНИЯ НА ПРАВА В РАВНИНА.УРАВНЕНИЕ НА ПРАВА ПРЕЗ ДВЕ ТОЧКИ

Параметричните уравнения на права,минаваща през точка и колинеарна на вектор.Една права може да се определи с точка и вектор ,колинеарен на .Произволна точка лежи на правата точно когато векторът е колинеарен на вектора условието за което е съществуването на число такова,че да бъде изпълнено векторното равенство

Когато точката обхожда правата в двете и посоки,числото обхожда интервала и обратно.Спрямо афинната координатна

система в равнината
Понеже векторът има координати

откъдето получаваме

Тези уравнения наричаме скаларни параметрични уравнения на правата ,определена с точката и колинеарния и вектор Правата е определена с точките , зададена спрямо афинната координатна система

Или при

ОБЩО УРАВНЕНИЕ НА ПРАВА В РАВНИНАТА.ВЗАИМНО ПОЛОЖЕНИЕ НА ДВЕ ПРАВИ В РАВНИНАТА
Координатите на произволна точка от права в равнината удовлетворява уравнението:

в което поне един от коефициентите на е различен от нула.

Обратно всяко уравнение при допълнителното условие е уравнение точно на една права в равнината.
Векторът е колинеарен на правата с уравнение:

точно когато е изпълнено условието

Правите : се пресичат точно когато

са успоредни точно когато

съвпадат точно когато

Правите и са успоредни или съвпадат точно когато векторите са колинеарни.Поради двете прави притежават еквивалентни уравнения и значи съвпадат.
Две прави , с ъглови коефициенти , са:успоредни или съвпадат точно когато перпендикулярни точно когато

ДЕКАРТОВО УРАВНЕНИЕ НА ПРАВА В РАВНИНАТА.ОТРЕЗОВО УРАВНЕНИЕ НА ПРАВА В РАВНИНАТА
Даден е векторът спрямо афинната координатна система,колинеарен на правата .Правата е успоредна на точно когато .В случай че правата не е успоредна на оста ,числото

Наричаме ъглов коефициент на правата.Той не зависи от случайно избрания вектор .Действително нека е друг вектор,колинеарен на правата. То координатите им са пропорционални. Ако правата е зададена с двете различни точки ,то ъгловият и коефициент се дава с формулата

Ако координатната система е ортонормирана.Формулит е и сега са в сила,но в този случай може да се даде една геометрична интерпретация на ъгловия коефициент.
Уравнение от видът(при ортонормираната система)

наричаме декартово уравнение на права по името на френския математик Р.Декарт,когото считат за създател на аналитичната геометрия.
Правата не минава през началото на координатната система и

пресича координатните оси. Е пресечната точка на с оста ,а е пресечна точка с оста .Оттук следва,че и има уравнение

което е еквивалентно на уравнението:

Това уравнение наричаме отрезово уравнение на права.Числата се наричат отрезки на правата от координатните оси. Всяка права притежава отрезово уравнение.

НОРМАЛНО УРАВНЕНИЕ НА ПРАВА В РАВНИНАТА.ФОРМУЛА ЗА РАЗСТОЯНИЕ ОТ ТОЧКА ДО ПРАВА
е равнина,която през началото на ортонормираната система .С означаваме петата на перпендикуляра,спуснат от началото към равнината ,и са ъглите,които векторът сключва с координатните оси .
Една точка лежи в равнината точно когато векторите са перпендикулярни. Понеже има координати последното равенство е еквивалентно на:

Това уравнение се нарича нормално уравнение на равнината .В него коефициентите на са координати на единичен нормален вектор на равнината,насочен от началото към равнината,и координатната система е ортонормирана.Свободния член е отрицателно число.

КОМПЛЕКСНИ ЧИСЛА
Под комплексно число се разбира наредена двойка реални числа,първото от които се нарича реална част,а второто -имагинерна част на това комплексно число.

Ако ,комплексното число се отъждествява с реалното число .Множеството комплексни числа съдържа множество на реалните числа.
Комплексното число е равно на нула,ако За комплексните числа се дефинират действията събиране и умножаване

При операциите с комплексни числа особена роля играе числото,което се нарича имагинерна единица и се бележи с .

ПОЛИНОМИ.ОПЕРАЦИИ С ПОЛИНОМИ
Функция от вида

където са дадени числа,се наричат полином от степен n относно .
Необходимо и достатъчно условие полиномите

да са тъждествено равни е да са от една и съща степен и коефициентите пред съответните степени на да са равни.
Всеки полином от степен n има точно n нули.Ако полиномът е с реални коефициенти и има за нула комплексното число $a+bi$ е също нула на полинома.

УРАВНЕНИЕ НА ОКРЪЖНОСТ
Окръжността е множество от точки в една равнина,равноотдалечени от дадена точка в същата равнина,наречена център на окръжността.Дължината на разстоянието,на което отстои всяка точка от окръжността до центъра и,се нарича радиус на окръжността.
Нека е радиус на окръжността и спрямо ортонормирана координатна система е даден центърът и .Ако е произволна точка от окръжността,то

дефиниционното множество на окръжността

е еквивалентно на следното координатно пространство:

Това уравнение се нарича нормално уравнение на окръжността. Уравнението е уравнение на окръжност тогава и само тогава,когато е изпълнено неравенството

Ако центърът на окръжността е в началото на координатната система,от

Това уравнение се нарича централно уравнение на окръжност.Ако радиусът на окръжност е единица,то окръжността се нарича единична,

Окръжността минава през началото точно когато

ЕЛИПСА

Ако в равнината са дадени не инцидентни права и точка ,разстоянието между които е .Ще изследваме множество от точки в равнината,за които отношението на разстоянията до и е постоянно и равно на положителното число

Ако .Тогава и като разделим

получаваме

Това уравнение нарича канонично уравнение на елипса.В този случай разглежданото множество от точки се нарича елипса.

От каноничното уравнение на елипсата се вижда,че ако лежи на елипсата,то същото се отнася и за точките Това означава, че елипсата е симетрично разположена спрямо координатните оси и началото . Елипсата пресича координатните оси в точките

Които се наричат върхове на елипсата. Отсечката с дължина се нарича голяма ос на елипсата,а отсечката с дължина -малка ос. се нарича център на елипсата.

ХИПЕРБОЛА

Ако в равнината са дадена не инцидентни права и точка ,разстоянието между които е .Ще изследваме множеството от точки в равнината,за които отношението на разстоянията до и е постоянно и равно на положителното число

Ако .Тогава и като разделим отново

Получаваме

В този случай разглежданото множество от точки се нарича хипербола,а уравнението канонично уравнение за хипербола.От каноничното уравнение на хипербола се вижда,че тя е симетрично разположена в четирите квадранта. Хиперболата с каноничното уравнение за хипербола пресича само оста ,която се нарича реална ос,а оста се нарича имагинерна ос.Пресечните точки на хиперболата с оста имат координати

и се наричат върхове на хиперболата.Началото

се нарича център на хиперболата,а правите с уравнения.

Асимптоти на хиперболата. При хиперболата се нарича равномерна.При равномерната хипербола и само при нея асимптотите са перпендикулярни,поради което равнораменната хипербола се нарича понякога правоъгълна.

ПАРАБОЛА.КРИВИ ОТ ВТОРА СТЕПЕН

Ако в равнината са дадени не инцидентни права и точка ,разстоянието между които е .Ще изследваме множеството от точки в равнината за които отношението на разстоянията до и е постоянно и равно на положително число :

Ако .Сега

Има вида

В този случай разглежданото множество се нарича параболата,а уравнението

Канонично уравнение на параболата.Каноничното уравнение на параболата показва,че тя е симетрично разположена спрямо оста ,която се нарича ос на параболата.От следва,че параболата е разположена само в първи и четвърти квадрант. Точката се нарича връх на параболата, -върхова тангента на параболата. Тангентата към крива от втора степен в точката и е граничното положение на секущата ,когато клони към оставайки постоянно върху крива.

Пет точки в равнината,никои четири от които не лежат на една права,определят точно една крива от втора степен,която минава през тях.Кривата е изродена точно когато три от точките са колинеарни. Когато петте точки са разположени на две прави.Тогава кривата е изродена и се състои от двете прави.

ЗАБЕЛЕЖИТЕЛНИ ПОВЪРХНИНИ ОТ ВТОРА СТЕПЕН

Елипсоид.Метрично канонично уравнение на елипсоида е

За произволна точка от елипсоида имаме

Елипсоидът е симетрично разположен спрямо началото на координатната система,която се явява единственият му център. Координатните оси пресичат елипсоида в точките

,които се наричат върхове на елипсоида.Координатнит е оси се наричат оси на елипсоида. При елипсоида се нарича триосен,като е голяма полуос, е средна, е малка полуос на елипсоида.Ако елипсоидът е ротационен. Конус.Каноничното уравнение на тази повърхнина е

Началото на координатната система се явява единственият център на конуса.Това е и неговата особена точка.Нарича се връх на конуса.Оста е негова ос. Равнината пресича конуса по елипса:равнината го пресича по хипербола. Прост хиперболоид.Каноничното уравнение на тази повърхнина е

Повърхнината е симетрично разположена спрямо началото,което е единствения център на повърхнината. Равнината пресича простия хиперboloид по елипса,която при има уравнения.

Нарича се гърлова елипса на хиперboloида. Равнините или пресичат елипсоида по хиперболи. Точките

се наричат върхове на простия хиперboloид.Осите оси на простия хиперboloид. Двоен хиперboloид. Каноничното уравнение на тази повърхнина е

Тя има единствен център-началото на координатната система.Равнината пресича хиперboloида по хипербола. Равнината при го пресича по елипса.Точките

се наричат върхове на двойния хиперboloид. Елиптически параболоид.Каноничното уравнение на тази повърхнина е

Равнината пресича елиптическия параболоид по елипса,а равнината -по парабола.Началото на координатната система се нарича връх на елиптическия параболоид. Оста се нарича негова ос. Хиперболичен параболоид(седло).Каноничното уравнение на тази повърхнина е

Равнината пресича хипербола.Равнината -по парабола.Тази

повърхнина също съдържа прави линии.Началото на координатната система се нарича връх или седловина точка на хиперболичния параболоид.

ПАРАМЕТРИЧНИ УРАВНЕНИЯ НА ПРАВА И РАВНИНА В ПРОСТРАНСТВОТО
Една права в пространството може да се определи с точка и вектор колинеарен на правата .Една точка лежи на правата точно когато векторът е колинеарен на вектора ,условието за което е съществуването на число със свойството

Когато обхожда правата в двете посоки,числото обхожда интервала и обратно.

Тези уравнения наричаме параметрични скалярни уравнения на правата ,определена с точката и колинеарния и вектор Числото наричаме параметър на правата

Тези уравнения се наричат параметрични уравнения на права в пространството,определе на от две точки. Една равнина в пространството може да се определи с точка и два неколинеарни вектора пренесени в ,зададени спрямо някаква афинна координатна система.Точка лежи в равнината точно когато векторите са компиларни.

Тези уравнения наричаме скалярни параметрични уравнения на равнината определена с точка и неколинеарните вектори Ако положим и вземем пред вид,че

Това уравнение наричаме векторно параметрично уравнение на равнината.

Тези уравнения се наричат параметрични уравнения на равнината,определена с три точки.

ОБЩО УРАВНЕНИЕ НА РАВНИНА.НОРМАЛНО УРАВНЕНИЕ НА РАВНИНА.РАЗСТОЯНИ Е ОТ ТОЧКА ДО РАВНИНА
Координатите на произволна точка от една равнина удовлетворяват уравнение от вида

което е изпълнено условието

Обратно,всяко уравнение от вида

при условието

е уравнение на точно една равнина Векторът е компланарен на равнината

точно когато е изпълнено равенство

Равнината с уравнение:

Е успоредна на оста точно когато ,в уравнението на равнината липсва ;
Е успоредна на оста точно когато ,в уравнението на равнината липсва ;

Е успоредна на оста точно когато ,в уравнението на равнината липсва ;
Минава през началото на координатната система,точно когато ,в уравнението на равнината липсва свободния член;
Е успоредна координатна равнина точно когато ,уравнението на равнината е
Е успоредна на координатната равнина точно когато ,уравнението на равнината е
Една точка лежи в равнината точно когато векторите , са перпендикулярни

Понеже има координати Като се вземе пред вид

се получава,че последното равенство е еквивалентно на

Това уравнение се нарича нормирано уравнение на равнината .В него коефициентите на са координати на единичен нормален вектор на равнината,насочен от началото към равнината и координатната система е ортонормирана.Свободния член е отрицателно число.