

КОМПТЪНОВ ЕФЕКТ

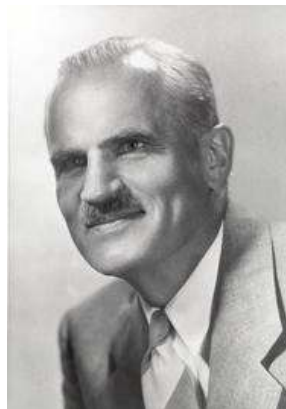
ИЗСЛЕДВАНЕ НА СЕЧЕНИЕТО ЗА КОМПТЪНОВ ЕФЕКТ ПО ЛИНИЯТА НА ОБРАТНО РАЗСЕЙВАНЕ

Въведение

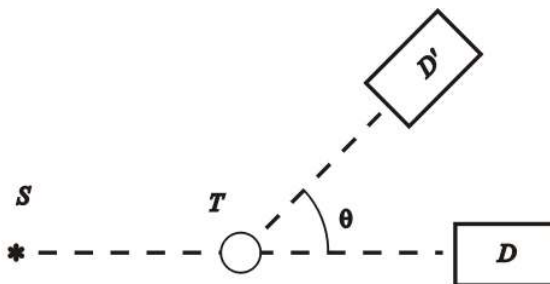
Arthur Holly Compton

1892-1962

Нобелова награда за физика, 1927 г



Ефектът на Комптън е явление, при което се проявяват корпускулярните свойства на електромагнитното лъчение. Комптъновият ефект представлява нееластично разсейване на фотони върху свободни електрони – процес, при който фотонът отдава само част от енергията си на електрон от веществото и след взаимодействието е с намалена честота, съответно увеличена дължина на вълната. Тъй като комптъновият ефект се проявява при по-високи енергии на фотоните, той се наблюдава при рентгеновите и γ -лъчите. При γ -лъчи с енергия над 100 keV това явление се проявява отчетливо в спектрите и усложнява интерпретацията на тези с много γ -линии.



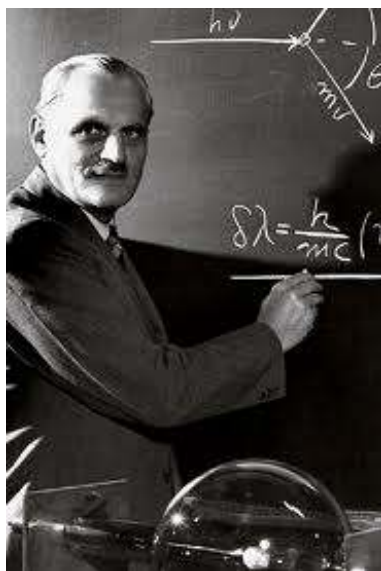
Фиг. 1. Схема на опитна постановка за изследване на Комптъновия ефект

S – източник; T – разсейвател; D и D' - детектори

Комптън получава емпирична зависимост, свързваща първоначалната дължина на вълната λ_0 , дължината на вълната на разсеяния фотон λ и ъгъла на разсейване θ (фиг. 1.):

$$(1) \quad \Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \Lambda(1 - \cos\theta),$$

където константата $\Lambda = \frac{\hbar}{m_0 c} = 3,86 \cdot 10^{-13} \text{ m}$ се нарича *комптънова дължина на вълната*. Стойността на тази константа, изразена чрез универсалните константи $\hbar$, c и m_0 се извежда от кинематиката на процеса, като се приложат законите за запазване на енергията и на импулса.



От израз (1) следва, че комптъновото отместване $\Delta\lambda$ не зависи от дължината на вълната на първичното лъчение. В тази формула не се отчита енергията на свързване на електроните, и въпреки това тя добре се потвърждава експериментално. Причината е в относително ниската стойност на енергията на свързване в сравнение с енергията на фотоните. Ако тези две енергии са сравними, ефектът на Комптън не се наблюдава, което е причината при облъчване на веществото с видима светлина той да отсъства. Трябва също да се отбележи, че комптъново разсейване може да стане не само от електрон (свързан или свободен), но и от всяка заредена частица.

Теоретични бележки

Рентгеновите и γ -лъчите взаимодействат с веществото чрез три основни процеса:

1. Фотоефект.
2. Комптоново разсейване.
3. Възникване на двойка електрон–позитрон.

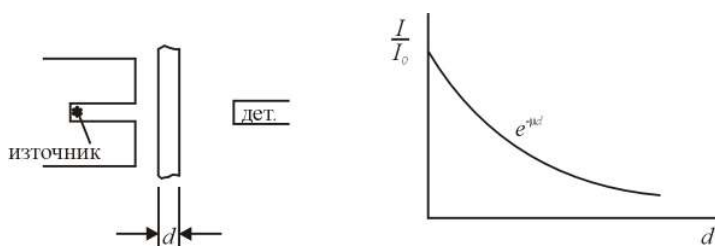
γ -лъчите с висока енергия могат да предизвикат и ядрени реакции от типа (γ, n) . Възможно е също и еластично разсейване от свободни електрони или разсейване от цели атоми, при което всички електрони в атома участват кохерентно. Еластичните разсейвания не водят до загуба на енергия, а само до промяна в посоката на движение

на фотона, така че съществени са само основните три процеса. Именно те обясняват и главните особености на поглъщането на фотонните лъчения:

- те са много по-силно проникващи в сравнение със заредените частици
- потокът фотони не намалява енергията си при преминаване през веществото, а само интензитета си.

Голямата проникваща способност се дължи на много по-малките сечения за трите процеса в сравнение със сечението за нееластични удари на заредени частици с атомните електрони. Потокът намалява поради това, че и при трите процеса взаимодействалите фотони са напълно отстранени от него. Коефициентите на отслабване – линейен, масов и атомен, се въвеждат чрез експоненциалната зависимост на интензитета на фотонен поток от дебелината на поглътителя d (фиг. 2):

$$(2) \quad I(d) = I_0 \exp(-\mu d) .$$



Фиг. 2. Експоненциално спадане на интензитета на сноп гама-лъчи

Тъй като отслабването на потока става поради отстраняване на фотони, взаимодействали по някой от трите основни процеса, то

$$(3) \quad \mu = \mu_{\phi} + \mu_k + \mu_{\pm} .$$

Индексите в тези три нови линейни коефициента на отслабване показват с кой процес е свързано отслабването: поглъщането поради фотоефект е означено с “ ϕ ”, комптъновото разсейване – с “ k ”, а създаването на двойка електрон–позитрон - с “ $\pm$ ”. Масовият коефициент (а също линейният и атомният) на съединение или смес е тегловна сума от масовите коефициенти на елементите, съставлящи съединението или сместа:

$$(4) \quad \left(\frac{\mu}{\rho} \right)_{\text{съед}} = \sum_i w_i \left(\frac{\mu}{\rho} \right)_i ,$$

като w_i е тегловната част на i -тия елемент в съединението.

Ако са известни сеченията за трите процеса, пълното сечение е

$$(5) \quad \sigma = \sigma_{\phi} + \sigma_k + \sigma_{\pm}$$

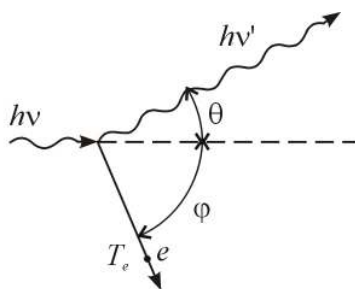
и линейният коефициент на отслабване се получава с умножение на пълното сечение по броя на атомите в единица обем n_0 :

$$(6) \quad \mu = n_0 \sigma = \sigma N_A \frac{\rho}{A}.$$

Фотоефектът представлява процес, в който рентгенов или γ -фотон предава цялата си енергия на свързан атомен електрон. Енергията на този *фотоелектрон* е

$$(7) \quad E_{\text{фе}} = h\nu - E_X, \quad X = K, L (1,2,3), M, \dots,$$

където E_X е енергията на свързване на електрона в съответния атомен слой X . Ако енергията на фотона е по-ниска от енергията на свързване, фотоефект от този слой е невъзможен. Фотоефектът протича винаги със свързани електрони поради закона за запазване на импулса. В случая ядрото поема импулса на откат.



Фиг. 3. Кинематика на комптъновото разсейване

Комптъновото разсейване на фотони може да стане и от свободни електрони, тъй като представлява двучастичен процес. Енергията на фотона се разделя между разсеяния фотон и един електрон от средата (фиг. 3). Като се приложат законите за запазване на енергията и импулса, за енергията на разсеяния фотон се получава

$$(8) \quad E' = \frac{E}{1 + \varepsilon(1 - \cos\theta)}.$$

Тук с $E = h\nu$ и $E' = h\nu'$ са означени съответно първоначалната енергия на фотона и енергията му след разсейването, $\varepsilon = E/(m_0c^2)$ е енергията на фотона, изразена в единици маса на покой на електрона. Енергията на комптоновия електрон е

$$(9) \quad E_{\text{ке}} = E - E' = E \frac{\varepsilon(1 - \cos\theta)}{1 + \varepsilon(1 - \cos\theta)}.$$

Тъй като ъгълът на разсейване може да приема произволни стойности от 0 до 180° , комптъновите електрони имат непрекъснато разпределение по енергии, наречено

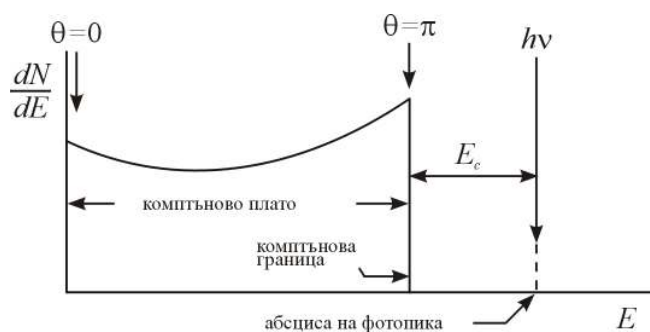
комптърново плато. Теоретично то започва от 0 и завършва рязко при граничната енергия

$$(10) \quad E_{\text{ке}}(\theta \approx 180^\circ) = E \frac{2\varepsilon}{2\varepsilon + 1}.$$

Разстоянието между комптъновата граница и пика на пълното поглъщане е

$$(11) \quad E - E_{\text{ке}}(\theta \approx 180^\circ) = E \left(1 - \frac{2\varepsilon}{1 + 2\varepsilon} \right) = \frac{1}{(1/E) + (2/m_0c^2)}.$$

На фиг. 4 е показано разпределението по енергии на комптъновите електрони. При достатъчно висока енергия на γ -лъчите $E \gg m_0c^2/2$, разстоянието от пика на пълното поглъщане до комптъновата граница е $m_0c^2/2 = 511/2 = 256 \text{ keV}$.

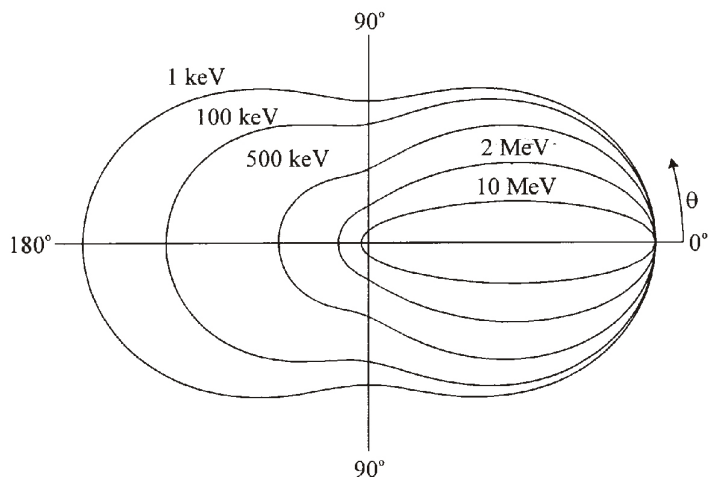


Фиг. 4. Комптъново плато и пик на пълно поглъщане

Ъгловото разпределение на разсеяните γ -кванти, изразено чрез диференциалното ефективно сечение $d\sigma_k/d\Omega$, се дава с формулата на Клайн–Нишина–Там, която е доста сложна функция от ъгъла. В най-прост и компактен вид тя може да се представи чрез следния израз

$$(12) \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_0}{2} \left(\frac{E'}{E} \right)^2 \left[\frac{E}{E'} + \frac{E'}{E} - \sin^2 \theta \right],$$

където $r_0 = e^2/m_0c^2 = 2,82 \cdot 10^{-15} \text{ m}$ е т. нар. “класически радиус на електрона”. Полярната диаграма на това разпределение, представяща зависимостта на броя фотони, разсеяни в единица пространствен ъгъл, в зависимост от θ , е показана на фиг. 5. за различни енергии на γ -лъчите. Вижда се, че при много ниски енергии на фотоните разсейването напред и назад е еднакво вероятно, докато при много високи енергии разсейването става изцяло напред.



Фиг. 5. Полярна диаграма на ъгловото разпределение на гама-лъчите при ефект на Комптън

Пълното сечение σ_k за комптъново разсейване от един електрон се получава, като се интегрира формула (12) по целия пространствен ъгъл. Ефективното сечение за разсейване от Z електрона, т. е. от химичен елемент с пореден номер Z , се дава съответно с произведението

$$(13) \quad \sigma_k^Z = \sigma_k N_e = \frac{\sigma_k Z N_A \rho}{A}.$$

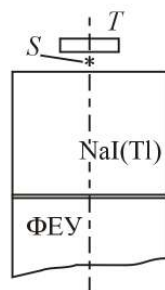
Понеже за леките елементи $Z/A \sim 1/2$, при еднакви по обем поглътителни различията в σ_k^Z ще идват от различната плътност.

Линейният коефициент на отслабване от комптоново разсейване се получава с умножение на сечението σ_k по броя на електроните в единица обем на средата N_e :

$$(14) \quad \mu_k = \sigma_k N_e = \sigma_k Z N_A \frac{\rho}{A}.$$

Опитна постановка

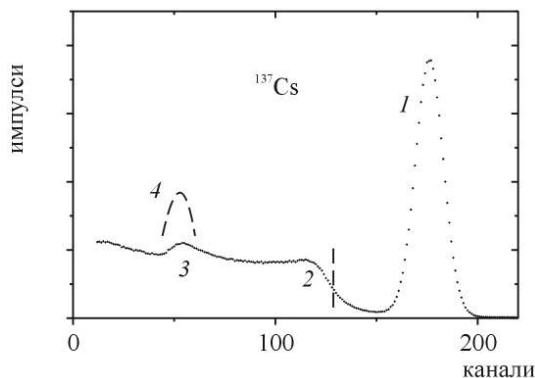
Опитната постановка е показана на фиг. 6. Използва се сцинтилационен спектрометър без защита около кристала. В центъра на сцинтилационния кристал се поставя източник на γ -лъчи S (^{137}Cs с монохроматични фотони с енергия 662 keV), а върху него се поставят разсейватели Т с еднакви размери и обем около 1 cm^3 и с различен заряд Z и плътност (напр. графит, титан, алуминий и мед). При тази геометрия се създават условия за комптънов процес в разсейвателя, при който в сцинтилационния кристал влизат γ -кванти, разсеяни под ъгъл θ , по-голям от 90° .



Фиг. 6. Изследване на комптъвия ефект по линията на обратното разсейване

S – източник; T – разсейвател

На фиг. 7. е показан спектър на моноенергетичен γ -източник с енергия, под праговата, необходима за възникване на двойка електрон-позитрон ($E_\gamma < 1,022 \text{ keV}$). Спектърът е измерен със сцинтилационен детектор при горната постановка. Освен линията на пълното поглъщане (пик 1) и комптоновата граница (пик 2), дължаща се на комптънов процес при малки ъгли на разсейване в самия сцинтилационен кристал, при значително по-ниски енергии се появява допълнителната линия (пик 3), чийто интензитет нараства с увеличаване броя на електроните в разсейвателя N_e . Комптъново разсейване става и от конструктивните елементи на детектора: корпуса му, дъното на сцинтилатора, "челото" на фотоумножителя, така че тази линия се появява и когато няма разсейвател, поради което се нарича *линия на обратното разсейване*. В настоящата задача разсейването от конструктивните материали определя фона. Особено отчетливо тази линия се появява в сцинтилационни спектрометри с масивна стоманена подложка под кристала за поставяне на радиоактивни препарати и нейната височина даже може да надвиши тази на линията на пълното поглъщане.



Фиг. 7. Апаратурен спектър на ^{137}Cs ($E=662 \text{ keV}$)

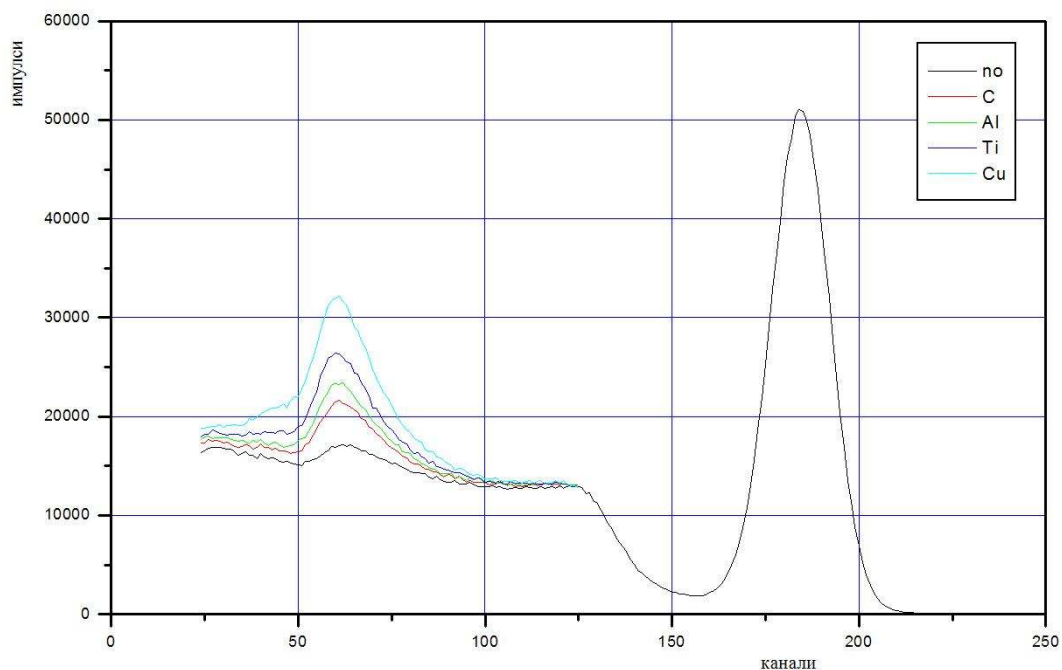
Изпълнение на упражнението

Най-напред се измерва пълният спектър на източника ^{137}Cs . Това е необходимо, за да се направи калибриране на спектрометъра по енергия чрез положението на фотопика (енергия 662 keV). След това се измерват спектрите с разсейватели върху източника. В тези спектри фотопикът ще бъде еднакъв с този на спектъра, измерен без разсейвател, и затова не е нужно да бъде измерван всеки път. Разликата в спектрите ще бъде само в областта на линията на обратното разсейване (пик 3). На фиг. 7 с пунктир е показана горната граница на измерването при спектрите с разсейвател. Времето за набиране на всяка точка от спектъра се подбира според активността на източника и то трябва да е еднакво за всички спектри, за да може да бъде сравнявана височината на линията на обратното разсейване за различни разсейватели.

Упражнението включва изпълнение на следните задачи:

1. Измерване на спектъра на ^{137}Cs и начертаването му.
2. Определяне на най-вероятния ъгъл на разсейване извън сцинтилатора. Това включва:
 - а) калибриране по енергия, като се предположи линейна зависимост и правата се начертае по две точки – положението на фотопика, съответстващ на 662 keV, и нулата;
 - б) от получената права се определя енергията, която отговаря на линията на обратното разсейване, по положението на центъра на максимума (в канали). Това ще даде енергията E' в уравнение (8).
 - в) определяне на ъгъл θ от същия израз.
3. Графично представяне зависимостта между височината H на линията на обратното разсейване (пик 3 на фиг. 7) от броя електрони в разсейвателя N_e
4. Изчисляват се дължините на вълните λ_0 и λ , съответстващи на двете енергии E и E' , и съответната стойност на комптъновото отместване $\Delta\lambda$. От изчисления в зад. 2в ъгъл на разсейване θ , съответстващ на линията на обратното разсейване, се проверява валидността на равенство (1).

На долната фигура е представен един типичен резултат от измерване без разсейвател и съответно с разсейватели C, Al, Ti и Cu:



Информация за използваните разсейватели:

елемент	Z	A	ρ , [kg/m ³]
C	6	12	2200
Al	13	27	2700
Ti	22	48	4500
Cu	29	63,5	8900

Разсейвателите са цилиндрични с диаметър 1,6 cm и височина 0,5 cm.