

2 часа 10, 20, 30, 40
 $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{6}$

ПМ, АГ, 30.1.18

Аналитична геометрия
 30.01.2018

① Нека a, b, c са вектори в пространството, а точките A, B, C, D са такива, че

$$\vec{AB} = (a \times b) \times c, \quad \vec{BC} = (b \times c) \times a, \quad \vec{CD} = (c \times a) \times b.$$

(а) (4 точки) Да се докаже, че D съвпада с A

(б) (6 точки) Нека освен това

$$|a| = |b| = |c| = 1, \quad \angle(a, b) = \angle(b, c) = \angle(c, a) = \frac{\pi}{3},$$

M е медицентърът на триъгълника ABC , а точката O е такава че $\vec{OM} = \frac{1}{6}(a + b + c)$.

Да се намери обемът на тетраедъра $OABC$.

② Спрямо ортонормирана координатна система $K = Oxy$ в равнината правите a и b и параболата c , ~~отразява се от правата a и отразения~~ имат уравнения:

$$a: x + y - 4 = 0, \quad b: x - 3y + 2 = 0, \quad c: y^2 = 2px.$$

Лъчът l , който е успореден на правата b , минава през върха на параболата c , отразява се от правата a и отразеният лъч l' минава през фокуса на c .

(а) (10 точки) Да се намерят общи уравнения на правите, които съдържат l и l' .

(б) (2 точки) Да се намери параметърът p .

③ Спрямо афинна координатна система $K = Ox_1x_2x_3$ в пространството кръстосаните прави a и b имат уравнения

$$a: \begin{cases} x + y + z - 1 = 0 \\ x + y - z + 1 = 0 \end{cases}, \quad b: \begin{cases} x - y + z + 1 = 0 \\ -x + y + z + 1 = 0 \end{cases}$$

а точката C има координати $(1, 1, 1)$.

(a) (4 точки) Да се намерят общи уравнения на равнините α през S и a и β през S и b .

(b) (4 точки) Да се намерят уравнения на трансверзалата σ на правите a и b , която минава през точката S .

(c) (10 точки) Спрямо ортонормирана координатна система $K = Oxyz$ в равнината кривата от втора степен σ има уравнение $\sigma: 3x^2 - 4xy - 40x + 40y + 100 = 0$.
Да се намери метрично канонично уравнение на σ и смяка на координатната система, чрез която то се ползвава.

име

презиме

фамилия

факт номер

специалност

Използвайте син или черен химикал. Използването на молив, червен или зелен химикал не е разрешено. Други помощни средства освен хартия и химикалка не са разрешени. Мобилните телефони трябва да се изключат.

Който не се съобрази с тези предписания или предприеме някакъв опит за измама, ще бъде ~~от~~ отстранен от изпита и ще получи слаба оценка.