5. Живото същество - твърдата обвивка (континентален тип) - 149 мил. кв. км - 29%. от площта на сферата, 360 мил. кв. км - водна обвивка (71%. от площта). Преобладава водата, тя е 1371 млрд. куб. км. Язовир Искър и 1 куб. км. Целият поток р.Дунав 20 куб. км.

За континенталния тип се характеризира с 2 зоналности:

1. географска ширина. Няколко зони - Екваториална - падат вертикално слънчевите лъчи; това е зоната около Екватора. Топли и Сухи тропически зони - на пустините; симетрично около Екватора. Кое-то суха - зоните на пустините. Зависи от релефа. Влажни зони на средните ширини (Средиземноморието и цяла Европа). Сухи полярни зони - вали малко, най-много вали при нас и на Екватора. В Андите няма пустиня, Хималаите изменят климата на Сибир.

2. надморска височина - колкото по-нагоре, толкова по-малко топлина - зависи от това как се акумулира топлината. На екватора има най-добри условия за живот. За океанския тип има зоналности по географска ширина и надморска височина. Коефициентът на различие на продуктивността между континенталния тип на екватора и полярния тип. Водата е голям източник на топлина. Разликата в средните температури на полюса и екватора е 100°C, във водата е 25°C. Във водата разликите са по-малки в различните зони.

Океанският тип - в дълбочината, най-богати зони на живот фотични зони (горните) са най-богати; по-долните зони - има странни животни. Там има високо налягане 10м - 1 атм; на земята не можем да достигнем такова налягане. Средната дълбочина на океаните е 4,5 км, най-дълбоко е 11 хил. км. (Марианската падина). Вернадски описва и кръговратите - мултиплицира нещата. Минералният кръговрат - понеже става постоянна промяна във водата, трябва да се добавят химически елементи при разтваряне. От земята излизат сяра и въглерод и влизат във водата и сферите. Газовия кръговрат - минералите и продуктите на живото същество се пренасят чрез ветрове, въздушни пари и други газове. Голям Воден кръговрат - голям - водата се изпарява и пада като дъжд. Енергичен кръговрат - енергията се акумулира; след това се използва. Локален кръговрат на водата - корени на растения и изпарения. Биогенният кръговрат - това, което е умряло, се използва за началото на нова биосистема.

най-вече горите, (живото същество) = 10^(13-14) тона, като год. продукция 2.10^11 тона - нова биомаса. Отношението продуктивност при екватора/полюси: при растения 40/1, при животни 10/1. Защо северните животни са големи - тюлени, бяла мечка, морж? - за да не губят акумулаторната топлина се стремят към по-голяма площ на тялото си за топлообмен. Вернадски въвежда и антропосферата.

Аксиоми на Вернадски.

1. няма възникване на жива материя от нежива такава.
2. не се наблюдават периоди, лишени от живот. Сегашната жива материя е свързана с предишната генетично.
3. никога няма да установим как е възникнал животът. няма данни.
4. константна биомаса
5. константен състав - и най-простите и най-сложните организми имат еднакви пропорции на химичните елементи.
6. енергия от слънцето - тя осигурява развитие на биосферата

Революционен модел на 4-тата аксиома:

Нека в даден момент t имаме биомаса $N(t)=\sum_{i=1}^{n(t)} N_i(t)$, където $n(t)$ - брой видове в Биосферата, $N_i(t)$ - масата на всички организми от даден вид.

$$N(t+\Delta t)=\sum_{i=1}^{n(t)}\left(N_i(t)+\frac{dN_i}{dt}\Delta t\right)+N_{n(t)+1}(t+\Delta t)\nu(t)\Delta t$$

$N_{n(t)+1}(t+\Delta t)\nu(t)\Delta t$ - появяване на нов вид

$\nu(t)\Delta t = P$ - вероятност да се появи нов вид

$\nu(t)$ - скорост на развитие на вида.

$$\sum_{i=1}^{n(t)}\frac{dN_i}{dt}\Delta t = N_{n+1}(t+\Delta t)\nu(t)\Delta t$$

$$\nu(t) = -\frac{1}{N_{n+1}(t+\Delta t)}\cdot\sum_{i=1}^{n}\frac{dN_i}{dt}$$

Колкото $\sum_{i=1}^{n}\frac{dN_i}{dt}$ е по-отрицателно, толкова по-голяма е вероятността, т.е. старите видове имат по-малка биомас и това предразполага усъвършенстването на нови видове.

Основния въпрос в екологията е устойчивост и стабилнос на една екосистема. Условия за една екосистема да е устойчива:

1. няма рязка промяна на физичните, химичните или климатичнит условия.
2. броят на видовете в тази екосистема е постоянен. Появата на нов вид може да доведе до неустойчивост.
3. броят на отделните екземпляри е достатъчен, защото например при една студена зима някое няма да оцелее.

Устойчивост на Лагранж: биомасата има долна и горна граница. При излизане от граници има опасност от нестабилност

Цикли - цикъл е решение, при което $N_{t+T} = N_t$, $N_{t+j} \neq N_t$, $j = 1 \dots T-1$

Да разгледаме следния пример с решение $\{N_1, N_2\}$. Разглеждаме системата

$$\left|\begin{array}{l} N_2 = F(N_1) \\ N_1 = F(N_2) \end{array}\right. \text{ еквивалентно на: } \left|\begin{array}{l} N_2 = F(F(N_2)) \\ N_1 = F(F(N_1)) \end{array}\right. \Rightarrow (1)\ N_1 = F^2(N_1)$$

- т.е. N_1 е равновесн решение в това уравнение, където функцията F е приложена 2 пъти. Също така: (2) $N_2 = F^2(N_2)$ - N_2 е равновесното решение в това уравнение, където функцията F е приложена 2 пъти.

За (1) имаме, че $\left|\frac{d(F(F(N)))}{dN}\right|_{N_1} = \left|\frac{dF}{dN}\right|_{N_1} \left|\frac{dF}{dN}\right|_{F(N_1)=N_2}$. Аналогично, за (2) имаме, че:

$\left(\frac{d(F(F(N)))}{dN}\right)_{N_2} = \left|\frac{dF}{dN}\right|_{N_2} \left|\frac{dF}{dN}\right|_{F(N_2)=N_1}$. Но тези 2 израза са равни помежду си

откъдето имаме, че в 2-цикъл или и двете решения са устойчиви, или и двете са неустойчиви. Това твърдение важи за 3-, 4- ... цикли.

Теорема: Ако едно дискретно уравнение има решение от 3-цикъл, то има за решение цикли с произволни дължини и безброй много хаотични решения, т.е. има разнообразни решения. Хаотичните решения ще наричаме тези, които не могат да бъдат хванати от компютър.

$N_{t+1} = N_t \cdot \exp\left(r\left(1 - \frac{N_t}{K}\right)\right)$ - дали логистичното уравнение има 3-цикъл?

Допускаме, че има 3-цикъл: aK, bK, cK => заместваме ги в уравнението

$$\begin{array}{l} bK = aK \cdot \exp(r(1-a)) \\ cK = bK \cdot \exp(r(1-b)) \\ aK = cK \cdot \exp(r(1-c)) \end{array} \Longrightarrow + \left|\begin{array}{l} \ln b = \ln a + (1-a)r \\ \ln c = \ln b + (1-b)r \\ \ln a = \ln c + (1-c)r \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow 0 = r(3 - a - b - c) \Rightarrow a + b + c = 3 \Rightarrow r = 3{,}102\dots$$

Би било красиво, ако $r = \pi$.

Две траектории никога не се пресичат, т.е. са спирали.

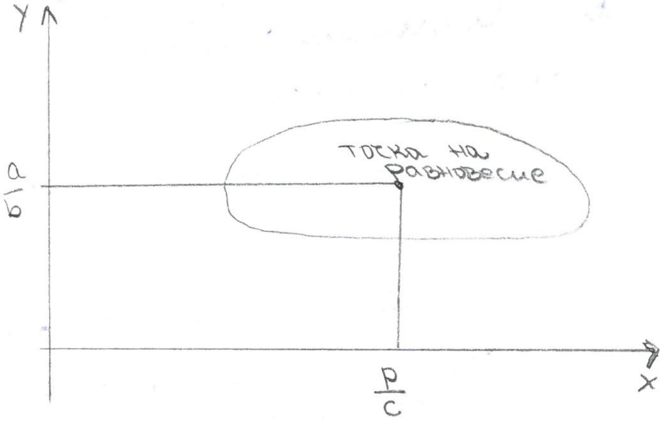
$$\begin{cases} u = x - \frac{p}{c} \\ v = y - \frac{a}{b} \end{cases}$$

Имаме линейна връзка:

$$\begin{cases} \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial t} = \left(u + \frac{p}{c}\right)\left(a - b\left(v + \frac{a}{b}\right)\right) = -\frac{bp}{c}v - buv \\ \frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial t} = \left(v + \frac{a}{b}\right)\left(-p + c\left(u + \frac{p}{c}\right)\right) = \frac{ac}{b}u + cuv \end{cases}$$

Теорема за качеството на решението: Типът решение на линейна система се определя от линейната част, т.е. траекторията ще определим като махнем нелинейната част.

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{bp}{c}v \\ \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{ac}{b}u \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\frac{bp}{c} \cdot \frac{\partial v}{\partial t} = -apu \\ \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{ac}{b} \cdot \frac{\partial v}{\partial t} = -apv \end{cases}$$ – система на струната



$u(t) = A.\cos(\sqrt{ap}\,t)$
$v(t) = B.\sin(\sqrt{ap}\,t)$ са решенията.

$\frac{u^2}{A^2} + \frac{v^2}{B^2} = 1$ – елипса

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{y(p - cx)}{x(a - by)}$$

$$\frac{(a - by)\,\partial y}{y} = \frac{(-p + cx)\,\partial x}{x}$$

$$\frac{a}{y}\partial y - b\partial y = -\frac{p}{x}\partial x + c\partial x$$

$$a\ln y - by + p\ln x - cx = \ln k$$

И всъщност получаваме следната траектория:

$\frac{y^a}{e^{by}} \cdot \frac{x^c}{e^{pk}} = k$ – тази крива изглежда като „картоф", а не като абсолютна елипса, както е показано на фигурата.

$$\frac{\partial x}{x} = (a - bx)\partial t \Rightarrow \int_0^T \frac{dx}{x} = \int_0^T (a - by)dt$$

$$\Rightarrow Y_{ср} = \frac{a}{b}$$

Тази схема може да бъде пусната да се развива във времето чрез система диференциални уравнения:

$$\frac{\partial R}{\partial t} = Q - v_0(R)N_1 + \sum_{i=1}^{p} dim_i N_1 , \quad 0 \le a_i \le 1$$

$$\frac{dN_1}{dt} = -m_1 N_1 + k_1 v_0 (R) N_1 - v_1 (N_1) N_2$$

$$\frac{dN_2}{dt} = -m_2 N_2 + k_2 V_1 (N_1) N_2 - v_2 (N_2) N_3$$

$$\vdots$$

$$\frac{dN_p}{dt} = -m_p N_p + k_p v_{p-1}(N_{p-1}) N_p$$

Последният вид от веригата е важен - това е или човекът или важе за човека вид. За да съществува този вид трябва да има достатъчно ресурси. Този вид не трябва да се унищожава в прекалени количества. Голяма част от умрялата биомаса е от убийства, причинени от хората, т.е. не е от естествено умиране, което означава застрашаване на последние ви Важни фактори за вида са естествената смърт, убиванет условията за живот и това каква част от биомасат се използва

Например при човекът се възприемат най-много 7% от приетата биомаса - това се случва, когато човекът е дете: изяждайки 1кг. телешко месо, увеличава теглото си със 70гр.

Уравнение от Волтеров тип се състоят от линейна част и квадратична част

$$\frac{dN_i}{dt} = r_i N_i + \sum_{ij=1}^{n} N_i N_j \quad , r_i$$ - коефициент на раждаемост

Знаковата матрица:

$$sign[(ij)] = f(x) = \begin{cases} 0, & ij = 0 \\ 1, & ij > 0 \\ -1, & ij < 0 \end{cases}$$

ij	ij	
0	0	- неутрализъм
1	-1	- хищник - жертва
1	1	- двата вида си взаимодействат полезно (мутуализъм
-1	-1	- конкуренция

Неутрализмът е рядко срещан, както и мутуализмът. Хищничеството и конкуренцията са доста важни - те са около 98-99% от взаимоотношенията между животните.

линейна част и квадратични членове. Умножаване последното с $f_i(x)\kappa(x)$ и получаване:

$$f_i(x)\kappa(x)\frac{dN_i}{dt} = f_i(x)\kappa(x)\, r_i N_i - r_i N_i \sum_{j=1}^{n} f_i(x) f_j(x) N_j$$

Интегриране горния ред (като Ω е цялото пространство)

$$\int_\Omega f_i(x)\kappa(x)\frac{dN_i}{dt} = \int_\Omega \left(f_i(x)\kappa(x) r_i N_i - r_i N_i \sum_{j=1}^{n} f_i(x) f_j(x) N_j \right) \frac{dN_i}{dt}$$

Означаване $\int_\Omega f_i(x)\kappa(x)\,dx = \alpha_i$ - обем на нишата

$\int_\Omega f_i(x) f_j(x)\,dx = \gamma_{ij}$ - коефициент на конкуренция между i-тия и j-тия вид

Получаване следното:

$$\alpha_i \frac{dN_i}{dt} = \alpha_i r_i N_i - r_i \sum_{j=1}^{n} \gamma_{ij} N_i N_j$$

$$\frac{dN_i}{dt} = r_i N_i - \frac{r_i}{\alpha_i} \sum_{j=1}^{n} \gamma_{ij} N_i N_j \quad , i = 1, 2 \ldots n$$

При биологичното взаимоотношение конкуренция всеки вид иска да спечели борбата. В природата съществуват основно две стратегии за тази цел. Едната стратегия се нарича r-стратегия. В нейната основа стои увеличаване на r (раждаемостта на конкретния вид, което е характерно от животни от по-ниска йерартия. Другият вид стратегия е α-стратегията. При нея се увеличава α-обема на нишите, т.е. животните се справят с конкуренцията чрез усъвършенстване на приспособяването си. Тази стратегия е характерна за животните от по-високите йерархии. Такъв вид стратегия използват хищниците.

Два различни вида не могат да имат еднакво математическо очакване. Принципът на конкурентното изключване гласи винаги единият вид надделява. Разглеждаме връзката

$$D(N_1, N_2 \ldots N_M) = \sqrt{\int_\Omega \left(\kappa(x) - \sum_{j=1}^{n} f_j(x) N_j\right)^2 dx}$$

Системата винаги се стреми към минимално D. Това се нарича принцип на вдлъбнатата опаковка. Минимумът се достига в равновесие. Ако дойде нов вид N_{M+1} тогава търсим $\min D(N_1 \ldots N_{M+1})$. Нека например решението на тази задача е $(N_1^* \ldots N_{M+1}^*)$, то ако:

1. $N_{M+1}^* > 0$ - новия вид е конкурентно способен, но тогава някое $N_i = 0$, т.е. заема се място като се изгуби друго.
2. $N_{M+1}^* = 0$ - новия вид не може да измести никой и ще изгезне.

$\frac{d\varphi_0(T)}{dT}<0$ $\Rightarrow$ има сливане при точката φ_0.

Поради следните математически изчисления и вероятните световни прогнози, валежите в умерения пояс вероятно ще намалеят - за тях има лоши прогнози, защото тук е основната плодородна част на света (например Аржентина - една от най-големите страни, занимаващ се със селското стопанство и земеделие) и това ще доведе до редица негативни явления. Обаче, количеството слънчева ~~сл~~ светлина постепенно намалява, поради което увеличението на температурата на Земята става малко вероятно. Целият проце свързан с участието на CO_2, представлява един терморегулато на Земята - количеството на CO_2 за формиране на реакция изключителн много зависи от температурета. Ако температурета се увеличи, количеството на реакции ще се увеличи също, изсмуквайки CO_2 много бързо от атмосферата. Намаленото ниво на CO_2, тогава помага да се охлади атмосферата. Ако температурата спадне, реакцията се забавя. Количеството на CO_2 се увеличава и температурата нараства. Тази положителна обратна връзка ще осигури температурата на планетата да остава в граници, където има наличие на водна течност, запазвайки Земята обитаема. В полюсите, обаче се наблюдава значително увеличение на температурата, което ще доведе до световните екологични проблеми - като застрашаване от изчезване на биологични видове и увеличаване нивото на Световния океан.

ентът на естествена амортизация на К. При второто уравнние, коефициентът d представлява ефикасността на частта, отделена от производството, за опазване на околната среда β. Коефициентът b пред замърсяването P представлява естественот самопречистване. Като следствие от второто уравнение - при липса на борба със замърсяването (т.е. β=0), имаме че:

$$\frac{dP}{dt} = f(K) - b.P,$$

т.е. получаваме линейна връзка между производството и скоростта на замърсяване.

Имаме начални стойности на К и P: $K(0)=K_0$ и $P(0)=P_0$

Така сформираните условия и проблеми се наричат Задача на оптималното управление - системата (**) задава диференциални ограничения на определения интеграл (*). Как трябва да изберем α и β, така че К да е максимално много, а P и неговите отрицателни ефекти максимално малко? Например, за да пуснем ракета в орбита, трябва да изчислим необходимото количество гориво за изразходване. Нужна е максимална оптимизация, което прави задачата изключително трудна. В началот на 60-те години се изобретява метод за намиране условият за достигане на максимума. Този метод е открит от академик Котрягин-руски математик, лишен от зрение, но с феноменални математически способности. Математическата общност счита намирането на този метод за най-голямото математическо откритие на XX

Даденият проблем има 2 равновесни точки. Например, при функция на полезности $U(C,P) = C^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{5000} P.1,1$ и при зададени коефициенти на амортизаци на К, $a=0,06$, коефициента на естествено самопречистване $b=0,1$. и ефикасност на отделените средства за борбата със замърсяванет $d=10$. имаме следните 2 равновесни точки:

	I равновесие	II равновесие
Капитал К	1674	2080
Производство $Y = f(K)$	409	456
Коеф. на потр. α	0,68	0,73
Коеф. на екология β	0,07	0
Консумация C	280	331
Замърсяване P	1230	4561
Стойност $U(C,P)$	16,23	16,28

Първата равновесна точка се нари равновесие на Златния век. Това равновесие е характерно за развитит страни. При него имаме по-малки К и f(K), но имаме значително по-малк P на околната среда и ненулев коефициент на частта от производството, отделена за борбата със замърсяването. Втората равновесна точка се нарича равновесие н Тъмния век. За него са характер повече К и f(K), на следствията от това са значително количество замърсяване и нулев коефициент на частта от производството отделена за борба със замърсяванията. Това равновесие е неустойчиво.

Достигнат е изводът, че максимално най-добрата стойност за коефициентъка на частта, отделена от производството за борба със замърсяването, е β=0,07. При β>0,07 консумацията значително намалява. А при β<0,07 - не се обуславят необходимите изисквания за борба със замърсяването, което довежда до неустойчивост.