

Екология идва от гръцки: *oikos* - наука, *oikos* - эко, дом. Екологията е наука както и обширна дейност. Основане и са положени преди 100 години. Раздаването на екологията - акад. Владимир Вернадски - емигрирал от Русия в Англия и издава "Биосфера" в Лондон, с което поставя основата на екологията. Сяма се, че Вернадски е една от последните енциклопедисти, събрал много знание по химия, биология и други в тази наука и книга Биосфера се среща за първи път в писанията на Ламарк.

Биосфера е единственото между жива и нежива природа. Съвременното състояние на планетата - резултат от действията на живото същество, ако не тя е щела да затригва на Луната - миса на атмосфера, основна разлика между дън и нощ, щеше да е пустиня. В книгата си Вернадски разделя биосферата на 5 нива:

1. Литосфера - земната кора, дъбелината и е до 10-20 км, животно намалява експоненциално в дълбочина, навсякъде има около 100 мили живи организми, по-найтъб - корени, под 100 м - въсменелостта газ, торове, остатъци от растителността. Основното място за развитие на съвременни живот е литосфера.

2. Хидросфера - водната сфера. *Uro* е вода? най-широко разпространена ната субстанция на Земята. Вода - тя се използва за повишаване повишаване на температурата, исака най-много температура, защото тя е акумулатор; заради нея климатът е равномерен, тя затваря всичко дори злато и сребро; висица във високи слатности в различни комбинации. Тя провежда електричество.

Тя е преход от проводници - органи е особено вещество в процесите хидролиза, хидратация и други. Водата ~~има~~ има 3 агрегатни състояние - течно, твърдо и газообразно. Тя може да пренесе със себе си много неща. Има обратното свойство да намаля мълотността си при намаляване на температурата. При 4°C е най-мълтна.

3. Атмосфера - въздухът е резултат от живите организми, ако няма окисление, няма да има вълероден диоксид; атмосфера е слой; на 40 км. няма кислород

4. Слой на енергия - Биосферата е система, неможеща да функционира без енергия. Според Вернадски висшата енергия е космическа - идва от Слънцето. Освен слънчевата, има и ядрена енергия, енергия се добива и от изкопаемите - въглища, нефт - маса, напруга от остатъци; в минарства. Дори те са резултат от слънчевата енергия.

Историята на възникване и развитието на Земята

Имало е периоди - от различни намеси на Земята - космически, вътрешни, срутвания и вулкани. Историята е около млрд. години; изтичането на диндаврите - паднал метеорит, 1 малък метеорит, паднал на Земята, може да предизвика огранич. последици. Ако метеоритът е колкото Вийоша, тогава последициите са лоши - може Земята да изгуби. Биосферата е изключително тънък слой на Земята, тя е колко 1 км, а атмосферата е 3 км. Механичният удар не е толкова страшен, колкото последициите. Причинява везна зима - поради изпарения - тъни облаци, тисни температури, везна нощ. Може да се изпари много въглероден диоксид. Отворили са се сидирски разломи - цепнатини дълги няколко км, пускат герни окиси - киселини - продължило няколко стотин години и биосферата се изменя. Живото същество е изтърпяло много такива промени и се възвраща дори в по-устойливи състояния. Динозаврите са много изумили. Губра се, те много от тях са изумили от инфекции. Как е възникнал животът? - Има много теории. По времето на Вернадски не е имало наука за естественоста. Материалистичният подход - в първия океан имало малки и те започнали да се свързват, образували са се първите белтъчни молекули и т.н. Тази теория не издържала - защото в първите организми има информация в ядрото им и тази структура не се е изменяла много. Може белтъчната молекула да е възникнала по някакъв начин, но как? Тя трябва да е възникнала масова. По вероятността е 10^{4700} - малка елементарно събитие - завъртане на свободен електрон. Средната плътност на вселената: $1/3$ въглероден атом / m^3 , около 10^{110} атома. Вернадски определя следните видове:

1 - автотрофни организми

2 - хетеротрофни организми.

1. се използват за храна на растения, 2. участват в хранителна верига, от 1-ви ред - хранят се с автотрофни, 2-ри ред - хранят се с тези от 1-ви ред и т.н. Интересен е съставът на живото същество - процентите на химични елементи са приблизително равни в различните животни. Макроелементите: 10% Н, О (повечето е вода), махеро са и 1-10% С, Na, Ca; 0-1% са също макро А, Si, C, P. Желзото е в хемоглобина - то е много важно, хората без него страдат от анемия. До 80-нормата за мъжете; Na и K осигуряват електропроводимостта. По отношение на тях живото същество има прагове на чувствителност - те се изменят в рамките на живото. Например: Ако Римски войник започне да работи в Кремиковци, той ще умрe има разлика в периода на живеене на един в същ биологичен вид. Човек се разпада, тиса, постепенно става умрял и слаб физически - това е теория.

В момента са класифицирани около 500 хил. растения, 1 500 000 животни, в това число 1 000 000 - насекоми, 10 000 млекопитаещи. 90% са насекоми от животинската маса; пример: 1 едно скакалец може да стане с масата на всички хора на Земята. Отношението на ~~животинските~~ животинските видове е: суша-вода е 93,7 като към сушата се включват

Устойчивостта на една екосистема е толкова по-голяма, колкото е по-разнообразна. Колкото много видове съществуват, толкова са по-малки, някои разграждат, други създават.

Слог Шенон има две дефиниции за разнообразието.

$$\max D = - \sum_{i=1}^n p_i \ln p_i$$

$$\sum_{i=1}^n N_i = N, \quad p_i = \frac{N_i}{N}$$

$p_i = \frac{1}{n}$, $i=1, 2, \dots, n$ - когато всички видове са с еднаква биомаса

Това е при слабите системи, където няма борба между организмите. Ентропията означава разбърканост, разнообразие. Според квантовата физика светът отива към намаляване на ентропията. Няма еднакви в една Биосфера.

Законали Цифри: Той разделя една система по различни категории. Масата на първата категория е равна на масата на втората категория. Тази сума е равна на третата категория и т.н. (напр. сума от големите градове = сума от всички по-малки = сума от всички села. Колкото имаме един град, който е равен на всички от втора категория има не еднакви - Инстанбул в Турция)

3. Дискретни уравнения във измърена популация

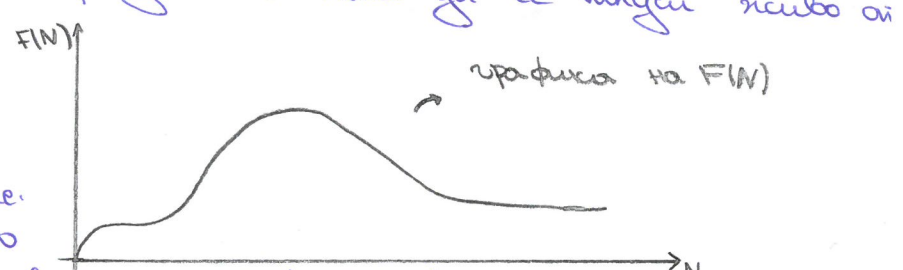
В популационната теория диференциалните уравнения не са подходящи, тъй като в диференциалните уравнения стойността зависи от момента определения елемент, докато в теорията зависи и от предимната стойност. Този механизъм работи добре, ако всяко поколение работи само. Но в повечето случаи не е така - поколенията и числеността зависят и от предимното поколение. Има диференциални уравнения със закъсняващи параметри, но този аспект е много сложен. Затова използваме дискретни уравнения. Има циклически в поколенията - този факт е основен в полуконтинуи дискретни уравнения.

Дискретно уравнение от k -ти ред: $N_{t+k} = F(N_t, N_{t-1}, \dots, N_{t-k})$
 Числеността в момент $t+1$ е функция на тези в предимните моменти. Дискретно уравнение от вида: $N_{t+1} = F(N_t)$ - най-просто.
 Нека разгледаме следното диференциално уравнение: $\frac{dN}{dt} = rN(1 - \frac{N}{K})$

Когато $\frac{N}{K} = 1 \rightarrow$ имаме химотетично равновесие.
 $N_{t+1} - N_t = rN_t(1 - \frac{N_t}{K})$ - дискретен аналог на уравнението.

При голямо $N \rightarrow$ става отрицателно \rightarrow неудобно за анализ. Затова е безпречно следното: $N_{t+1} = \sqrt{N_t}$ - което има същите свойства, като предходното. Имаме следните свойства за функцията F от (*):

- $F(N) \geq 0$ - дефинирано при $N \geq 0$
- $F(0) = 0$ - от аксиомата на Вернадски - не може да се получи нещо от нищо
- $F'(N) > 0$, когато $N > 0$
- $F'(N) \rightarrow 0$, когато $N \rightarrow \infty$

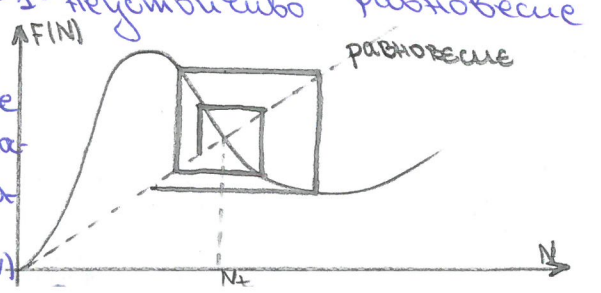


Решение на дискретното уравнение: поредица от числа $\{N_1, N_2, \dots\}$, което удовлетворява рекурентната зависимост (*). Нека $\{N^*, N^*, \dots\}$ - решение, при което популацията има равновесие. Има равновесие, ако уравнението $N = F(N)$ има решение N^* . Устойчивост - едно решение $\{N_1, N_2, \dots\}$ е устойчиво ако $\forall \epsilon > 0, \exists \delta > 0: |N_i - N^*| < \delta \rightarrow |N_i - N^*| < \epsilon, \forall i$. Т.е. ако е близо до първоначално е и по-нататък. Има едно равновесие е устойчиво?

Нека $\{N^*\}$ - равновесно решение.
 Тогава $N_t = N^* + x_t$ - решение близо до равновесното решение N^*
 $x_{t+1} = \left(\frac{dF}{dN}\right)_{N^*} \cdot x_t + O(x_t^2)$, където $O(x_t^2)$ - отпадат от по-висока степен, игнорират се

Така поглеждаме геометрична прогресия с ежсина производна \rightarrow При $|\left(\frac{dF}{dN}\right)_{N^*}| < 1$ - устойчиво равновесие, $|\left(\frac{dF}{dN}\right)_{N^*}| > 1$ - неустойчиво равновесие

Поглежда се следната графика, по извешна като цикъл на паяжината. Този цикъл се доближава все повече до равновесната точка. В случая, равновесната точка е пресечната точка на експоненциалната на крива квадрат и графиката на функцията $F(N)$



3 Модел хищник-жертва

Моделът на хищник-жертва е един от най-старите. След I-та световна война в Юнниско море се намират много манти. Там живеел математикът Вилхо Волмера - математик, физик, специалист по диференциални уравнения. Той имал роднина икhtiолог. Там са се наблюдавали основно 2 вида риба - големи и малки. И двата вида били хищни. Обаче, забелязало се е, че един вид доминира едините, друг вид - другите. Това наблюдение го тласка към опити да опише динамичните взаимоотношения чрез математически модел, репрезентация.

Нека разгледаме модела хищник-жертва, като зададем конкретни стойности - на хищника присвояваме вида лисца, а на жертвата - заек. Величините за техните брой - x и y - представяват функции на времето t .

$x(t)$ - брой на жертвите
 $y(t)$ - брой на хищниците

Да разгледаме производните:

$\frac{dx}{dt} = ax$ - числеността на жертвата расте експоненциално ако няма хищник.

$\frac{dy}{dt} = -ry$ - числеността на хищника намалява експоненциално, ако няма жертви.

Волмера предположил, че актовете на жертва са пропорционални на броя срещи между индивиди от вида - хищник и жертва. Затова:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = ax - bxy \\ \frac{dy}{dt} = -ry + cxy \end{cases}$$

Тук положителните коефициенти b и c представляват числа, с които се изчислява реалния брой срещи, можещи да се осъществят между хищник и жертва. При първото уравнение - имаме намаляне числеността при наличие на срещи, поради наличие на жертви от страна на вида, чиято численост е x . При второто уравнение имаме увеличаване на числеността y , поради набавяне на храна - благоприятна условие за вида хищник.

Има ли равновесие? ~~Уравняване~~ Уравняваме уравненията на системата \Rightarrow

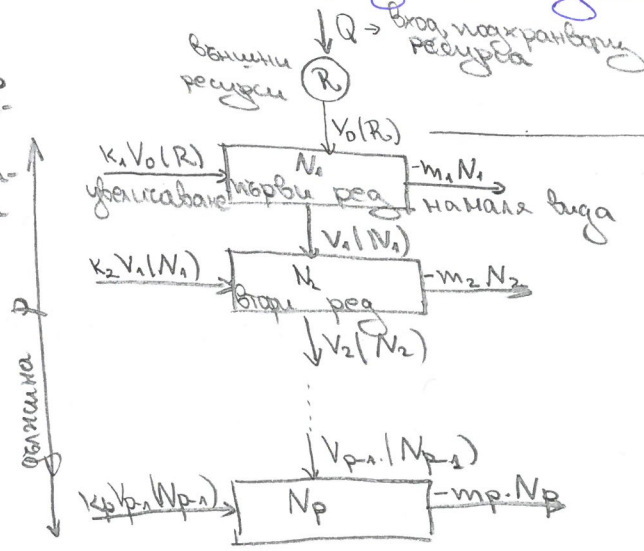
$$\begin{cases} a - by = 0 \\ -r + cx = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{a}{b} \\ x = \frac{r}{c} \end{cases}$$

т.е. равновесната точка е $(\frac{r}{c}, \frac{a}{b})$

Твърдим следното за получените траектории:
 • Можем да зададем криви, които се извиват около равновесна точка
 • Можем да зададем циклически криви, които се извиват около равновесна точка.

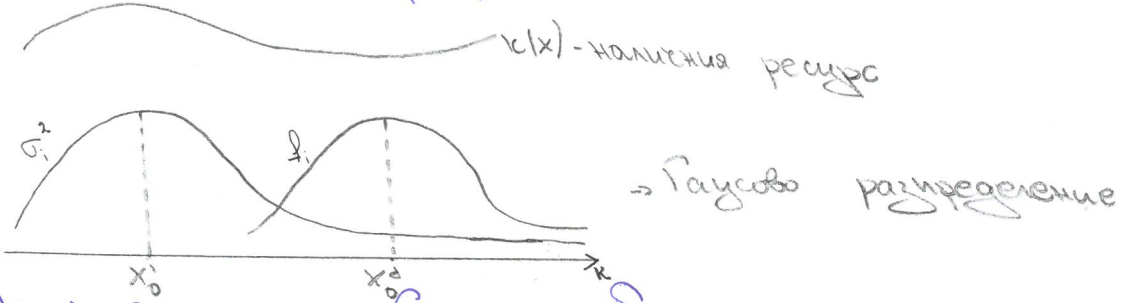
Трофическа верига е графично представяне на разпределението на биомасата или енергията между различните трофически нива в дадена екосистема. Екосистема е екосистема, съставена от съвместно функциониращи нива организми или биоценоза на дадена територия, която взаимодейства с физическата среда по такъв начин, че се осъществява проток на веществата и чрез потока на енергията се създава ясно определена структура. Хранителната верига е поредица организми в дадена екосистема, която служи за пренос на хранителната енергия. Организмите, "по-ниско" в хранителната верига са източник на енергия за други организми на "по-високо" ниво. В други думи хранителната верига показва преноса на енергия от един организъм на друг. Тираничният характер на хранителните вериги, съществуващи между тези трофически нива, се изразява с това, че преминаването на вещества и енергията от едно трофическо ниво в следващо винаги е свързано с извесни загуби. Първото трофическо ниво се дава от така наречените продуценти: автотрофните организми (растенията), които с помощта на слънчевата енергия произвеждат (фотосинтезират) органични вещества от неорганичните вещества на биотопа, в който се намират. Второто трофическо ниво са пър. консументи: хетеротрофните организми, които консумират органична материя. Към организмите от това ниво се включват от една страна растителноядните животни (филофаги, консуматори от първи порядък), а от друга страна - хищни (зоофаги, консуматори от втори порядък). Третите консументи от втори порядък също могат да служат за храна на други хищници, и така в това трофическо ниво се появяват консуматори и от трети и по-висок порядък, но в природата рядко се срещат толкова дълги хранителни вериги. Третото трофическо ниво се изразява от т.нар. редуценти, които са организми, разграждащи органичните вещества до неорганични. Тези вериги имат различна дължина.

k_1 - коефициент, определят колва част се съхранява като биомаса $0 < k_i < 1$



трофическа функция на ресурса, определя колва колкото ще се използва от ресурса

Конкуренцията е взаимоотношение между два организма (или популации) от един или различни видове, които се измерват към един и същ ресурс на околната среда. То може да влияе отрицателно върху развитието и съществуването си. Няколко вида живеят заедно и се конкурират за ресурси - храна, място, обитаване и други. Ресурсите могат да разглеждат като k -мерен вектор, но ще го разглеждаме като едно измерен, обръщайки внимание на най-важното - храната (един от ресурсите е най-значителен и него наблюдаваме като основен източник на енергия)



На термена са отразени обичайните статистически мерки:
 x_0 - екологическо отаждане
 σ^2 - дисперсия
 f_i - функция на отаждане

Това разпределение се нарича екологическа ниша. В биоценозата всеки вид заема различна екологична ниша. Екологичната ниша е мястото, което популацията на даден вид заема в биоценозата и функцията, която тя изпълнява в нея. Тя зависи от приспособеността на популацията към факторите на средата и от отношенията и взаимоотношения с популациите на други организми. Обитаването на екологичните ниши е начин за намаляване на конкуренцията, която увеличава възможностите на популацията за адаптиране в рамките на биоценозата. Да предположим, че някакъв вид се чувства най-добре в x_0^1 , то в x_0^2 той е универсален вид. Ако в другата ниша x_0^2 е различен по-специален вид. Такава графика е по-лесна от тази на универсалния вид. Например универсалния вид е заекът, тъй като той е лесно приспособен към условията на средата, а специализиран вид е пандата, тъй като тя е даде само бамбук, който се среща само в някои части на света. Това я прави трудно приспособима към средата. Ако нишите на два различни вида се пресичат, съществува конкуренция между тях.

Тезис: Ако един сушеен процес е резултат от много други процеси, като сред тях няма преобладаващ, то резултатът винаги е Гаусово разпределение.

Ако $N_i, i=1, 2, \dots, n$ - численост на видовете
 Сменения на ползване на ресурса $k(x)$ е $k(x) = \sum_{j=1}^n f_j(x) N_j(t)$.
 Така, като разделим това число на $k(x)$, се получава число между 0 и 1 - каква част от ресурса се използва

Системата:

$$\frac{dN_i}{dt} = r_i N_i \frac{k(x) + \sum_{j=1}^n f_j(x) N_j(t)}{k(x)}, \quad i=1, 2, \dots, n$$
 е система от Волтеров тип.

Как Земята компенсира допълнителна мощност? Отговорът е: чрез конвекцията на CO₂ в атмосферата. Увеличаването на CO₂ много за затоплянето на планетата; намаляването много за охлаждането ѝ. Тази редулация е възникнала през геологическото време и учените смятат, че това е главната причина поради, която Земята поддържа константна температура през последните 4 милиона години, въпреки основните промени в слънцето, орбитата на Земята, състава на океаните, и други изменения. Температурата на планетата Земя се продължава да се вдига, заради по-високо CO₂ и други тежки газове, които се изгарят от лъчите на слънцето. В последните години конвекцията на CO₂ се е увеличила с 25%.

Нека да направим следните означения:
 T - температура на екватора.

E(T) - изпарение-нол-галено при екватора

g(T) - скорост на пренос на влагата в посока Екватор → Север

M(T, φ) - валекси

M(T, φ) - влажност

~~ширина~~ φ - ширинна

Счита се, че $W(T, φ) = k \cdot M(T, φ)$, където k е числова константа (т.е. функционална зависимост между влагата и конвекцията валекси те са пропорционални)

Имаме следната установена зависимост при $E'(T) > 0 \Rightarrow g'(T) > 0$ (при увеличаване скоростта на изпарение, се увеличава скоростта на пренос на влага). Тази връзка се заключава от експерименти. Фиксиране бързина на ширинна φ:

$$\frac{dM}{dt} = -W$$

$$\frac{dM}{dt} = \frac{\partial M}{\partial \phi} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial M}{\partial \phi} \cdot g(\phi) \Rightarrow \frac{\partial M}{\partial \phi} = -\frac{k}{g} M \Rightarrow M(T, \phi) = M(0) \cdot e^{-\frac{k}{g} \phi}$$

Интегриране: $M = M(0) \int_0^{\phi} e^{-\frac{k}{g} \phi} d\phi \approx M(0) \cdot \frac{k}{g}$

От друга страна: $W = E$

$$kM = E \Rightarrow M = \frac{E}{k} \Rightarrow M(0) \frac{k}{g} = \frac{E}{k} \Rightarrow M(\phi, T) = k \frac{E(T)}{g(T)} \cdot e^{-\frac{k}{g} \phi}$$

При φ = 0 получаване, че: $W'(\phi, T) = k \frac{E'(T)g(T) - E(T)g'(T)}{g^2(T)}$

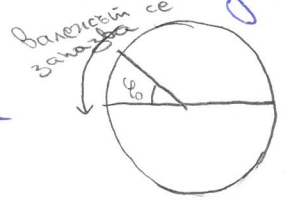
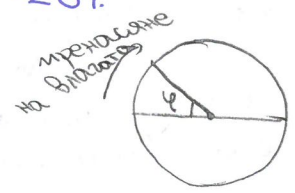
Извод: при увеличаване на температурата валексите се увеличават

При φ ≠ 0 ⇒ $W' = \frac{k}{g^2} \cdot e^{-\frac{k}{g} \phi} (E'g - Eg'(1 - \frac{k}{g} \phi))$ *

Проверяване дали има стационарна точка

Приравняване * на 0 и проверяване дали ∃ φ₀ ⇒

$$\phi_0 = \frac{g}{k} (1 - \frac{E'g}{Eg'}) > 0 \Rightarrow \text{съществува.}$$



Ще използваме следните означения:

K - капитал

$f(K)$ - производство

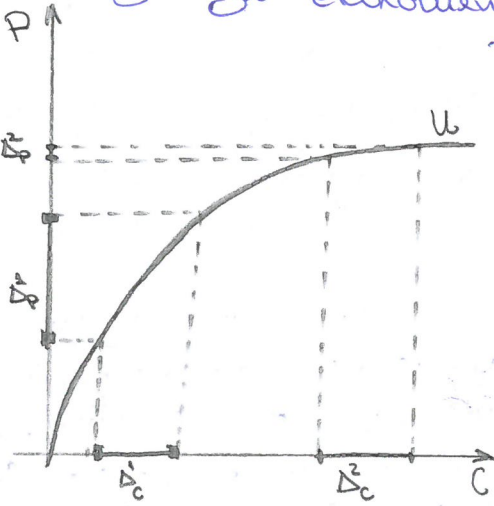
$C = d \cdot f(K)$ - потребление

P - замърсяване

$P = \beta f(K)$ - съществува линейна връзка между замърсяването и производството

$0 < d < 1$ - коефициент на потребление - това е числото, с което означавате отношението на потреблението към производството.

$0 \leq \beta$ - коефициент, значеиц каква част от производството $f(K)$ се използва за експлоатация и решаване на екологичните проблеми.



Въвеждаме функцията $U(C, P)$ - функция на полезността, единичен от които е C - консумация, другия P - замърсяването. Тази функция се нарича Utility function, или функция на полезност на благосъстояние. Изменени са следните твърдения за частните производни на $U(C, P)$:

$$\frac{\partial U}{\partial C} > 0 \text{ и } \frac{\partial U}{\partial P} < 0$$

Обикновено функцията $U(C, P)$ има следния аналитичен вид $U(C, P) = A \cdot C^a - B \cdot P^b$, където A и B са численни константи. Графиката

на функцията на полезност е добре показателна: колкото повече искаме да увеличим производството, следва, че пропорционално ще се увеличи и замърсяването. Този проблем е за сегашна най-вече при бедните страни. Ако на желанието на една бедна страна да увеличи производството си (с ΔC означаваме) да съпоставим замърсяването, което директно следва от това увеличение - означаваме с ΔP . Аналогично, съпоставяме на желаното увеличение на консумация ΔC на една по-богатая страна от първото замърсяване ΔP , което следва от това увеличение. От графиката правим ясно оценката, че при по-бедните страни замърсяването е значително по-голямо от това при по-богатите: $\Delta P^1 > \Delta P^2$. Имам следното твърдение свързано с функцията на полезност: $\max U = \int U(C, P) \cdot e^{-rt} dt$ където e^{-rt} се нарича дисконтир. Това представлява много малко число, въведено поради икономически причини. Имам следната система, свързана с производните на K и P :

$$\frac{dK}{dt} = (1 - d - \beta) f(K) - a \cdot K$$

(**)

$$\frac{dP}{dt} = (1 - \beta d) f(K) - b \cdot P$$

Т.е. производната на капитала представлява разликата на производството и а-части на K , където a е коэфци-