29.04.2014г.

Лекция

!Контролно! 1 тип

1. Да се намери явния вид на $B(1;2;4;t)$ за $t \in [1,4]$.
2. Да се намери п-ма на най-добро равном. приближение от π_1 за $f(x) = |x - \frac{1}{2}|$ в $[-1,1]$ и $E_1(f)$.
3. Да се намери п-ма на средноkв. приближение от π_1 за $f(x) = e^x$ в $[-1,1]$ при тегло $\mu(x) \equiv 1$.
4. Да се нам. п-ма от π_1, прибл. по метода на най-малките квадрати таблицата

x_i	0	1	3	4
f_i	5	2	2	1

5. Напишете съставна кв. ф-ла на трапеците, осигуряваща пресмятане на $\int_0^{?} \sin x \, dx$ с грешка, по-малка от 0,01. Обосновете, като изп. ф-лата за оценка на грешката.

II тип

! Контролно !

① Нека $B(x_0, x_1, \ldots, x_r; t)$ е B-сп.л. от степен $r-1$ с възли $x_0 < x_1 < \ldots < x_r$.
Да се намери

$$\int_{x_0}^{x_r} B(x_0, x_1, \ldots, x_r; t)\,dt.$$ Отг. да се представи като ф-л, зависеща само от r

② Да се док., че най-доброто равномерно приближение с п-ми от π_n за $f(x) \equiv \cos x$ в $[-1, 1]$ удовл. нерав.

$$E_n(f(*)) \le \frac{1}{2^n (n+1)!}$$

③ Док, че ако $f \in C^1[0,1]$, то за производ на Бернщайн е изп.

$$B'_{n+1}(f; x) = \sum_{k=0}^{n} f'(\xi_k) \binom{n}{k} x^k (1-x)^{n-k},$$

където $\xi_k \in \left[\frac{k}{n+1}; \frac{k+1}{n+1}\right]$, $k = 0, \ldots, n$

④ Нека $P_n(x) = x^n + \ldots$, $n = 0, 1, 2, \ldots$ е ортог. редица п-ми в $[a; b]$ с тегло $\mu(x)$.
Док., че ако $P_n(x_0) = 0$, то

$$P_{n-1}(x_0)\, P_{n+1}(x_0) < 0.$$

⑤ Нека $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx \approx \sum_{k=1}^{n} A_k f(x_k)$ е кв. ф-ла на Гаус. Док, че

$$A_k = \frac{2}{(1-x_k^2)(L_n'(x_k))^2}, \quad k = 1, \dots, n,$$

където $L_n(x)$ е п-ма на Льожандър от степен n, удовл. усл. $L_n(1) = 1$, $L_n(-1) = (-1)^n$.

(Упътв.: кв. ф-ла е точна за

$$f(x) = \frac{L_n(x)}{x - x_k} L_n'(x) \Big)$$

Дад. са

$$a = x_0 < x_1 < \dots < x_n < x_{n+1} = b$$