

29.04.2014г.

Лекция

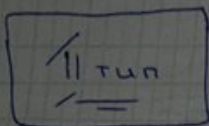
Контролно!

1 тип

- 1) Да се намери явния вид на  $B(1; 2; 4; t)$  за  $t \in [1, 4]$
- 2) Да се намери  $n$ -ма на най-добро равном. приближение от  $\Pi_1$  за  $f(x) = |x - \frac{1}{2}|$  в  $[-1, 1]$  и  $E_1(f)$ .
- 3) Да се намери  $n$ -ма на среднокв. приближение от  $\Pi_1$  за  $f(x) = e^x$  в  $[-1, 1]$  при тегло  $\mu(x) \equiv 1$ .
- 4) Да се намери  $n$ -ма от  $\Pi_1$ , прил. по метода на най-малките квадрати таблицата

$x_i$	0	1	3	4
$f_i$	5	2	2	1

- 5) Напишете съставна кв. ф-ла на трапеците, осигуряваща прештане на  $\int_0^{\pi} \sin x dx$  с грешка, по-малка от 0,01. обосновете, като изп. ф-лата за оценка на грешката.



! Контролно!

- ① Нека  $B(x_0, x_1, \dots, x_r; t)$  е  $B$ -стл. от  
степен  $r-1$  с възл.  $x_0 < x_1 < \dots < x_r$ .  
Да се намери

$$\int_{x_0}^{x_r} B(x_0, x_1, \dots, x_r; t) dt. \text{ Отг. да се}$$

представи като  $\phi$ -л, зависеща само от  $x$

- ② Да се док., че най-доброто равномерно  
приближение с  $n$ -ми от  $\pi_n$  за  
 $f(x) = \cos x$  в  $[-1, 1]$  удовл. нерав.

$$E_n(f(x)) \leq \frac{1}{2^n (n+1)!}$$

- ③ Док., че ако  $f \in C^1[0, 1]$ , то за производ.  
на Бернщайн е изп.

$$B_{n+1}(f; x) = \sum_{k=0}^n f'(z_k) \binom{n}{k} x^k (1-x)^{n-k},$$

където  $z_k \in \left[ \frac{k}{n+1}; \frac{k+1}{n+1} \right], k=0, \dots, n$

- ④ Нека  $P_n(x) = x^n + \dots, n=0, 1, 2, \dots$  е ортог.  
редуца  $n$ -ми в  $[a, b]$  с тегло  $\mu(x)$ .  
Док., че ако  $P_n(x_0) = 0$ , то

$$P_{n-1}(x_0) P_{n+1}(x_0) < 0.$$

- ⑤ Нека  $\int_{-1}^1 f(x) dx \approx \sum_{k=1}^n A_k f(x_k)$  е кв.  $\phi$ -ла

на Гаус. Док, че

$$A_k = \frac{2}{(1-x_k^2)(L_n'(x_k))^2}, \quad k=1, \dots, n$$

където  $L_n(x)$  е  $n$ -ма на Лежандър от степен  $n$ , удовл. усл.  $L_n(1) = 1$ ,  $L_n(-1) = (-1)^n$ ,

(Упътв.: кв. ф-ка е тожна за

$$f(x) = \frac{L_n(x)}{x-x_k} L_n'(x)$$

Дад. са

$$x_0 < x_1 < \dots < x_n < x_{n+1} = b$$