Да ти нехусика!

3

Биномно - има успехи / неуспехи!

брой на успехи и в интервала [a,b].

$\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k} = P(\xi=k)$ k - брой успехи.

$P(\xi \geq \underset{3}{k}) = P(\xi=4)+P(\xi=3)$.

Зад.1 Студент чака своята приятелка, която закъснява. За да разнообрази чакането той решава да се поразходи, като хвърля монета и ако се падне герб прави десет крачки в едната посока, а ако се падне лице десет крачки в противоположната посока. На новото място повтаря тази операция и т.н. Каква е вероятността след сто извървени крачки студентът да се намира :

а) на мястото откъдето е тръгнал;

б) на разстояние 20 (50) крачки от мястото на срещата.

Зад.2 Кое е по вероятно при игра с равностоен противник, ако равни партии не са възможни.

а) Да бъдат спечелени 3 от 4 партии, или 5 от 8.

б) Да бъдат спечелени не по-малко от 3 от 4 партии, или не по-малко от 5 от 8.

Зад.3 Игра са провежда при следните правила. Играчът залага пет лева и има право да хвърли два зара. Ако хвърли две шестици печели 100лв., ако хвърли една шестица печели 5лв. Да се пресметне математическото очакване на печалбата на играча. Справедлива ли е играта.

Зад.4 Два зара се хвърлят последователно десет пъти. Каква е вероятността броят на хвърлянията, при които сумата от точките е шест, да бъде точно 2. Да се намери средната стойност на този брой.

$\xi \in Bi(10, \frac{5}{36})$ $P(\Sigma=6)$

Зад.5 Първият играч хвърля 3 монети, а вторият - 2. Играта печели този, който хвърли повече гербове и печели всичките 5 монети. В случай на равен брой печели вторият. Каква е вероятността първият играч да спечели. Ако е спечелил първия каква е вероятността втория да е хвърлил точно един герб. Каква е средната печалба на играчите.

Зад.6 Извършва се серия от бернулиеви опити с вероятност за успех при всеки от тях равна на p. Да се пресметне вероятността r тия успех да настъпи точно на k + r тия опит.

Зад.7 Пушач носи в джоба си две кутии кибрит. Всеки път когато иска да запали, той избира произволна кутия и вади една клечка. След известно време той забелязва, че едната кутия е празна. Каква е вероятността в този момент в другата да са останали точно k клечки, ако първоначално във всяка кутия е имало n клечки.

Зад.8 Подводница стреля n пъти последователно по кораб. Всяко торпедо улучва с вероятност p. Корабът има m отсека, ако торпедото улучи кораба, вероятността да наводни кой да е от тях е една и съща. Каква е вероятността кораба да бъде потопен, ако за това е необходимо да се наводнят поне два отсека.

Зад.9 Нека $\xi \in Bi(n,p)$. Коя стойност на ξ е най-вероятна.

Зад.10 Нека $\xi \in Bi(n,p)$ и $\eta \in Bi(k,p)$ са независими случайни величини. Да се намери разпределението на случайната величина $\xi + \eta$.

Задача 1. Разнообрази чакането:

герб → 10 една посока

лице → 10 в обратната посока.

100 крачки.

а) на място откъдето е тръгнал.

$n = 10 \quad p = \frac{1}{2} \quad \xi \in Bi\left(10, \frac{1}{2}\right)$

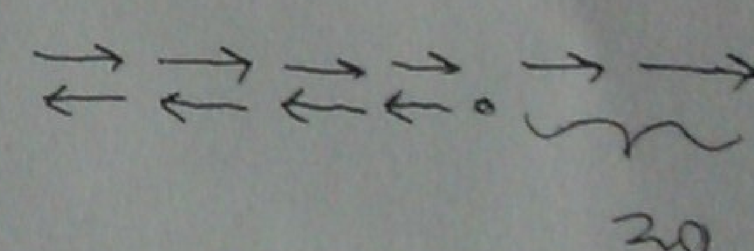
$P(\xi = k) = p^k (1-p)^{n-k} \cdot C_n^k = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$

$P(\xi = 5) = \left(\frac{1}{2}\right)^n \binom{10}{5}$

б) 20 крачки от мястото.

$P(\xi = 4) = 2 \cdot \frac{1}{2^{10}} \cdot \binom{10}{4}$

или $\xi = 6$



50 крачки $P = 0$.

Задача 2. Равностоен противник. Равни партии не са възможни.

По вероятно:

а) Спечелени 3 от 4 или 5 от 8.

$\xi \in Bi\left(4, \frac{1}{2}\right) \quad \eta \in Bi\left(8, 1/2\right)$

$\cancel{3/4}$

$P(\xi = 3) = \frac{1}{2^4}\binom{4}{3} = \frac{1}{4} \quad P(\eta = 5) = \frac{1}{2^8} \cdot \binom{8}{5} = \frac{7}{32}$

б) не по-малко от 3 от 4 или не по-малко 5 от 8.

$$P(\xi \geq 3) = \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{2}\right)^4$$

$$= P(\xi = 4) + P(\xi = 3)$$

$$P(\eta \geq 5) = \left(\frac{1}{2}\right)^8 \left(\binom{8}{5} + \binom{8}{6} + \binom{8}{7} + \binom{8}{8}\right) = \frac{93}{256}$$

Задача 3. Играч залага 5 лева и има право да хвърли 2 зара.

2-6 → 100 лева

1-6 → 5 лева.

Мат. очакване = ? Справедлива ли е играта?

ТВмС упр. 3

$E_\xi = \sum_i x_i p_i$ – мат. очакване

зад. 3

66 – 100лв

–6 – 5лв

ξ	-5	0	95
P	$\frac{25}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{1}{36}$

$P(\text{без 6-ци}) = \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{36}$

една 6-ца: $\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot 2 = \frac{10}{36}$

$E_\xi = -5 \cdot \frac{25}{36} + 0 + 95 \cdot \frac{1}{36} = -\frac{30}{36} = -\frac{5}{6}$

Отриц. е $\Rightarrow$ играта не е справедлива

зад. 4 10 пъти последов.

$P(\text{бр. хв. } =2 \text{ с } \Sigma = 6) = ?$ Нам. ср. ст-ст на този бр.

$P(\Sigma = 6) = \frac{5}{36}$

1 5
2 4 2.
3 3

$\xi \in Bi\left(10, \frac{5}{36}\right)$

$P(\xi = 2) = \left(\frac{5}{36}\right)^2 \cdot \left(\frac{31}{36}\right)^8 \cdot \binom{10}{2} = \dots$

$\boxed{E_\xi = n \cdot p}$ $\xi \in Bi(n, p)$

$E_\xi = 10 \cdot \frac{5}{36} = \frac{50}{36}$

зад. 5 A_1 – 3м., A_2 – 2м.

печели този с повече (тура)

ако $A_{1т.} = A_{2т.}$, печ. A_2

$P(A_1 \text{ печ.}) = ?$

$P(\text{точно 1 герб за } A_2 \mid A_1 \text{ печ.}) = ?$

Ср. печ. = ?

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

η	0	1	2
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$

искаме ξ да е $> \eta$ P, като Bi

$$P(\xi, \eta) = \frac{1}{8} + \frac{3}{8}\left(\frac{1}{4} + \frac{2}{4}\right) + \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

б) $$P(\eta = 1 \mid \xi > \eta) = \frac{P(\eta = 1 \cap \overset{2,3}{\xi} > \eta)}{P(\xi > \eta)} = \frac{\overset{\eta=1}{\frac{2}{4}}\left(\frac{3}{8} + \overset{\xi=3}{\frac{1}{8}}\right)}{1/2} = \frac{1}{2}$$

в) ср. печ.

Първия:

ξ	2	-3
	1/2	1/2

в.

$E_\xi = -\frac{1}{2}$

- неизгодна ни е играта

Задача 6.   вероятност за успех = p

P(r-ния успех да настъпи точно на $k+r$-ия опит)?

Задача 7.

$|\,k\,|\qquad|$ $|\qquad n\qquad|$

$n-k$

общ брой опити $\underbrace{|\qquad\qquad|\,1\,|}_{2n-k}$ вадене че е празна

$$C^{n}_{2n-k} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-k} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2$$

I-ва   II-ра   празна   две са

Задача 8. n p m → поне 2 от тях.