

③

19.03.2013

Зад.1 Даден е правилен тетраедър, на който едната стена е боядисана в бяло, втората в зелено, третата в червено, а на четвъртата има от трите цвята. При хвърляне на тетраедъра вероятността да падне на коя да е от страните е една и съща. Нека A е събитието върху стената, на която е паднал има бял цвят. Аналогично се дефинират B и C за зеления и червения цвят. Независими ли са A , B и C .

Зад.2 Вероятността, че в резултат на четири независими опита събитие A не настъпи поне веднъж е равна на една втора. Да се определи вероятността за настъпване на A при един опит, ако вероятността за всеки опит е една и съща.

Зад.3 Известни са вероятностите на събитията A , B и AB . Да се определят $P(AB)$ и $P(B|A)$.

Зад.4 Дадени са две партиди игдели от 12 и 10 броя съответно във всяка има по едно дефектно. По случайен начин се избира игделче от първата партида и се прехвърля във втората, след което избираме случайно игделче от втората партида. Да се определи вероятността то да е дефектно.

Зад.5 Имаме три нормални зара и един, на който върху всичките страни има шестцици. По случайен начин избираме един от тези четири зара и го отделяме, а след това хвърляме останалите три. Да се определи вероятността да се паднат:

- а) три шестцици;
- б) различни цифри;
- в) последователни цифри.

Зад.6 В кутня има 7 топки за тенис, от които 4 са нови. За първата игра по случайен начин се избират три топки, които след играта се връщат обратно в кутнята. За втората игра също се избират три топки, каква е вероятността те да са нови.

Зад.7 Дадени са n урни и във всяка от тях има по m бели и k черни топки. От първата урна се тегли една топка и се прехвърля във втората, след това от втората една топка се прехвърля в третата и т.н. Каква е

вероятността от последната урна да бъде изтеглена бяла топка.

Зад.8 Кутня съдържа n билета от които m са печеливими. По случайен начин n човека си теглят по един билет. Кога е най-нужно да се изтегли билет.

Зад.9 Петнадесет изпитни билета съдържат по два въпроса. Студент може да отговори на 25 въпроса. Каква е вероятността той да вземе и диния, ако за това е нужно той да отговори на двата въпроса в един билет и на една от двата въпроса, а след това и на втория въпрос от друг билет.

Зад.10 Дадени са 10 урни, в чет от тях има по две бели и две черни топки, а в десетата има пет бели и една черна. От случайно избрана урна се тегли топка, която се оказва бяла. Каква е вероятността тази топка да е изтеглена от десетата урна.

Зад.11 Дадени са три жетона. Първият има две бели страни, вторият две черни, а третият една бяла и една черна страна. По случайен начин се избира жетон и се хвърля върху маса. Ако горната страна на жетона е бяла, каква е вероятността другата му страна която не се вижда също да е бяла.

Зад.12 Изпит се провежда по следния начин: във всеки билет има написан един въпрос с четири отговора, от които само един е верен. Предполагаме, че студентът знае 90% от въпросите, ако не знае верния отговор той налучква. Каква е вероятността студент, който е отговорил правилно, да не е знаел верния отговор, а да е налучкал.

Зад.13 Трима ловци едновременно стрелят по заек. Заскът е убит от един куршум. Каква е вероятността той да е изстрелян от първия ловец, ако те уцелват с вероятност съответно 0.2, 0.4 и 0.6.

Зад.14 Прехвърляме последователно тесте от 52 карти. Ако за първи път видим червено асо на 6 позиция, каква е вероятността след това да видим червено асо преди черно асо.

4x 0.6
1x
0.2x 0.4

Δp hyper I out

$$(np + q - n(1-p)^q).$$

$$P(A) = P(H_1) \cdot P(A|H_1) + P(H_2) \cdot P(A|H_2) + \dots$$

$$P(H_2|A) = \frac{P(H_2) \cdot P(A|H_2)}{\sum P(H_i) \cdot P(A|H_i)}$$

Задача 1.

Тетраедър

1 астр. - бяло

2 астр. - зелено

3 астр. - червено.

4 астр.

5 астр.

6 астр.

} има 4 от 3-те цвята.

A, B, C - събития за падане на бяло, зелено, червено астр.

Независими ли са?



$$P(A) = 1/2$$

$$P(B) = 1/2$$

$$P(C) = 1/2$$

$$P(AB) = 1/4$$

$$P(AC) = 1/4$$

$$P(BC) = 1/4$$

$$P(ABC) = 1/4$$

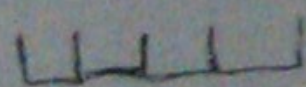
$$P(ABC) \neq P(A) \cdot P(B) \cdot P(C)$$

Не са независими.

Задача 2.

4 независими опита за $A = 1/2$

Вер. на A при първи опит = ?



$$1 - p$$

неуспех при първи опит.

$$(1 - p)^4$$

неуспех при 4-те опита

Поле едн. успех:

$$1 - (1 - p)^4$$

$$1 - (1 - p)^4 = 1/2$$

$$p = 1 - \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$$

Задача 3.

$$P(A) = p$$

$$P(B) = q$$

$$P(AB) = r$$

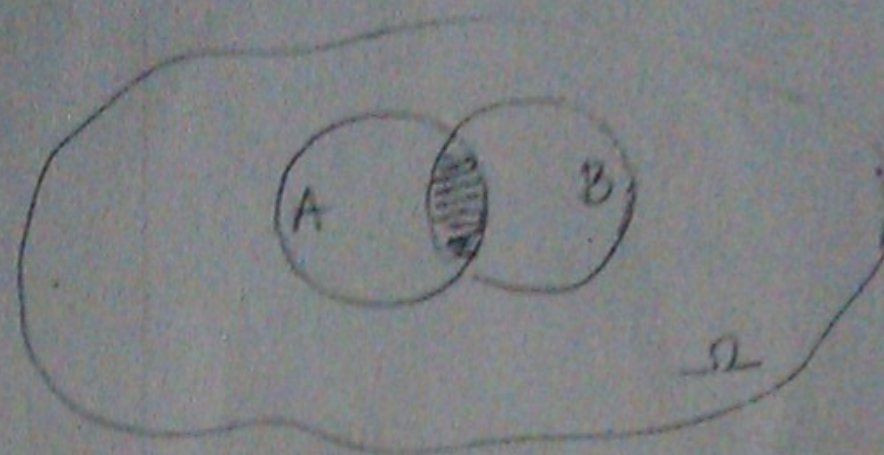
$$P(A\bar{B}) = ?$$

$$P(\bar{A}\bar{B}) = ?$$

$$P(B|A) = ?$$

$$P(AB) = r$$

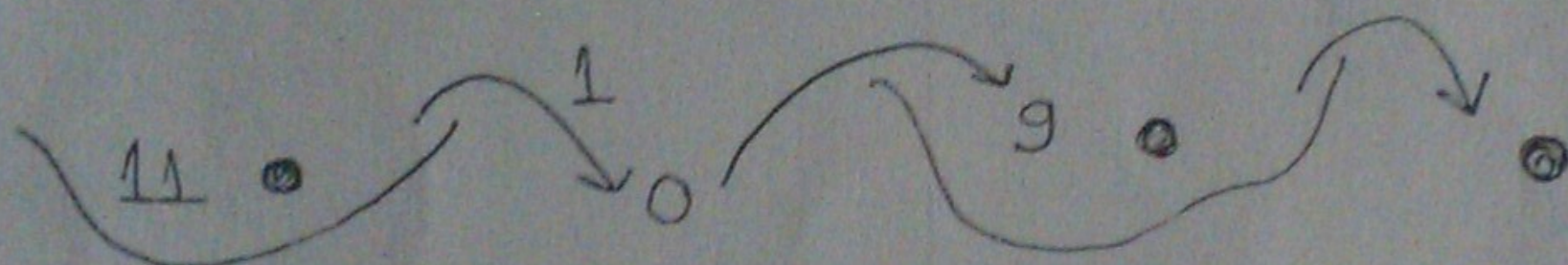
$$P(A\bar{B}) = p - r$$



$$P(\bar{A}\bar{B}) = \frac{P(\bar{A}\bar{B})}{P(\bar{A})}$$

$$P(\bar{B}|\bar{A}) = \frac{P(\bar{A}\bar{B})}{P(\bar{A})} = \frac{P(A \cup B)}{1 - p} = \frac{1 - (p + q - r)}{1 - p}$$

Задача 4.



H_1 - прехвърляне дефектно

H_2 - прехвърляне качествено.

$$P(H_1) = 4/12$$

$$P(H_2) = 11/12$$

$$P(A|H_1) = \frac{2}{11}$$

(вероятност до 2-та партия / прехвърляне дефектно)

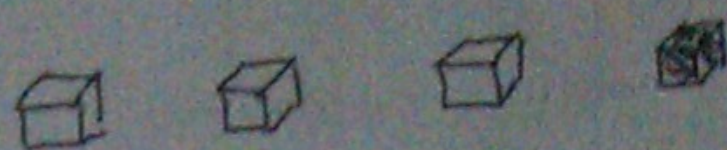
$$P(A|H_2) = \frac{1}{11}$$

$$P(A) = P(H_1) \cdot P(A|H_1) + P(H_2) \cdot P(A|H_2) = 13/132$$

A - втора партия качество

Задача 5.

3 зара + 1 със 6-цифр.



избраване една. $\rightarrow$

хвърляне три.

а) три шестцифр.

$$P(H_1) = 1/4$$

отдаден зара с 6-цифр.

$$P(H_2) = 3/4$$

отдаден зара нормален.

$$P(A|H_1) = 1/6^3$$

$$P(A|H_2) = 1/6^2$$

$$\frac{6}{6^3} \quad w$$

$$\frac{1}{6}$$

$$P(A) = P(A|H_1) \cdot P(H_1) + P(H_2) \cdot P(A|H_2) = 19/4 \cdot 6^2$$

б) различни цифри.

$$P(B) = \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} + \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{5}{9}$$

отдаден

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6}$$

три нормални
зара

нормален
зар.

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} \quad (\text{без шесте 6.})$$

в) последователни числа.

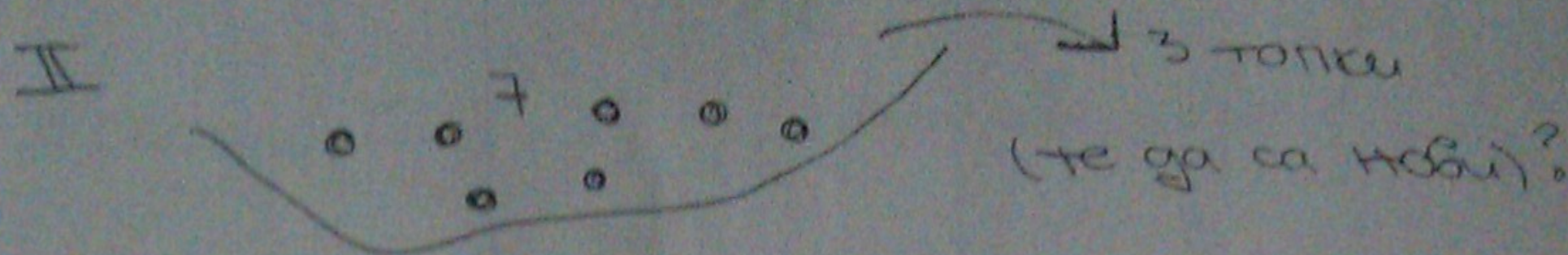
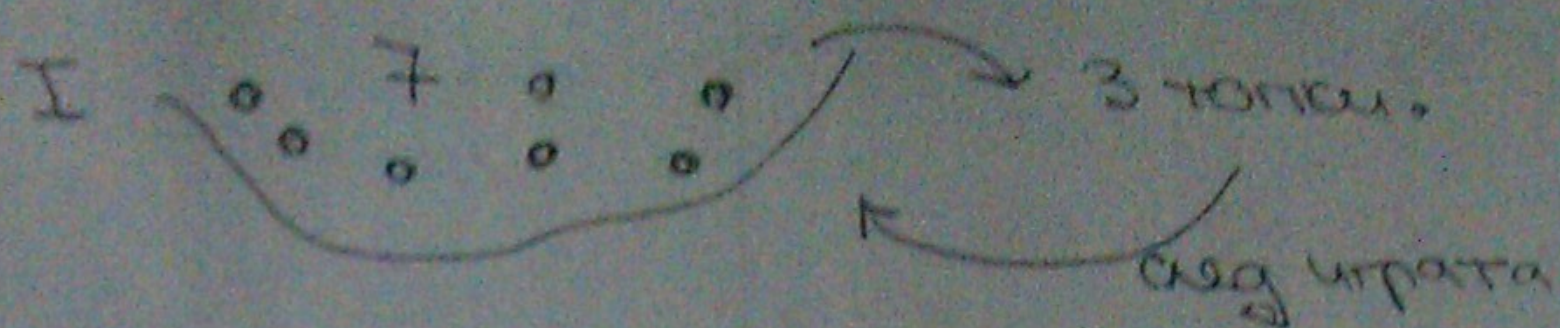
$$P(B|H_1) = \frac{4 \cdot 3!}{6^3}$$

$$P(B|H_2) = \frac{1 \cdot 2!}{6^2}$$

123
234
345
456
567
678

456
567
678

Задача 6.



всего - C_7^3
 дадено

$$P(H_0) = \frac{1}{C_7^3} = 1/35$$

нико една нова

$$P(H_1) = \frac{C_4^1 \cdot C_3^2}{C_7^3} = 12/35$$

една нова
 възникване

$$P(A|H_0) = \frac{C_4^3}{C_7^3} = 4/35$$

$$P(A|H_1) = \frac{C_3^3}{C_7^3} = 1/35$$

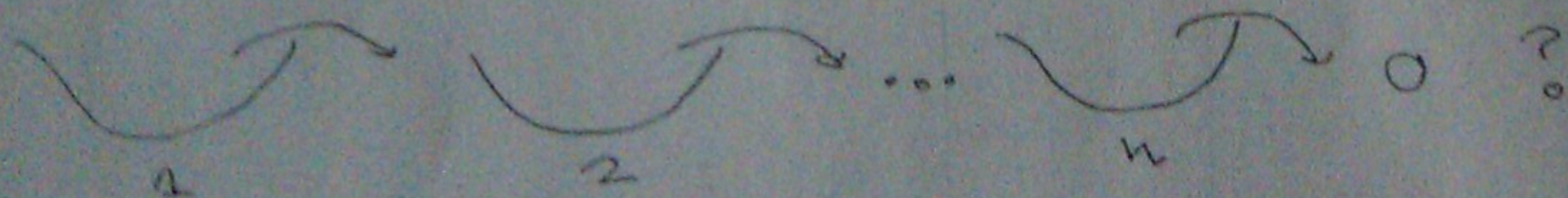
$$P(A) = P(H_0) \cdot P(A|H_0) + P(H_1) \cdot P(A|H_1) = 16/1225$$

Задача 7.

n урета

m деси 0

k черти 0



A_i - от i -та урета $\rightarrow 0$.

$$P(A_1) = \frac{m}{m+k}$$

$$P(\bar{A}_1) = \frac{k}{m+k}$$

$$P(A_2) = \frac{m}{m+k} \cdot \frac{m+1}{m+k+1} + \frac{m}{m+k} \cdot \frac{m}{m+k+1} = \frac{m}{m+k}$$

$$P(\bar{A}_2) = \frac{k}{m+k}$$

узгжтүшү $P(A_i) = \frac{m}{m+k}$

$$P(\bar{A}_i) = \frac{k}{m+k}$$

$$P = \frac{m}{m+k}$$

Задание 8.

n-директ

~ n-тергет.

m-уш.

Най-устогшо нора?

Задача 9.

15 диверта → 2 группа.

25 шаров.

извст - и на 2 от. или на 1 + гр.? or гр дивер?

25 | 5 |

1 | 1 |

$$P(A) = \frac{25}{30} \cdot \frac{24}{29} + \frac{25}{30} \cdot \frac{5}{29} \cdot \frac{24}{28} \cdot 2$$

и диверта
шаров

егит шаров гр. не.

Задача 10.

10 шаров.

1,9

10

и диверта

егит шаров

и диверта

$$P(\text{га е от } 10) = ?$$

$$P(H_1) = 9/10$$

и диверта 1,9

$$P(H_2) = 1/10$$

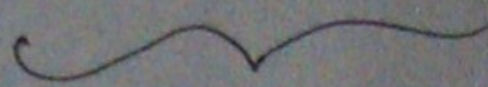
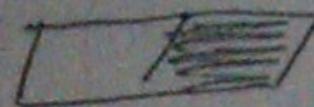
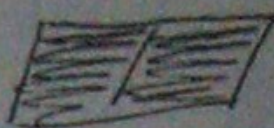
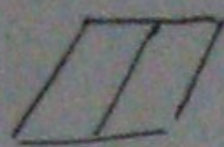
и диверта 10

$$P(A|H_1) = 1/2$$

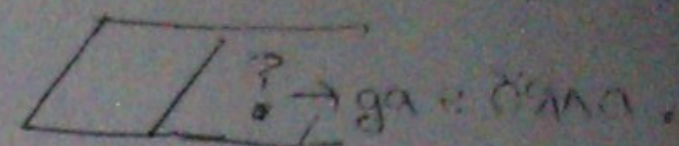
$$P(A|H_2) = 5/6$$

$$P(H_2|A) = \frac{P(H_2) \cdot P(A|H_2)}{\sum P(H_i) \cdot P(A|H_i)} = 5/32$$

Задача 11.



случайно чедра



$$P(H_1) = P(H_2) = P(H_3) = 1/3$$

A - скартата е от да е била.

$$P(H_1|A) = \frac{1/3 \cdot 1}{1/3 \cdot 1 + 1/3 \cdot 1/2 + 1/3 \cdot 0} = \frac{2}{3}$$

Задача 12.

а)

б)

в)

г).

90%? Знае H₁

10% намукува. H₂

P отг. верно да е намукувал.

$$P(H_1) = 9/10$$

$$P(H_2) = 1/10$$

$$P(A|H_1) = 1$$

$$P(A|H_2) = \frac{1}{4}$$

$$P(H_2|A) = 1/37$$

Задача 13.

1 →

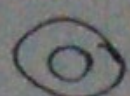
0.2

2 →

0.4

3 →

0.6



$$P(A) = ?$$

$$P(B_1) = 0.2 = 1/5$$

$$P(B_2) = 2/5$$

$$P(B_3) = 3/5$$

$$P(B_1|A) = \frac{P(A|B_1) \cdot P(B_1)}{P(A)} = \frac{P(B_1 \bar{B}_2 \bar{B}_3)}{P(B_1 \bar{B}_2 \bar{B}_3) + P(\bar{B}_1 B_2 \bar{B}_3) + P(\bar{B}_1 \bar{B}_2 B_3)}$$

$$= 3/29$$

Задача 14.

52 карты.

□ □ □ □ □ A ... A ... A ?

5 карты перевернуты: милое 0

$$P(H_0) = \frac{C_{48}^5}{C_{50}^5}$$

$$P(H_1) = \frac{C_2^1 \cdot C_{48}^4}{C_{50}^5}$$

$$P(H_2) = \frac{C_2^2 \cdot C_{48}^3}{C_{50}^5}$$

$$P(A|H_2) = 1$$

$$P(A|H_1) = \frac{1}{2}$$

$$P(A|H_0) = \frac{1}{3}$$

$$P(H_0) \cdot P(A|H_0) + P(H_1) \cdot P(A|H_1) + P(H_2) \cdot P(A|H_2)$$