ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ЛИНЕЙНА АЛГЕБРА

специалност Математика

Вариант 1, 4 февруари 2013 г.

Име:
Факултетен №

Задача 1. Да се реши системата линейни уравнения

$$\left|\begin{array}{rrrr} x_1 & -x_2 & +x_3 & =2 \\ 3x_1 & -2x_2 & +(\lambda+3)x_3 & =5 \\ 2x_1 & -(\lambda+2)x_2 & +x_3 & =2\lambda+5 \end{array}\right.$$

в зависимост от стойностите на реалния параметър λ.

Задача 2. В линейното пространство $\mathbb{R}^3$ са дадени линейната обвивка $\mathbb{U}=l(a_1,a_2)$ на векторите

$$a_1=(1,-2,2),\quad a_2=(5,-7,7)$$

и пространството от решения $\mathbb{W}$ на хомогенната линейна система

$$\left|\begin{array}{rrrr} x_1 & +2x_2 & +x_3 & =0 \\ 3x_1 & +5x_2 & +2x_3 & =0 \end{array}\right. .$$

Да се намерят базиси на подпространствата $\mathbb{U}$, $\mathbb{W}$, $\mathbb{U}\cap\mathbb{W}$ и $\mathbb{U}+\mathbb{W}$ на $\mathbb{R}^3$.

Задача 3. Спрямо базиса e_1,e_2,e_3 на линейното пространство V операторите φ_1,φ_2 и ψ имат матрици

$$A_1=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix},\quad A_2=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$B=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 2 \\ -3 & -4 & 0 \end{pmatrix}.$$

Да се намерят:

(i) матрицата M на оператора $\varphi_1\varphi_2+\psi$ срямо базиса e_1,e_2,e_3;

(ii) матрицата C на φ_1 спрямо базиса

$e_1'=e_1+2e_2+e_3,\quad e_2'=-e_1+e_2+e_3,\quad e_3'=2e_1+3e_2+e_3.$

Задача 4. Спрямо ортонормиран базис на евклидовото пространство $\mathbb{R}^3$, линейният оператор $\Phi:\mathbb{R}^3\longrightarrow\mathbb{R}^3$ има матрица

$$M=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & 4 & -4 \\ 2 & -4 & 4 \end{pmatrix}.$$

Да се намери ортонормиран базис на $\mathbb{R}^3$, в който матрицата D на Φ е диагонална, както и тази матрица D.

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ЛИНЕЙНА АЛГЕБРА

специалност Математика

Вариант 2, 4 февруари 2013 г.

Име:
Факултетен №

Задача 1. Да се реши системата линейни уравнения

$$\left|\begin{array}{rrrr} x_1 & -x_2 & +x_3 & =1 \\ 2x_1 & +x_2 & +(-3\lambda+2)x_3 & =8 \\ 3x_1 & +(\lambda-3)x_2 & +2x_3 & =3\lambda+4 \end{array}\right.$$

в зависимост от стойностите на реалния параметър λ.

Задача 2. В линейното пространство $\mathbb{R}^3$ са дадени линейната обвивка $\mathbb{U}=l(a_1,a_2)$ на векторите

$$a_1=(1,-2,1),\quad a_2=(1,7,-5)$$

и пространството от решения $\mathbb{W}$ на хомогенната линейна система

$$\left|\begin{array}{rrrr} x_1 & -5x_2 & -4x_3 & =0 \\ 3x_1 & -x_2 & +2x_3 & =0 \end{array}\right. .$$

Да се намерят базиси на подпространствата $\mathbb{U}$, $\mathbb{W}$, $\mathbb{U}\cap\mathbb{W}$ и $\mathbb{U}+\mathbb{W}$ на $\mathbb{R}^3$.

Задача 3. Спрямо базиса e_1,e_2,e_3 на линейното пространство V операторите φ_1,φ_2 и ψ имат матрици

$$A_1=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix},\quad A_2=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$B=\begin{pmatrix} 0 & 1 & -4 \\ -3 & 1 & -5 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Да се намерят:

(i) матрицата M на оператора $\varphi_1\varphi_2+\psi$ срямо базиса e_1,e_2,e_3;

(ii) матрицата C на φ_1 спрямо базиса

$e_1'=e_1+e_2+2e_3,\quad e_2'=-e_1+e_2+e_3,\quad e_3'=2e_1+e_2+3e_3.$

Задача 4. Спрямо ортонормиран базис на евклидовото пространство $\mathbb{R}^3$, линейният оператор $\Phi:\mathbb{R}^3\longrightarrow\mathbb{R}^3$ има матрица

$$M=\begin{pmatrix} 2 & -4 & 4 \\ -4 & 8 & -8 \\ 4 & -8 & 8 \end{pmatrix}.$$

Да се намери ортонормиран базис на $\mathbb{R}^3$, в който матрицата D на Φ е диагонална, както и тази матрица D.

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ЛИНЕЙНА АЛГЕБРА

специалност Математика

Вариант 3, 4 февруари 2013 г.

Име:
Факултетен №

Задача 1. Да се реши системата линейни уравнения

$$\left| \begin{array}{llll} x_1 & +x_2 & -2x_3 & =1 \\ 2x_1 & +x_2 & -(\lambda+4)x_3 & =3 \\ 3x_1 & +(-\lambda+1)x_2 & -6x_3 & =2\lambda+7 \end{array} \right.$$

в зависимост от стойностите на реалния параметър λ.

Задача 2. В линейното пространство $\mathbb{R}^3$ са дадени линейната обвивка $\mathbb{U} = l(a_1, a_2)$ на векторите

$$a_1 = (1, 3, -2), \quad a_2 = (-1, 5, 0)$$

и пространството от решения $\mathbb{W}$ на хомогенната линейна система

$$\left| \begin{array}{llll} x_1 & +2x_2 & -x_3 & =0 \\ 3x_1 & -2x_2 & +5x_3 & =0 \end{array} \right. .$$

Да се намерят базиси на подпространствата $\mathbb{U}$, $\mathbb{W}$, $\mathbb{U} \cap \mathbb{W}$ и $\mathbb{U} + \mathbb{W}$ на $\mathbb{R}^3$.

Задача 3. Спрямо базиса e_1, e_2, e_3 на линейното пространство V операторите φ_1, φ_2 и ψ имат матрици

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Да се намерят:

(i) матрицата M на оператора $\varphi_1\varphi_2 + \psi$ срямо базиса e_1, e_2, e_3;

(ii) матрицата C на φ_1 спрямо базиса

$e_1' = e_1 + 2e_2 + e_3, \quad e_2' = -e_1 + e_2 + e_3, \quad e_3' = 2e_1 + 3e_2 + e_3.$

Задача 4. Спрямо ортонормиран базис на евклидовото пространство $\mathbb{R}^3$, линейният оператор $\Phi : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ има матрица

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 2 & -4 & 4 \\ -2 & 4 & -4 \end{pmatrix}.$$

Да се намери ортонормиран базис на $\mathbb{R}^3$, в който матрицата D на Φ е диагонална, както и тази матрица D.

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ЛИНЕЙНА АЛГЕБРА

специалност Математика

Вариант 4, 4 февруари 2013 г.

Име:
Факултетен №

Задача 1. Да се реши системата линейни уравнения

$$\left| \begin{array}{llll} x_1 & -x_2 & -x_3 & =2 \\ 3x_1 & -2x_2 & +(\lambda-3)x_3 & =5 \\ 2x_1 & -(\lambda+2)x_2 & -(2\lambda+2)x_3 & =3\lambda+4 \end{array} \right.$$

в зависимост от стойностите на реалния параметър λ.

Задача 2. В линейното пространство $\mathbb{R}^3$ са дадени линейната обвивка $\mathbb{U} = l(a_1, a_2)$ на векторите

$$a_1 = (1, -1, 2), \quad a_2 = (5, -1, 8)$$

и пространството от решения $\mathbb{W}$ на хомогенната линейна система

$$\left| \begin{array}{llll} x_1 & -2x_2 & +x_3 & =0 \\ 2x_1 & -5x_2 & +3x_3 & =0 \end{array} \right. .$$

Да се намерят базиси на подпространствата $\mathbb{U}$, $\mathbb{W}$, $\mathbb{U} \cap \mathbb{W}$ и $\mathbb{U} + \mathbb{W}$ на $\mathbb{R}^3$.

Задача 3. Спрямо базиса e_1, e_2, e_3 на линейното пространство V операторите φ_1, φ_2 и ψ имат матрици

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 3 \\ 0 & 3 & -1 \\ -3 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Да се намерят:

(i) матрицата M на оператора $\varphi_1\varphi_2 + \psi$ срямо базиса e_1, e_2, e_3;

(ii) матрицата C на φ_1 спрямо базиса

$e_1' = e_1 + 2e_2 + e_3, \quad e_2' = -e_1 + e_2 + e_3, \quad e_3' = 2e_1 + 3e_2 + e_3.$

Задача 4. Спрямо ортонормиран базис на евклидовото пространство $\mathbb{R}^3$, линейният оператор $\Phi : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ има матрица

$$M = \begin{pmatrix} -2 & 4 & -4 \\ 4 & -8 & 8 \\ -4 & 8 & -8 \end{pmatrix}.$$

Да се намери ортонормиран базис на $\mathbb{R}^3$, в който матрицата D на Φ е диагонална, както и тази матрица D.