КОНТРОЛНО №1

по ДИС I специалност Приложна математика

1. Докажете с принципа на математическата индукция

а) $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\ldots+\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n}=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\ldots+\frac{1}{n+n}$, $n\in\mathbb{N}$;

б) $\binom{x}{0}-\binom{x}{1}+\binom{x}{2}-\ldots+(-1)^n\binom{x}{n}=(-1)^n\binom{x-1}{n}$, $x\in\mathbb{R}$, $n\in\mathbb{N}$.

в) $\sum\limits_{k=1}^{n}k(k+1)(k+2)=\frac{1}{4}n(n+1)(n+2)(n+3)$, $n\in\mathbb{N}$

2.* Докажете, че

$$\arccos x-\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}=\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}+\frac{\pi}{2} \quad \text{при} \quad -1<x<0.$$

3. Намерете границата

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt[3]{n^5+n+2}}{\sqrt[3]{1-n^6}-\sqrt[3]{n}}$; б) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt[3]{n^6+n+2}}{\sqrt[3]{n^6-n^2}-\sqrt[3]{n}}$; в) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n^2+5n+6}{n^2+3n+2}\right)^{\frac{n}{2}}$;

г) $\lim\limits_{x_n\to 8}\frac{\sqrt{9+2x_n}-5}{\sqrt[3]{x_n}-2}$; г) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1.2.3+2.3.4+3.4.5+\ldots+n(n+1)(n+2)}{\sqrt{9n^8+3n^2-1}}$.

4.* Докажете, че редицата $a_{n+1}=\frac{3a_n^2+a_n+6}{a_n+9}$, $a_1=2$ е сходяща и намерете нейната граница.

5. Намерете границата:

а) $\lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{2}}\frac{\cos x}{\frac{3\pi}{2}-x}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sin\sqrt{x+1}-\sin\sqrt{x}\right)$

в) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{xe^x+1}{x\pi^x+1}\right)^{\frac{1}{x^2}}$; г) $\lim\limits_{x\to 0}(\sin x+\cos x)^{\frac{1}{x}}$