

УВОД В МАКРОИКОНОМИКАТА

Андрей Василев
Йордан Йорданов

София, 2014 г.

Съдържание

Предговор	iii
I Предмет на макроикономиката. Макроикономически показатели.	1
1 Предмет на макроикономиката. Основни понятия.	3
1.1 Преглед на пресата	3
1.2 С какво се занимава макроикономиката	5
1.3 Секторна класификация	7
1.4 Теории и модели в макроикономиката	11
1.5 Ролята на статистическата информация	13
1.6 Допълнителни бележки и литература	15
2 Измерване на макроикономическите величини	17
2.1 Производство и брутен вътрешен продукт	17
2.2 Национален доход	30
2.3 Ценови индекси и инфлация	32
2.4 Валутни курсове	37
2.5 Платежен баланс, външен дълг и международна инвестиционна позиция	41
2.6 Статистика на банковата система	50
2.7 Бюджетна статистика	58
2.8 Пазар на труда	61
2.9 Допълнителни бележки и литература	63
II Икономиката в краткосрочен хоризонт	67
3 Модели на затворени икономики в краткосрочен хоризонт	69

3.1	Увод	69
3.2	Основен IS-MP-PC модел	74
3.3	Варианти на парична политика в основния модел	78
3.4	Динамичен IS-MP-PC модел	92
3.5	Допълнителни бележки и литература	94
4	Увод в икономическата динамика. Примери.	97
4.1	Основни означения и предварителни понятия	97
4.2	Динамика на държавния дълг	107
4.3	Модел на Самюелсън-Хикс	112
4.4	Изследване на решенията на простия модел	115
4.5	Изследване на решенията на сложния модел	118
4.6	Допълнителни бележки и литература	125
III	Икономиката в дългосрочен хоризонт	127
5	Моделиране на икономическия растеж при екзогенни норма на спестяване и технологичен прогрес. Модел на Солоу-Суон.	129
5.1	Увод	129
5.2	Производствена функция	131
5.3	Модел на Солоу-Суон (дискретен вариант)	136
5.4	Модел на Солоу-Суон (непрекъснат вариант)	140
5.5	Допълнителни бележки и литература	147
6	Моделиране на икономическия растеж при ендогенна норма на спестяване. Модел на Рамзи-Кас-Купманс.	149
6.1	Увод	149
6.2	Модел на Рамзи-Кас-Купманс (дискретен вариант)	150
6.3	Допълнителни бележки и литература	156
IV	Приложения	157
A	Сведения за диференчни уравнения	159
	Библиография	165
	Азбучен указател	167

Предговор

Основното предназначение на тези записки е да подпомагат подготовката на студентите за курса *Макроикономика 1* към ФМИ на СУ „Св. Климент Охридски.“ Тематично се включва стандартен материал, който според нас би трябвало да се съдържа от един уводен курс по макроикономика. Основната разлика в сравнение с повечето уводни курсове и съответните учебници е в по-свободното използване на математически апарат в изложението, което е мотивирано от подготовката на аудиторията. Въпреки това, от наша гледна точка, целта на материала остава запознаването на читателите с предмета и някои от основните методи на макроикономиката, а ролята на математическата формализация е да поясни и прецизира икономическите твърдения. Поради избора на този подход една възможна употреба на тези записки е в курс по макроикономика от второ ниво за икономическите специалности.

Предполага се, че читателите на тези записки са слушали уводен курс по микроикономика, както и курсове по математически анализ, линейна алгебра и диференциални уравнения. За да се улесни усвояването на материала, в изложението са включени различни илюстративни примери, както и въпроси и задачи към читателите.

А.В.
Й.Й.

Част I

Предмет на макроикономиката.
Макроикономически
показатели.

Предмет на макроикономиката. Основни понятия.

1.1 Преглед на пресата

В началото на 2008 г. вестник *Пари* публикува статия, предлагаща приемането на комплект от превантивни мерки за противодействие на разрастващата се глобална икономическа криза¹. Статията започва така²:

Ако системните големи излишъци във финансовия план на държавата са резултат на недоглеждане, това е доказателство за некомпетентно финансово планиране. Ако са съзнателно планирани, какъвто е нашият случай, то е свидетелство за погрешна държавна политика. Защото политиката на бюджетни излишъци замразява ресурси под формата на фискален резерв, като ги отклонява от стопанския оборот в България и възнамерява да ги използва за третиране на последиците, а не на причините за дефицита в търговската и текущата сметка, затруднява и отлага тяхното решаване.

Оправдаването на тези действия с предотвратяване на прегряване в икономиката (чрез „спестяване“ на излишъка) е не-

¹Иван Ангелов, „Правителството бързо да подготви превантивна антикризисна програма,” в-к *Пари*, Брой 35, 19 февруари 2008 г.

²От читателите без предварителна подготовка по макроикономика не се очаква да разбират детайлите на този и следващите откъси, а само да се ориентират за общата насока на разсъждение.

сериозно. Използването на бюджетния излишък за допълнителни инвестиции за модернизация в държавни предприятия, за развитие на комплексна инфраструктура; за здравеопазване, образование, наука, иновации; за опазване на околната среда няма да доведе до сериозно прегряване на икономиката, т.е. висока инфлация.

Година по-късно вестник *24 часа* пише³:

В края на 2008 година правителството похарчи голяма част от бюджетния излишък, а през 2009 година предвижда голямо увеличение на капиталовите разходи. С две думи, основната идея в антикризисната програма на правителството е харчене на много пари, които ще влязат основно в строителството. [...] Трябва да се обмислят други алтернативи за насърчаване на икономиката.

Сравнително бързо могат да се предприемат две мерки в тази посока. [Забележка: Ако все още четете, значи проявявате похвално постоянство. Продължавайте! – А.В., Й.Й.] На първо място, рязко намаляване на облагането върху труда (чрез намаляване на осигуровките) ще остави повече средства в работещите и работодателите, ще облекчи пазара на труда и ще направи фирмите по-конкурентни. По този начин, и увеличаването на безработицата би било доста по-малко. На второ място, бързи реформи за подобряване на бизнес средата – включително по-малко бумажина и бюрокрация. Това ще улесни привличането на чужди инвестиции, които най-много се оплакват от дълги, тежки, скъпи и корупционни процедури.

Приблизително по същото време седмичникът *Капитал* публикува следното⁴:

Масираните фискални стимули, финансирани чрез емисия на правителствен дълг, водят до нарастване на лихвените проценти по този дълг. Тези по-високи лихвени проценти се пренасят в цената на кредита за частния сектор. С други

³Георги Ангелов, „Не харчене, а ниски данъци и реформи против кризата,” в-к *24 часа*, 14 януари 2009 г.

⁴Калин Христов, „Ограниченията на антикризисните мерки,” в-к *Капитал*, Брой 5, 06 февруари 2009 г.

думи, това, което частично се постига с паричната политика, може бързо да бъде унищожено от непремерена фискална експанзия. [...]

При структурирането на фискални пакети, целящи поддържане на потреблението и инвестициите, трябва да се отчита и в каква степен по-високите правителствени разходи могат да заместят по-ниското ниво на частното потребление и на инвестиции. Ако вземем за пример България, която през последните три години е получила средно около 30% от БВП приток на чуждестранен капитал (преки инвестиции и дълг), е ясно, че не е възможно да бъде формулиран фискален пакет, който да неутрализира възможно рязко забавяне на този приток на средства отвън. Следователно фискалната политика трябва да бъде насочена към поддържане на доверието на чуждестранните инвеститори, а не към замяна на техните инвестиции с правителствени разходи.

Горните откъси са примери за макроикономически дискусии, представени на популярно ниво. Дори ако това е първата ви среща с такава материя, вероятно сте разбрали поне, че:

- се обсъждат въпроси, касаещи страната и съответно икономиката като цяло;
- мненията за това как да се разреши даден проблем могат да бъдат диаметрално противоположни;
- в икономиката си взаимодействат различни механизми, които могат взаимно да се неутрализират;
- преценяването на даден аргумент често изисква познаването на специализирани статистически показатели и източници на данни.

Целта на този материал е да ви помогне да направите първите си стъпки в макроикономиката, като ви запознае с нейния предмет, някои стандартни методи за анализ и необходимата за провеждането му информация.

1.2 С какво се занимава макроикономиката

Всеки уводен курс по макроикономика започва с това, че тази наука разглежда икономическите явления на ниво държава (цяла икономика), за разлика от микроикономиката, която се занимава с действията

на отделните индивиди или фирми, или международната икономика, която третира икономическите отношения между държавите. Анализирането на икономиката като цяло е сложна задача, доколкото всички ние ежедневно предприемаме много действия с икономическо значение. Такива действия могат да бъдат тривиални (като закупуването на чаша кафе) или мащабни (като сключването на договор за многомилionen инвестиционен проект).

За да се сведе макроикономическият анализ до задача с обозрима големина е необходимо информацията за разнообразните икономически действия и явления да бъде обобщена по подходящ начин, така че да може да се работи със сравнително малък брой понятия и показатели. Процесът на обобщаване се нарича **агрегиране**. Пример за това е обобщаването на информацията за цените на най-разнообразни стоки и услуги, наблюдавани в различните населени места в страната, до един индекс на общото ценово равнище, чието повишение се нарича инфлация. Обикновено информация за агрегирани величини може да бъде намерена в статистически източници като изданията на Националния статистически институт в случая на България. Тези величини са основен обект на изследване на макроикономическия анализ и поради това понякога определянето на предмета на макроикономиката преминава през обяснения от вида „макроикономиката се занимава с дефиниране, измерване и изследване на динамиката и взаимовръзките между брутен вътрешен продукт, инфлация, безработица, платежен баланс и пр.”

Традиционно обучението по икономика започва с въведение в микро- и макроикономиката. При първо четене въпросите, с които се занимават микроикономиката и макроикономиката могат да изглеждат доста отличаващи се и слабо свързани помежду си. Това е само привидно и се дължи на разликата в мащаба на разглеждането, а не на съдържателни различия в дисциплините. В основната си част разликите са резултат на агрегирането с цел компактно представяне на разнообразните микроикономически явления на макро ниво. Понякога тази връзка между микроикономика и макроикономика не е очевидна, но за доброто разбиране на същината на макроикономическата проблематика е полезно да считаме макроикономиката за „агрегирана микроикономика.” Като минимум подобен подход помага да помним, че в крайна сметка това, което се наблюдава на ниво национална икономика е отражение на нашите индивидуални решения.

Една известна шега на икономиста Джон Мейнард Кейнс гласи, че икономистите би трябвало да се стремят в по-голяма степен да приличат на зъболекарите. В тази шега вероятно се съдържа повече истина, отколкото среднестатистическият икономист би желал да признае, но

една неоспорима прилика между работата на макроикономистите и на зъболекарите е стремежът да се търси подобрене на проблематични ситуации. В практиката първата задача на един макроикономист е да разбере на какво се дължат наблюдаваните явления и какви са връзките между тях. Дори ако тази задача е изпълнена успешно (което в повечето случаи е много трудно), ползата от това би била твърде ограничена, ако полученото знание не се използва за формулиране на подходящи действия, което да доведат до подобрене на състоянието на икономиката спрямо текущото ѝ положение. Такива действия най-често се предприемат от правителството и централната банка на една страна (т.нар. **мерки на икономическата политика**), но могат да бъдат и препоръчителни действия на частни лица (напр. да се въздържат от теглене на депозитите си в банковата система, за да не се стигне до кризисна ситуация). Във всички случаи формулирането на подходящи действия, целящи постигането на оптималните за дадена ситуация резултати, е важна част от предмета на макроикономиката, наред с това да се изясни функционирането на съответните икономически механизми.

1.3 Секторна класификация

Всеки субект, който взема решения и съответно предприема действия с икономически характер ще наричаме **икономически агент**. Всички ние като индивиди сме икономически агенти, но такива са и субекти с по-сложна структура като фирмите, държавните институции, банките, застрахователните дружества и др.

Макроикономическият анализ се прави на агрегирано ниво, но и тогава е удобно да въведем разделяне на даден набор от икономически агенти на групи, които имат сходни икономически характеристики. Такива групи агенти ще наричаме **сектори**.

Едно стандартно разделяне на множеството от всички икономически агенти е на т.нар. **институционални сектори**. Формалната класификация разделя агентите в една икономика в следните институционални сектори (вж. глава 2 за повече подробности и препратки):

- нефинансови предприятия
- финансови предприятия
- държавно управление
- нетърговски организации, обслужващи домакинствата

- домакинства

На базата на тази секторна класификация можем да изведем няколко основни категории икономически агенти. На първо място, **домакинствата** са такива икономически агенти, които потребяват стоки и услуги, и предлагат труд на предприятията. Те могат да включват едно или няколко лица, които живеят заедно, поне частично използват доходите на отделните членове за общи цели и съответно потребяват заедно определени стоки и услуги.

Терминът **предприятия** (или още **фирми**) най-често се употребява за представители на сектор *Нефинансови предприятия*. Най-общо това са икономически агенти, чиято основна дейност е производството за пазарни цели на стоки или (нефинансови) услуги. Статистическите подробности по определянето на принадлежността на даден икономически агент като нефинансово предприятие могат да бъдат доста сложни (напр. регистриран едноличен търговец се счита за принадлежащ към домакинствата, а не към предприятията). Като един типичен начален пример за предприятие можем да вземем завод, който произвежда някаква стока: очевидно производството на тази стока е основната му дейност и то се прави с цел продажбата ѝ (т.е. с пазарна цел).

Основна характеристика на всички представители на сектор *Финансови предприятия* е, че те произвеждат финансови услуги. Финансовите услуги са широко понятие, но като първо приближение можем да си ги представяме като банкови и застрахователни дейности. Това, разбира се, е с цената на значително опростяване на идеята за финансова услуга. Поради разнородността на икономическите агенти в сектора е по-удобно при първо запознаване да въведем само някои от по-важните категории икономически агенти, включвани в него.

Банките са важна част от сектор *Финансови предприятия* в икономики като българската. Те са институции, които привличат парични ресурси във вид на депозити и ги инвестират в различни форми. Инвестициите могат да бъдат например във вид на директно предоставени средства на други агенти (заеми) или във вид на закупени на фондовия пазар ценни книги. Очевидно е, че икономическите агенти, които правят депозити, очакват възнаграждение за това, че са предоставили ресурсите си на банките. Това възнаграждение се получава под формата на лихвата, която се плаща по даден депозит. Същевременно банките се стремят да получат (по-голяма) лихва или, по-общо, възвращаемост от направените от тях инвестиции. Икономическата същност на тази дейност е, че банките се явяват посредници между икономическите агенти със свободни ресурси (собствениците на депозити) и

икономическите агенти, които имат нужда от ресурси (заемополучателите). Този процес на пренасочване на свободните финансови ресурси към икономическите агенти, които имат нужда от тях, се нарича **финансово посредничество**.

Освен банки, секторът на финансовите предприятия включва разнообразни институции като застрахователни дружества, пенсионни фондове, финансови къщи, лизингови компании, инвестиционни фондове и др. Често такива финансови предприятия изпълняват дейности, подобни на тези на банките и поради това понякога се говори за „сектора на финансовото посредничество” като събирателно понятие.

Сред категориите икономически агенти, формиращи сектор *Финансови предприятия*, основна роля има **централната банка**. Централната банка е публична финансова институция, която има право да емитира пари и може да държи (част от) валутните резерви на една страна. Централната банка има специални функции по отношение на останалите банки: тя може да регулира определени аспекти от дейността им, да им предоставя или ограничава достъпа до ресурси и пр. В определени случаи някои от тези дейности са делегирани на други институции – типичен пример е надзорът над банковата система – но когато целите на различните институции са сходни, а действията им се координират, може да се счита, че в съответната икономика функционира една централна банка. При такива правомощия централната банка е важен икономически агент, който може с действията си да влияе на развитието на националната икономика. Действията на централната банка, целящи да повлияят върху състоянието на икономиката, се наричат **парична политика**.

Правителството (сектор *Държавно управление*) включва различни институции, създадени като резултат на политически процес, които имат законодателна, съдебна или изпълнителна власт над другите икономически агенти. От икономическа гледна точка правителството осигурява определени стоки и услуги на обществото като цяло или на отделни икономически агенти, като финансира дейността си с данъци или други източници на приходи. Също така правителството има преразпределителна роля, т.е. пренасочва доходи и богатство от едни икономически агенти към други (прави трансфери). В рамките на правителството се включват както органите на централното правителство, така и областни управи, общински власти и системата на общественото осигуряване. Подобно на централната банка, правителството също има възможност да влияе с действията си върху икономическото развитие на дадена страна. В типичния случай правителството има по-голяма икономическа роля от централната банка, а в някои страни централ-

ната банка дори е подчинена на правителството. Действията на правителството, целящи да повлияят върху състоянието на икономиката, се наричат **фискална политика**. Най-често този термин се отнася до разходите, които прави правителството, и до промените в данъчната система.

Ясно е, че съществуват най-различни видове икономически агенти, които не се включват в горните категории. Някои икономически агенти произвеждат стоки и услуги, но без този процес да е източник на доходи или печалба за тях. За произвежданите от такива агенти стоки и услуги понякога може да се заплаща, но в типичния случай те не са пазарни и съответно нямат икономически значима цена. Ако такива икономически агенти основно обслужват нуждите на правителството или на някоя категория предприятия, то те принадлежат към съответния сектор. В противен случай те се класифицират към сектора *Нетърговски организации, обслужващи домакинствата (НТООД)*. Към този сектор се включват например профсъюзи, професионални организации, политически партии, религиозни, хуманитарни и благотворителни организации.

Всяка страна има различни форми на икономически отношения с другите държави: произведени в България стоки се изнасят за чужбина, у нас се внасят стоки и услуги отвън, чужди фирми инвестират в българската икономика и пр. В съвременния свят **затворени икономики** – такива, които нямат икономически отношения с другите страни – не съществуват. Доколкото всички икономики са отворени, за целите на макроикономическия анализ е удобно да обединим в отделен сектор всички чуждестранни икономически агенти. Този сектор наричаме *Останал свят*. Понякога се говори и за „световна икономика,” като неявно се допуска, че съответната национална икономика е толкова малка, че може да се пренебрегне това, че тя е част от световната.

Класификацията на икономическите агенти по институционални сектори не е единствената възможна, макар че тя е естествена отправна точка за въвеждане на посочените по-горе основни категории агенти. Пример за друга секторна класификация е разделянето на агентите на **икономически сектори**. По същество това представлява групиране на извършваните от агентите икономически дейности по отрасли (напр. селско стопанство, добивна промишленост, строителство и т.н.). Възможни са и по-груби класификации като разделяне на работещите на заети в обществения или в частния сектор.

1.4 Теории и модели в макроикономиката

За успешното анализиране на дадена макроикономическа ситуация и формулиране на подходящи препоръки за икономическата политика като минимум е необходимо да имаме някаква рамка на разсъждение, с помощта на която да интерпретираме и предвиждаме макроикономическите събития. С други думи, необходима е теория за това как функционира съответната икономика.

Дадените в началото на тази глава цитати от пресата достатъчно ясно илюстрират това, че не съществува общоприета макроикономическа теория. Нещо повече, възгледите за това какво представлява една „теория“ в макроикономиката могат да се отличават драматично между различните представители на икономическата професия. В някои случаи теорията може да се свежда до просто описание с думи на някакви икономически механизми, а други случаи да става дума за система от математически модели с ясно дефинирани предположения и строго извеждане на съответните свойства. Дори когато има съгласие за методологията на анализа – например ако се счита, че математическото моделиране е за предпочитане пред словесните описания – може да има разминаване по въпроса за това кои са важните макроикономически механизми и какви са връзките между тях.

Най-често началото на съвременната икономическа наука се проследява до шотландския философ Адам Смит (1723-1790) и публикуването на неговата книга *Богатството на народите* през 1776 г. Няколко от основните идеи в книгата са: (1) Макар че индивидуалните действия се ръководят от лични интереси, това не води до хаос, а до резултати, които са добри за обществото като цяло. Този процес се оприличава на „невидима ръка,“ която направлява пазара. (2) Стойността на една стока се определя от количеството труд, необходимо за производството ѝ. (3) Разделението на труда е в основата на икономическия прогрес.

До 30-те години на 20-ти век в икономическата наука доминират идеите на последователи на А. Смит, известни като *класическа школа*.⁵ Някои от по-типичните за тази школа възгледи са идеята за това, че предлагането автоматично създава търсене (закон на Сей), както и за

⁵В някои източници по история на икономическите теории терминът „класическа школа“ се отнася до ранните последователи на А. Смит до средата на 19 в., а за по-късните му последователи от края на 19 в. и първите десетилетия на 20 в. се използва терминът „неокласици.“ Други източници наричат „неокласическа школа“ онова направление в макроикономическата теория, което след 70-те години на 20 в. възражда идеите на класическата школа, а всички учения до 30-те години на 20 в. се обединяват под названието „класическа школа.“ Тук се придържаме към втория вариант.

това, че парите имат значение за ценовото равнище, но не и за количествата произведени стоки. Едно от следствията от такива възгледи е, че рецесия в икономиката може да възникне от проблеми с предлагането, но не и от недостатъчно търсене.

По време на Голямата депресия (30-те години на 20 в.) стават актуални идеите на икономиста Джон Мейнард Кейнс (1883-1946), които дават началото на *кейнсианската школа*. Тези идеи заемат ключово място в икономическата наука и практика до 70-те години на 20 в., когато се наблюдава завръщане към осъвременени варианти на класическите идеи. Основна идея на кейнсианската школа е самостоятелното значение на търсенето в икономиката. Това означава, че икономическите рецесии и експанзии могат да бъдат породени не само от изменения в предлагането, а и от колебанията в търсенето – факт, характерен за времето на Голямата депресия. Кейнсианците също така отдават по-голямо значение на фискалната и паричната политика като инструменти за регулиране на икономическите колебания в сравнение с представителите на класическата школа. С течение на времето в рамките на кейнсианската школа се оформят различни направления. Съответно различни идеи, наричани „кейнсиански,” са всъщност характерни само за някои направления от школата.

През 70-те години петролните кризи и съпровождащите ги икономически проблеми отново извеждат на преден план ролята на предлагането, като по този начин отслабват влиянието на кейнсианските идеи. В допълнение към методологията на доминиращите (предимно кейнсиански) теории са отправени различни критики. Като резултат в макроикономическата теория основни позиции получава т.нар. *неокласическа школа*. Както подсказва името на направлението, в него се възразяват редица теоретични положения, характерни за класическата школа. Съществени разлики между класиците и неокласическата школа идват от използвания подход за анализ: при неокласиците започва извеждането на макроикономически зависимости от микроикономически модели при някакви допускания за агрегирането на индивидуалното поведение.

От 90-те години насам започва преразглеждане на някои от кейнсианските идеи и включването им в рамките на неокласическите теории. И тук в основата на анализа са микроикономически модели, като в тях се отчитат възможности за несъвършенства при функционирането на пазарните механизми. Тези несъвършенства в крайна сметка водят до макроикономически следствия, които са кейнсиански по своя характер. По тази причина за това направление в макроикономическата мисъл се използва терминът *нова кейнсианска икономика*.

Заедно с промяната на доминиращите идеи за функционирането на икономиката се променят и възгледите за начина, по който трябва да бъдат изследвани икономическите явления. Практически до началото на 20 в. икономическите изследвания са представлявали неформализирани описания на определени връзки. Първите опити за графичен анализ и математическа формализация се появяват едва в края на 19 в. С течение на времето употребата на математически инструментариум се засилва и през втората половина на 20 в. използването на математически модели за макроикономически анализ се превръща в основния подход за изследване. Съвременната макроикономическа наука използва за анализ и прогнозиране математически модели, които са динамични, съдържат стохастичен елемент и се извеждат на базата на подходящи микроикономически задачи.

1.5 Ролята на статистическата информация

Практическата насоченост на макроикономиката изисква използваните модели да бъдат проверявани за това доколко те са реалистични и в състояние да обхванат интересуващите ни явления. Това на свой ред би позволило правените на базата на моделите препоръки за икономическата политика да бъдат приемани с достатъчно доверие. За целта е необходима информация за това, което се случва в икономиката. Основната част от тази информация идва под формата на статистически данни. Поради тази причина една част от обучението по макроикономика е посветена на запознаване с основните макроикономически величини и начините за тяхното измерване.

Статистическата информация, която е използвана за макроикономически анализ най-често се изготвя и публикува регулярно от специализирани органи. Такива са например статистическите институти, централните банки и някои от министерствата за съответните държави. Статистически данни с макроикономическо значение обаче могат да бъдат налични и от други източници, като браншови асоциации и социологически агенции. В такива случаи данните могат да бъдат и от еднократни наблюдения.

Едно от основните приложения на статистическите данни е качествена проверка на макроикономическите теории. Под качествена проверка се има предвид доколко в дадена ситуация очакваната от теорията посока на изменение на определени показатели се потвърждава от данните. Разбира се, може да става дума както за цялостно тестване на определена теория, така и за проверка на отделни нейни постула-

ти. Например, ако теорията предсказва, че обезценяването на валутния курс (напр. поскъпване на долара спрямо лева) ще води до инфлация, интересува ни дали това се потвърждава от наличната статистическа информация за съответната икономика.

Следваща стъпка в използването на статистически данни е количественото характеризирание на определени икономически връзки. Това в общия случай предполага по-голяма сложност на задачата, доколкото трябва да се установи не просто посоката на изменение на показателите, но и силата на връзките. Например, ако според дадена теория нарастването на правителствените разходи води до инфлация, можем да се опитваме с помощта на данни да установим до колко процента инфлация ще доведе 1% нарастване на разходите.

За да можем да използваме ефикасно статистическата информация за макроикономически анализ е необходимо статистическите показатели в определена степен да съответстват на икономическите понятия. Горните примери с инфлацията илюстрират добре тази идея – дори ако теоретично съществува понятие за изменение на общото ценово равнище, ако за това не се събират и публикуват данни, ползата от подобно понятие ще бъде по-малка. С течение на времето в статистическата практика е организирано произвеждането и публикуването на показатели, съответстващи на основни икономически понятия. Практиката в тази област изисква балансиран подход, тъй като е възможно някои теории да работят със специфични понятия с ограничена приложимост за аналитични цели и съответно събирането на данни в такива случаи може да се окаже неоправдано скъпо. В допълнение, редица понятия в макроикономиката са такива, че е невъзможно да се конструира емпиричния им аналог, т.е. да се съберат данни за тях. При всички случаи обаче макроикономическите понятия и идеи, дори и да нямат директен емпиричен аналог, в крайна сметка трябва да водят до емпирично проверими хипотези.

Значението на статистическата информация за макроикономическите изследвания е безспорно, но за да сме в състояние да правим коректни изводи на база на данните обикновено се налага те да бъдат обработени допълнително. За да разберем защо това е така, нека да разгледаме отново примера за връзката между обезценяването на валутния курс и инфлацията. Дори ако в икономиката наистина функционира подобен механизъм, върху инфлацията влияят и много други фактори. Тогава на пръв поглед данните може да показват, че при изменения във валутния курс няма реакция в инфлацията, но това да е резултат от действието на други зависимости, които влияят в обратната посока. В такива случаи казваме, че напр. валутният курс влияе върху

инфлацията *при равни други условия* (*ceteris paribus*). Поради това при анализи от подобен род е съществено да можем да отделяме влиянието на различните фактори. Последното обикновено става с прилагането на подходящи статистически методи. При това нерядко възникват статистически проблеми, породени от спецификата на икономическите данни и проблематика. Това налага да се въвеждат известни модификации в стандартните статистически методи за анализ. Дисциплината, която се занимава с приложението на статистически методи към икономическа проблематика, се нарича **иконометрия**.

1.6 Допълнителни бележки и литература

Има голям брой уводни учебници по макроикономика, които биха могли да подпомогнат запознаването с тази дисциплина. Подходящи варианти са например Dornbusch et al. (2004) или Mankiw (2002).

Историческите бележки от параграф 1.4 само маркират някои основни етапи от развитието на икономическата мисъл. За по-пълно запознаване с еволюцията на икономическите учения се препоръчва да се консултирате със специализирана книга по история на икономическите теории като Бежарова и др. (2000).

Книгата на А. Смит *Богатството на народите* може да бъде разгледана в електронен вид на адрес⁶ http://www.online-literature.com/adam_smith/wealth_nations/
За печатно издание вж. напр. Smith (2008).

⁶ Активно към 20 февруари 2009 г.

Измерване на макроикономическите величини

Преди да започнем да разглеждаме различни теории за функционирането на икономиката е необходимо да разполагаме със система от величини, които да описват интересувашите ни явления. Желателно е те да бъдат измерими, т.е. да имаме източници на данни за тях. Тази глава се занимава с въвеждането на основните понятия, използвани в макроикономическия анализ, с акцент върху статистическата рамка, на която се базират те.

2.1 Производство и брутен вътрешен продукт

Значителна част от икономическите дейности са свързани с производството на стоки и услуги. На ниво макроикономика от производството зависят редица важни променливи като ценовото равнище и доходите на икономическите агенти. Разглеждано абстрактно, производството може да бъде схващано като процес на трансформация на определени ресурси (входни фактори или производствени фактори) в краен продукт. (Тази абстрактна представа за производството ни помага да въведем агрегатна производствена функция по аналогия с познатата от микроикономиката производствена функция.) Основен измерител на производството в една икономика е брутният вътрешен продукт.

Брутният вътрешен продукт (БВП) (по текущи цени, вж. раздел 2.1 за измерване по текущи и постоянни цени) е стойността на всички стоки и услуги, предназначени за задоволяване на крайно търсене, произведени в дадена икономика за определен период от време.

Основна идея

Да разгледаме като пример опростена ситуация, при която в икономиката независимо функционират 6 фирми. За даден период от време фирма 1 е произвела продукция на стойност 30 лв., фирма 2 е произвела продукция на стойност 40 лв., фирма 3 – 55 лв., фирма 4 – 60 лв., фирма 5 – 100 лв. и фирма 6 – 110 лв. Сумата от стойностите на произведената продукция е 395 лв. и това съответно е БВП за разглеждания период.

В реалността обаче фирмите не функционират независимо, а продукцията на една фирма често се използва като производствен фактор от други фирми. При това положение стойността на продукцията на дадена фирма ще включва и стойностите на продуктите от други фирми, които са били закупени и използвани в процеса на производство. Когато на макро ниво сумираме стойностите на произведеното от всички фирми, ще се окаже, че в неявен вид отчитаме продукцията на някои фирми повече от един път.

За да се избегне този проблем е необходимо да коригираме стойността на произведеното от дадена фирма със стойностите на използваната от нея продукция на други фирми. Така ще можем да измерим чистия принос на фирмата за произведеното в икономиката. Този принос, дефиниран като разликата между стойността на произведеното от фирмата (**брутна продукция**) и стойността на използваните в процеса на производство продукти от други фирми (**междинно потребление**), се нарича **добавена стойност**. При това положение БВП се определя като сумата от добавените стойности в икономиката за даден период.

За илюстрация нека в горния пример предположим, че фирма 1 не използва чужда продукция в производството си, фирма 2 закупува и използва продукцията на фирма 1, фирма 3 закупува и използва продукцията на фирма 2 и т.н. Резултатите от подобен процес са представени в таблица 2.1. Сумата от добавените стойности (110 лв.) дава БВП в разглеждания от нас пример.

Друг, еквивалентен начин за формулиране на горния принцип на измерване на БВП е да се каже, че БВП представлява стойността на произведените в икономиката стоки и услуги за даден период, намалена със стойността на стоките и услугите, използвани в процеса на произ-

Таблица 2.1: Примерно изчисляване на добавена стойност и БВП за икономика от шест фирми

Производител	Междинно потребление (Купува за) (лв)	Брутна продукция (Продава за) (лв)	Добавена стойност (Разлика) (лв)
1		30	30
2	30	40	10
3	40	55	15
4	55	60	5
5	60	100	40
6	100	110	10
Общо	285	395	110

водство, т.е. БВП обхваща стоките и услугите, задоволяващи крайно търсене в икономиката за разглеждания период от време.

Методи за изчисляване на БВП

На макроикономическо ниво производството е също така източник на доходи, а освен това произведените стоки и услуги в крайна сметка се употребяват по някакъв начин. Това подсказва, че БВП може да бъде изчислен по различни начини. Има три метода за изчисляване на БВП: производствен, доходен и разходен. Като начало ще разгледаме производствения метод, който е директно обобщение на примера от таблица 2.1.

Производствен метод

Производственият метод представя БВП като сума от добавените стойности, генерирани от агентите в икономиката, като последните обикновено са групирани по икономически сектори. Таблица 2.2 съдържа данни за България за периода 2004-2006 г.

Таблица 2.2 показва брутната добавена стойност (БДС) по т.нар. базисни цени. Най-общо казано, базисните цени са цените на продукцията, без да са начислени данъци върху продуктите (напр. данък върху добавената стойност или акцизи) и без да са отчетени евентуални суб-

Таблица 2.2: Брутна добавена стойност по базисни цени и брутен вътрешен продукт по пазарни цени за България, текущи цени, млн. лева

		2004	2005	2006
Селско и горско стопанство, лов и риболов	1	3560	3322	3444
Добивна и преработваща промишленост; Производство и разпределение на електроенергия, газ и вода	2	7897	8436	9741
Строителство	3	1590	1907	2733
Търговия, ремонт на автомобили и битова техника; Хотели, общежития и обществено хранене; Транспорт и съобщения	4	7575	8543	9608
Финанси, кредит, застраховки; Операции с недвижимо и движимо имущество, бизнесуслуги	5	6522	7432	8667
Държавно управление; Образование; Здравеопазване; Други услуги и дейност на неправителствени организации	6	5293	5580	6158
Брутна добавена стойност общо за икономиката	7=1+...+6	32437	35220	40350
Данъци минус субсидии върху продуктите	8	6386	7577	9011
Брутен вътрешен продукт	9=7+8	38823	42797	49361
Източник: НСИ				

сидии върху продуктите. Съответно имаме

$$(2.1) \quad \text{БДС по базисни цени} = \text{брутна продукция по базисни цени} - \\ \text{междинно потребление по пазарни цени}$$

Ако към сумата от добавените стойности по базисни цени прибавим разликата между данъците и субсидиите върху продуктите, ще получим БВП по пазарни цени:

$$(2.2) \quad \text{БВП по пазарни цени} = \text{БДС по базисни цени} + \\ \text{данъци върху продуктите} - \\ \text{субсидии върху продуктите}$$

Причината да разглеждаме продукцията и съответно добавената стойност по базисни цени е, че по този начин се изчиства влиянието на правителствената политика, която е насочена към крайните потребители. Например начисляването на данък върху добавената стойност може да се разглежда като действие на правителството, целящо да изземе финансови ресурси от купувачите на съответните стоки пропорционално на стойността на тези стоки. Аналогично предоставянето на субсидия върху единица продукт (напр. някои лекарства) би следвало да подпомага потребителите, като води до по-ниски цени, по които те купуват. Тогава производителите могат да се разглеждат като агенти, които само посредничат между правителството и крайните потребители, като автоматично отразяват правителствената политика чрез данъците и субсидиите в собствената си цена (базисната цена, т.е. онова, което се получава от производителя). Иначе казано, приема се, че данъците или субсидиите се плащат/получават директно от потребителите, а не засягат (пряко) решенията на производствените единици. Тази трактовка, разбира се, е направена с известна условност, но като цяло тя дава добра начална интуиция за логиката на подобна класификация.

Доходен метод

Производството в икономиката е и източник на доходи. Това се отчита в доходния метод за изчисляване на БВП, който разглежда добавената стойност в икономиката като сбор от различните доходи, генерирани в процеса на производство. Добавената стойност, създадена от едно предприятие, може да се разглежда като разделена на част, създадена от работниците на предприятието и част, създадена от собствениците (предприемача). Това съответно дава доходите от производство на

едните и на другите, оттам доходен метод. Запознатите с понятието за производствена функция могат да открият в разделението на добавената стойност по доходи аналогия с производствените фактори, влизащи в стандартните формулировки на производствени функции: работниците в едно предприятие осигуряват трудовите ресурси, а предприемачите осигуряват капитал и технологии. С други думи, факторите за производство се осигуряват разделено от различни категории икономически агенти.

Формално доходният метод се реализира чрез т.нар. сметка „Формиране на дохода.“ В таблица 2.3 се съдържат данни от тази сметка за България.

Таблица 2.3: Сметка „Формиране на дохода“ за България - общо за икономиката, текущи цени, милиони лева

		2004	2005	2006
БДС по базисни цени	1=2+3- 4+5	32437	35220	40350
Компенсация на наетите лица	2	12972	14254	15968
Други данъци върху производството	3	271	248	269
Други субсидии върху производството	4	249	263	110
Брутен опериращ излишък/ брутен смесен доход	5=6+7	19443	20981	24223
Потребление на основен капитал	6	5145	6044	6770
Нетен опериращ излишък/ нетен смесен доход	7	14298	14937	17453

Източник: НСИ

Според доходния метод БДС по базисни цени се формира от компенсация на наетите лица, нето други данъци (данъци минус субсидии) върху производството и брутен опериращ излишък/брутен смесен доход.

Компенсацията на наетите представлява сума от възнагражденията на наетите лица в икономиката, дължими от съответните предприятия. Най-общо това включва заплати и социалноосигурителни вноски.

Категориите „Други данъци върху производството“ и „Други субсидии върху производството“ включват такива данъци или субсидии, които не са свързани с обема на производството на дадено предприятие. Примери за данъци от този тип са данъка върху сградите или данък върху земята, плащани от предприятието. Напомняме, че при изчисля-

ването на БВП по производствения метод се отчитаха данъците върху продуктите, т.е. онези, които са свързани с обема на производството.

Брутен опериращ излишък/брутен смесен доход формално се дефинира като БДС, намалена със сумата от компенсацията на наетите и нетните други данъци върху производството. Икономическият смисъл на това понятие е, че то отразява частта от добавената стойност, създадена от предприемачите. Като първо приближение можем да си представяме тази категория като печалбата на предприятията в икономиката. При обособяването на тази част от добавената стойност най-общо възникват два вида ситуации. При първия вид на всички служители на предприятието може да бъде определено явно възнаграждение и съответно „печалбата” е в чист вид – брутен опериращ излишък. Във втория вид ситуации „печалбата” съдържа и възнаграждение на собственика за положен труд в предприятието – брутен смесен доход. Типичен пример за второто е малък едноличен търговец, където собственикът може да изпълнява и част от функциите на работник, счетоводител и мениджър. При това положение е много трудно да се отдели заплащането за тези дейности от възнаграждението за чисто предприемаческата работа, затова цялата стойност на възнаграждението на собственика попада в категорията „смесен доход.”

Брутният опериращ излишък/брутен смесен доход на свой ред може да бъде разделен на две компоненти: потребление на основен капитал и нетен опериращ излишък/нетен смесен доход. Основната идея за това разделение е, че капиталът в икономиката се изхабява с течение на времето и понеже той е собственост на предприемачите, замяната на изхабения капитал се финансира от печалбата в икономиката. Съответно печалбата може да бъде разглеждана като съставена от част, отделена за възстановяване на капитала, и остатък – „чиста печалба.” Потреблението на основен капитал представлява амортизацията (изхабяването) на капитала в икономиката, а нетният опериращ излишък съответства на „чистата печалба.”

Понятието за амортизация на капитала може да се използва не само за разделяне на брутният опериращ излишък, но и да се прилага с цел да се обособи частта от производството, която не е била използвана, за да замени изхабен капитал. Тази част се нарича **нетен вътрешен продукт** и се определя като

$$(2.3) \quad \text{нетен вътрешен продукт} = \text{брутен вътрешен продукт} - \text{амортизация}$$

Разходен метод

Според производствения метод БВП е стойността на произведените стоки и услуги в икономиката за даден период от време. Доходният метод третира БВП като сума от доходите от производствена дейност на различните агенти в икономиката. Трети вариант за разглеждане на БВП тръгва от идеята, че с произведеното през даден период сме направили нещо – изконсумирали сме го или сме го складирали – т.е. то е било употребено по даден начин. Обикновено „употребяването” е свързано с правене на разходи, оттам този метод се нарича разходен метод (метод на крайното използване).

Най-грубо разходният метод дели произведените стоки и услуги на такива, които са били използвани в рамките на националната икономика и такива, които са отишли в чужбина (износ). Тези стоки и услуги, които са били използвани в рамките на националната икономика могат също да бъдат разделени на две. Едната част от тях включва стоки и услуги с текуща употреба (употребяват се, без да влияят върху възможностите на икономиката да произвежда в бъдеще), наричани потребление. Другата част е с употреба, която влияе върху бъдещия производствен потенциал – инвестиции. Инвестициите са разходи, които увеличават физическия капитал в икономиката и така създават капацитет за производство в следващи периоди. От своя страна потребителските и инвестиционните разходи могат да бъдат подразделени на такива, които се правят от държавата и такива, които се правят от частни субекти. В много случаи обаче такова подразделение не се прави за инвестициите, а само за потреблението.

Ако искаме да измерим стойността на произведеното в икономиката през даден период чрез сумиране на стойностите на потребление, инвестиции и износ, трябва да отчетем, че част от разходите за стоки и услуги се правят за вносна продукция. Това означава, че при изчисляване на БВП трябва да се отчита и вносът, като сумата от стойностите на потребление, инвестиции и износ се намали със стойността на вноса на стоки и услуги.

Традиционно горните връзки се записват чрез формулата

$$(2.4) \quad Y = C + I + G + X - M,$$

където с Y е означен БВП, C означава потребление, G са правителствените разходи, I са инвестициите, X е износ на стоки и услуги, а M е внос на стоки и услуги.

Таблица 2.4 дава БВП за България по метода на крайното използване за периода 2004-2006 г. В таблицата са показани повече подробности

в сравнение с представянето от уравнение (2.4), които съответстват на стандартните статистически източници.

Разделението на потреблението на индивидуално и колективно съответства на идеята за частни и публични стоки, известна от микроикономиката. В колективното потребление се включват основно услуги, предоставяни на обществото като цяло. За тях не се изисква специално действие, за да бъдат ползвани и те не се изчерпват от индивидуална употреба. Примери за такива услуги са предоставяните по линия на отбрана, полиция, защита на околната среда, публичен ред и съдебна система. Например националната отбрана защитава всички на територията на дадена държава, като това, че тази услуга се ползва от даден индивид не пречи на другите да се възползват от нея пълноценно. Също така, за да се ползва националната отбрана не е необходимо специално действие, за разлика например от ползването на частна услуга като юридическа консултация, където е необходимо тя да бъде поискана от използващия я икономически агент.

За разлика от колективното потребление, при индивидуалното потребление произведените стоки и услуги имат еднозначно определен консуматор. При домакинствата и НТООД такива са повечето потребявани стоки и услуги – от хляба закупен в магазина до фризьорските или консултантските услуги, които ползваме. Разходи, които спадат към индивидуалното потребление може да прави и правителството: всички разходи за текуща издръжка, консумативи и пр. от страна на държавната администрация попадат в тази категория.

Както беше отбелязано, инвестициите (*Бруто капиталопроизводство*) съдържат както правителствен, така и частен компонент, обединени в показателя *Брутопроизводство на основен капитал*. Освен това към инвестициите се включва и произведена продукция, която още не е била използвана. Този компонент се нарича *Изменение на запасите*, тъй като такава продукция най-общо представлява складова наличност на предприятията (запаси от готова продукция).

За разлика от предишните два метода, където различни категории данъци бяха обособени в схемата за изчисляване на БВП, при метода на крайното използване разходите се регистрират по крайни цени, т.е. данъците се съдържат в компонентите на БВП. При такава постановка в съответното представяне не може да се отдели данъчен компонент, както се вижда от таблица 2.4.

Понеже в практиката БВП по различните методи се съставя от различни източници на информация, обикновено между получените оценки за БВП има разлики. Поради това е прието един от методите да се приеме за водещ, а другите да се изравняват спрямо него. Изравнява-

Таблица 2.4: БВП по компоненти на крайното използване, текущи цени, милиони лева

		2004	2005	2006
Брутен вътрешен продукт	1=2+8+11-14+17	38823	42797	49361
Крайно потребление	2=3+7	34070	37742	42964
Индивидуално потребление	3=4+5+6	30155	33556	38559
На домакинствата	4	26732	29842	34554
На НТООД	5	187	192	211
Индивидуално потребление на правителството	6	3237	3523	3794
Колективно	7	3914	4186	4405
Бруто капиталообразуване	8=9+10	8976	11971	15667
Брутообразуване на основен капитал	9	7969	10347	12805
Изменение на запасите	10	1006	1624	2862
Износ на стоки и услуги	11=12+13	22123	25766	31861
Стоки	12	15617	18515	23493
Услуги	13	6506	7251	8368
Внос на стоки и услуги	14=15+16	26603	32692	41131
Стоки	15	21394	27139	34372
Услуги	16	5210	5553	6759
Статистическа разлика	17	257	11	0
Източник: НСИ				

щото перо се нарича *Статистическа разлика*. За България като водещ метод се приема производственият.

Номинален и реален БВП

Според разгледаните дотук методи БВП се получаваше от стойностите на различни величини в икономиката: добавени стойности, стойност на компенсация на наетите или стойност на направените разходи. Изчисленият по някой от тези начини БВП се нарича **номинален БВП**.

Понеже номиналният БВП сумира стойности (т.е. количества, умножени по съответните цени), неговите изменения за различни периоди във времето могат да се дължат както на изменения в количествата, така и на ценови изменения. Това може да създаде проблеми при интерпретацията на данните, тъй като например при нарастване на цените с непроменени произведени количества ще се наблюдава нарастване на номиналния БВП. Същото може да стане и в още по-крайния случай, когато цените се качват много, а произведените количества спадат недостатъчно, за да ги компенсират и съответно номиналният БВП расте.

Тъй като често ни интересува именно колко са произведените количества, необходимо е номиналният БВП да бъде коригиран по подходящ начин, така че да се елиминира изменението на цените. Коригираната величина, която отразява само изменението в произведените физически единици стоки и услуги, наричае **реален БВП**.

Корекцията на номиналния БВП се прави чрез т.нар. привеждане по постоянни цени или дефлиране. Опростен пример за тази процедура за икономика, в която има само две стоки, е даден в таблица 2.5. Същината на процедурата е, че произведените в период 2 количества стоки се оценяват по цените от период 1. Резултатът е фиктивна стойност на производството в период 2 – именно онази стойност, която би се получила, ако цените останат непроменени между двата периода. Така получената стойност (производство по цени от период 1) се изменя само в резултат на изменение на физическите обеми на произведената продукция, т.е. това са реални изменения.

В разгледания пример номиналният БВП нараства с 56.7%, а реалният БВП с 22.2%, като БВП за период 2 по цени от период 1 е 110 лв. (2 лв./бр. $\times$ 25 бр. + 10 лв./бр. $\times$ 6 бр.). Реалното нарастване на БВП може да бъде получено и от физическите изменения на компонентите му – стоки 1 и 2. Имаме $22.2\% = (40/90) \cdot 25\% + (50/90) \cdot 20\%$, т.е. реалният растеж на БВП е претеглена средна от реалните нараствания на компонентите, където теглата са взети от структурата на БВП за пър-

Таблица 2.5: Примерно изчисляване на номинален и реален БВП за икономика с две стоки

Период t	Стока 1			Стока 2			Номинален БВП	Реален БВП
	Цена (лв/бр)	Кол. (бр)	Стойност (лв)	Цена (лв/бр)	Кол. (бр)	Стойност (лв)	текущи цени (лв)	цени за $t = 1$ (лв)
1	2	20	40	10	5	50	90	90
2	3	25	75	11	6	66	141	110
Нарастване	50.0%	25.0%	87.5%	10.0%	20.0%	32.0%	56.7%	22.2%

вия период. Понякога тези изменения се дават в индексна форма (т.е. $X_t/X_{t-j} \cdot 100$): в случая индексът на номинално нарастване на БВП е 156.7, а индексът на реално нарастване (индекс на физически обем) е 122.2.

След като от номиналното изменение на БВП сме отделили частта, дължаща се на изменения в произведените количества, можем да дефинираме като остатък частта, дължаща се на ценови промени. Тази част се нарича **дефлатор** и за нея е в сила

$$(2.5) \quad 1 + n_t = (1 + g_t)(1 + \pi_t),$$

където с n_t е означено номиналното изменение на БВП между периодите t и $t-1$ в дробен вид (т.е. 0.567 в нашия пример), g_t е реалният растеж между двата периода (в примера 0.222), а с π_t е означен дефлаторът. В примера последният е приблизително равен на 0.282 или 28.2%. Той може да бъде получен с подходящо претегляне и от ценовите изменения на компонентите: $28.2\% = \frac{2.25}{110} \cdot 50\% + \frac{10.6}{110} \cdot 10\%$, т.е. използва се структурата на БВП от текущия период, но по постоянни цени.

Горният пример може да бъде обобщен по следния начин. Нека в икономиката се произвеждат m стоки, като произведеното количество от i -тата стока в период t означаваме с $q_{i,t}$, а съответната цена е $p_{i,t}$. Тогава номиналната стойност на произведеното в период $t-1$ (т.е. по текущи цени) е $\sum_{i=1}^m p_{i,t-1}q_{i,t-1}$, а номиналната стойност на произведеното в период t (отново по текущи цени) е $\sum_{j=1}^m p_{j,t}q_{j,t}$. Стойността на произведеното в период t по цени от период $t-1$ е $\sum_{j=1}^m p_{j,t-1}q_{j,t}$.

За реалното изменение g_t на производството между двата периода имаме

$$(2.6) \quad \underbrace{\frac{\sum_{j=1}^m p_{j,t-1}q_{j,t}}{\sum_{i=1}^m p_{i,t-1}q_{i,t-1}}}_{1+g_t} = \sum_{j=1}^m \underbrace{\frac{p_{j,t-1}q_{j,t-1}}{\sum_{i=1}^m p_{i,t-1}q_{i,t-1}}}_{w_j} \cdot \underbrace{\frac{q_{j,t}}{q_{j,t-1}}}_{1+g_{j,t}} = \sum_{j=1}^m w_j(1 + g_{j,t}).$$

Формула (2.6) ни дава начин да изчислим реалното изменение на БВП чрез претегляне на растежите $1 + g_{j,t}$ на компонентите му в индексна форма при конструиране на подходящите тегла w_j (номиналната структура на производството от предходния период).

Номиналното изменение n_t на производството се задава с

$$(2.7) \quad \underbrace{\frac{\sum_{j=1}^m p_{j,t}q_{j,t}}{\sum_{i=1}^m p_{i,t-1}q_{i,t-1}}}_{1+n_t} = \underbrace{\frac{\sum_{k=1}^m p_{k,t-1}q_{k,t}}{\sum_{i=1}^m p_{i,t-1}q_{i,t-1}}}_{1+g_t} \cdot \underbrace{\frac{\sum_{j=1}^m p_{j,t}q_{j,t}}{\sum_{k=1}^m p_{k,t-1}q_{k,t}}}_{1+\pi_t},$$

където дефлаторът $1 + \pi_t$ е дефиниран, както по-горе, като съответният остатък, чрез който се спазва структурата от формула (2.5).

За дефлатора π_t имаме

$$(2.8) \quad \frac{\sum_{i=1}^m p_{i,t} q_{i,t}}{\underbrace{\sum_{j=1}^m p_{j,t-1} q_{j,t}}_{1+\pi_t}} = \sum_{i=1}^m \frac{p_{i,t-1} q_{i,t}}{\underbrace{\sum_{j=1}^m p_{j,t-1} q_{j,t}}_{\tilde{w}_i}} \cdot \frac{p_{i,t}}{\underbrace{p_{i,t-1}}_{1+\pi_{i,t}}} = \sum_{i=1}^m \tilde{w}_i (1 + \pi_{i,t}),$$

т.е. общият дефлатор на БВП се получава чрез претегляне на дефлаторите на компонентите $\pi_{i,t}$ в индексна форма, където теглата $\tilde{w}_i$ се получават от структурата на производството за текущия период, но оценена по цени от предходния период. Изобщо казано, произволен ценови индекс има структурата, показана след последното равенство във формула (2.8), като разлики има в начина на конструиране на теглата (вж. параграф 2.3 за повече подробности).

Предвид характера на наличните данни в практиката е трудно да се изчислят БВП по постоянни цени и реално изменение по схемата, показана в горния пример. Обикновено разполагаме с данни за стойности на производството и цени на различните стоки, поради което декомпозицията на номиналното изменение се прави, като първо се конструира дефлатор от данните за цените и той се използва, за да се коригира номиналното изменение според формула (2.5). С други думи, реалният растеж и БВП по постоянни цени се получават като остатъчни величини.

Горните примери илюстрират изчисляването на реални величини от данни за производството и цените на различни стоки, но използваните принципи могат да се прилагат и към различните методи на изчисляване на БВП. Например, ако разгледаме разходния метод за изчисляване на БВП, можем да конструираме дефлатори на компонентите и да изчислим реално потребление, реални инвестиции и т.н.

2.2 Национален доход

Една от важните характеристики на икономиката на макро ниво са съвкупните доходи, получавани от икономическите агенти. Производството в икономиката е основен, но не и единствен източник на доходи. Други източници на доходи са:

1. *Доходи от работа в чужбина.* Те не са част от БВП, тъй като производството е било в рамките на друга икономика.

2. *Доходи от инвестиции в чуждестранни ценни книги и инструменти.* Това са лихви и дивиденди, получавани от местни икономически агенти от притежавани от тях чуждестранни ценни книжа. Най-вероятно такива ценни книги са били придобити със спестени пари от минали периоди, поради което те могат да се разглеждат като възвращаемост от спестяванията, направени в икономиката в миналото.
3. *Безвъзмездни постъпления на пари от други икономики.* Такива ресурси могат да постъпват например по линия на дарения, направени от чуждестранни частни лица или като официална правителствена помощ за дадена икономика (напр. еврофондове).

И при трите вида източници ресурсите се отчитат на нетна база т.е. постъпления – плащания. Например доходите, получени от български граждани от работа в чужбина, трябва да се намалят със сумата на изплатените на чужденци възнаграждения за работа в България.

Прието е първите два източника на доходи да се обединяват под названието *нетен факторен доход от чужбина*. Причината за това е, че те могат да се интерпретират като възнаграждение за предоставяне на производствени фактори на чуждестранни икономически агенти (труд в първия случай и индиректно капитал чрез спестени финансови ресурси във втория случай). Доколкото нетният факторен доход от чужбина е разлика между постъпления и плащания на възнаграждения за съответните фактори, той може да бъде и отрицателен.

Ако към стойността Y на БВП прибавим нетния факторен доход от чужбина (означаван с Y_f), ще получим т.нар. **брутен национален доход (БНД)**, означаван с GNI. За БНД се използва още и терминът **брутен национален продукт (БНП)**. Имаме

$$(2.9) \quad \text{GNI} = Y + Y_f.$$

Третият източник на доходи се нарича *нетни текущи трансфери*. Подобно на нетния факторен доход от чужбина, и те могат да бъдат отрицателни. Ако нетните текущи трансфери Tr_f се прибавят към БНД, получаваме т.нар. **брутен национален разполагаем доход (БНРД)**, означаван с GNDI. Имаме

$$(2.10) \quad \text{GNDI} = \text{GNI} + \text{Tr}_f.$$

Характеризирането на доходите от третата група като „текущи” трансфери не е случайно, тъй като там попадат безвъзмездно предоставени

ресурси със сравнително краткосрочен характер, които са налични за използване в рамките на съответния период и могат легитимно да се разглеждат като доход. Има и трансфери с по-дългосрочен характер, наречени капиталови, които не са непосредствено достъпни за употреба. Примери за такива трансфери са безвъзмездни помощи за реализиране на инвестиционни проекти или опрощаване на външен дълг. Капиталовите трансфери не се включват в горните концепции за национален доход.

2.3 Ценови индекси и инфлация

Един от важните макроикономически въпроси е този за динамиката на цените, или инфлацията, в една икономика. Макар че понятието „инфлация” се среща често в ежедневна употреба, всъщност няма макроикономически показател, който се нарича инфлация. Съществуват различни индекси, измерващи равнището на определени групи цени в икономиката. В зависимост от конкретното предназначение изменението на един или друг индекс може да се използва като измерител на инфлационните процеси. Такива индекси могат да бъдат например индексът на потребителските цени, хармонизираният индекс на потребителски цени, индекс на цени на производител или индекси, базирани на дефлатора на БВП.

Популярно терминът „инфлация” се използва за динамиката на общото ценово равнище в икономиката, независимо от посоката му на изменение. По-правилно е да говорим за инфлация, когато имаме нарастване на цените за даден времеви период, като инфлация конкретно е темпът на нарастване на съответния ценови индекс за периода. Ако ценовото равнище е намаляло, тогава казваме, че има дефлация. В случая, когато равнището на цените расте, но темповете на нарастване спадат от период на период, говорим за дисинфлация (от англ. disinflation).

Каре 2.1 (*Често срещани ценови индекси*). Индексът на потребителските цени (ИПЦ) е един от най-често използваните измерители на инфлацията. Той агрегира данни за цените на набор от стоки и услуги, които са представителни за структурата на потреблението на средното домакинство в икономиката. Поради това, че инфлацията се схваща интуитивно като „изменение на цената на живота”, когато се говори

за инфлация без допълнителни уточнения за използвания индекс, най-често се има предвид измерената чрез ИПЦ инфлация.

Хармонизираният индекс на потребителските цени (ХИПЦ) е вариант на ИПЦ, който се прави по обща методология на Евростат за страните от Европейския съюз. Целта е данните за ценовите процеси в различните икономики да бъдат съпоставими.

Индексът на цените на производител отчита изменението на цените на продукцията, произвеждана и продавана от промишлените предприятия. Той може да дава например индикации за това каква динамика на ИПЦ да се очаква в следващи периоди.

За измерване на инфлацията може да се използва и индекс, базиран на дефлатора на БВП. Подобна употреба зависи от статистически детайли, свързани с изготвянето на данни за БВП по текущи и постоянни цени. Тези детайли зависят от статистическата практика в различните икономики и съответно разпространението на този измерител на инфлацията варира между страните. Неговата употреба е по-популярна в развитите индустриални икономики като САЩ.

Общият вид на произволен ценови индекс е

$$\text{Index} = \sum_{i=1}^n w_i \frac{P_{i,t}}{P_{i,t-j}},$$

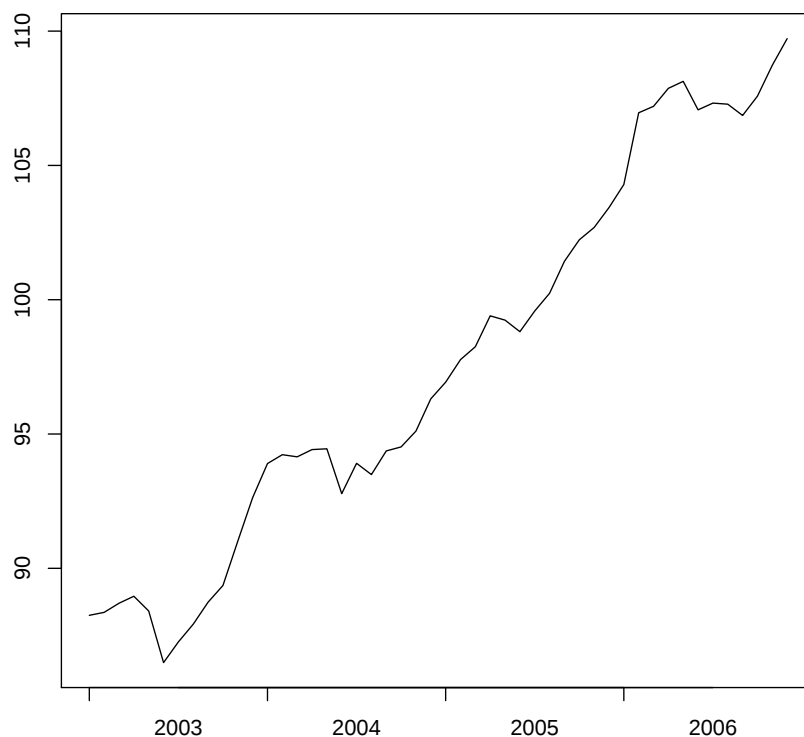
където n е броят на наблюдаваните стоки или, по-общо, категории (напр. отрасли), w_i е теглото на i -тата стока в индекса, а $P_{i,t}$ е цената ѝ в период t . Основни елементи при съставянето на един индекс са обхватът му (брой на стоките n и изборът на конкретните стоки или категории¹), изборът на тегла (например за ИПЦ теглата се вземат от структурата на разходите на домакинствата за съответните стоки) и интервалът от време j , за който се конструира индексът (за месечни данни това най-често е един месец – $j = 1$ – или една година – $j = 12$). Началният период $t - j$ се нарича базисен период или база. Понякога е възможно индексът да се конструира като сравнение със средната цена за няколко периода т.е. $P_{i,t-j}$ трябва да бъде заменено с $\frac{1}{k} \sum_{s=1}^k P_{i,t-j+s}$.

Ако разглеждаме динамиката на даден ценови индекс при фиксирана база, типичното му поведение е подобно на това на ХИПЦ за България, показано на фигура 2.1. Една от характерните особености за подобни индекси е, че те нарастват с течение на времето. Когато даден

¹За ИПЦ това е т.нар. потребителска кошница.

макроикономически показател се движи систематично в някоя посока казваме, че съответният показател има **тренд**. В случая ХИПЦ при база 2005 г. има тренд нагоре.

Наличието на тренд в ценовото равнище е характерно за всички нормално развиващи се икономики, но е особено ясно изразено за бързо растящите икономики, които във времето се доближават до по-развитите страни по доходи и равнище на цените². Подобна динамика допълнително се усилва от това, че заплатите и цените типично са негъвкави в посока надолу, т.е. икономическите агенти не са склонни те да бъдат понижавани.



Фигура 2.1: Хармонизиран индекс на потребителските цени за България, 2003-2006 г., база 2005=100

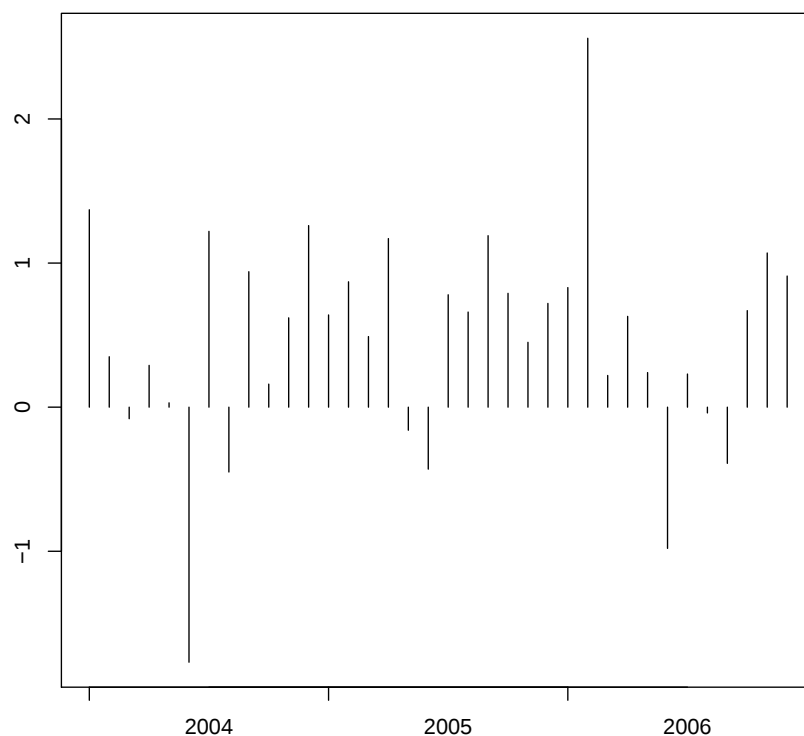
²Елементи от теория на растежа, които обясняват някои от тези факти, са представени в част III на изложението.

Поради това, че равнището на цените най-често нараства във времето заради тренда, по-удобно е да работим с процентното изменение на съответния ценови индекс, т.е. с темпа на инфлация. Ако изчисляваме инфлацията спрямо фиксирана база, очевидно и тя ще расте, отразявайки наличието на тренд. По тази причина е прието базата за изчисляване на инфлацията да се променя във времето (инфлацията да се изчислява верижно). Най-често при месечни данни инфлацията се изчислява спрямо предходния месец или спрямо същия месец на предходната година.

Пример за това как може да изглежда инфлацията, изчислена на верижна база спрямо предходния месец, е даден на фигура 2.2. Профилът на инфлацията има някои сходни характеристики за трите години – през летните месеци се наблюдава по-ниска инфлация или дефлация, а през есента има по-високи темпове. Подобна динамика се дължи на т.нар. **сезонност**. Сезонност имаме, когато се наблюдават еднотипни изменения на цените поради фактори, действащи през определено време на годината, като намаление на цените на храните през летните месеци или нарастване поради засилено търсене около коледните празници. Ако инфлацията се изчислява спрямо предходния месец, резултатът отразява и сезонни ефекти, което може да бъде заблуждаващо, например като направим извод, че ценовото равнище е започнало да спада когато всъщност става дума за колебания поради по-ниски цени на хранителните стоки през лятото.

Един вариант за намаляване на влиянието на сезонността е инфлацията да се изчислява на годишна база, т.е. спрямо съответния месец на предходната година. По този начин в съответния темп на инфлация винаги са отчетени влиянията на сезонните колебания в рамките на годината и се получава по-добра съпоставимост на данните. Пример за това се вижда на фигура 2.3, където има забавяне на темповете на инфлация в края на 2004 г. на годишна база, докато данните за изменението на цените на база предходен месец (вж. фигура 2.2) предполагат ускоряване, което се дължи на сезонни ефекти.

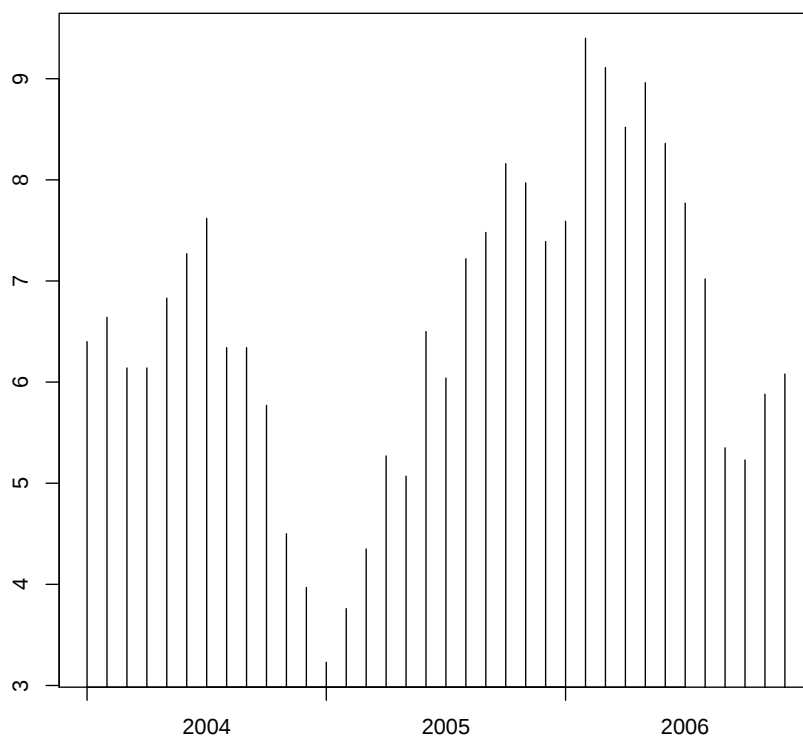
При анализа на инфлацията често се използват понятията **инфлация в края на даден период** и **средна инфлация** за периода. За да изясним значението на тези понятия, да разгледаме примера за една стока, даден в таблица 2.6. През първата година и през месец януари на втората година цената на стоката е била 50 лв., след което се е покачила до 60 лв. и е спаднала обратно до 50 лв. през декември на втората година. Ако вземем „инфлацията” за стоката на годишна база в края на втората година, както се прави стандартно, то тя ще бъде нула. Това обаче е заблуждаващо, тъй като през по-голямата част на годината



Фигура 2.2: Инфлация според ХИПЦ за България за 2004-2006 г. на база предходен месец, %

стоката е била потребявана на по-висока цена. За да се отчете последното, може да се вземе средната на темповете на инфлация на годишна база за всички месеци на годината. Ако се използва тази процедура, в примера се получава средна инфлация от 16.7%.

В практиката процедурата по изчисляването на средната инфлация е малко по-сложна, тъй като се работи не директно с цената на една стока, а с ценови индекс. Съответно подробностите по избора на конкретен вид на индекса и метод на усредняване могат да се различават според целите на анализа и установената статистическа практика, но основните идеи на показателя и изчисляването му се запазват.



Фигура 2.3: Инфлация според ХИПЦ за България за 2004-2006 г. на база съответен месец на предходната година, %

2.4 Валутни курсове

Валутният курс представлява цената, по която паричната единица на една страна се обменя за паричната единица на друга страна. Например към края на 2008 г. един щатски долар се е разменял за приблизително 1.40 български лева. Начинът, по който се задава валутният курс се нарича **котировка**. Има два вида котировки:

- **Права (директна):** X единици местна валута за единица чужда валута
- **Обратна:** X единици чужда валута за единица местна валута

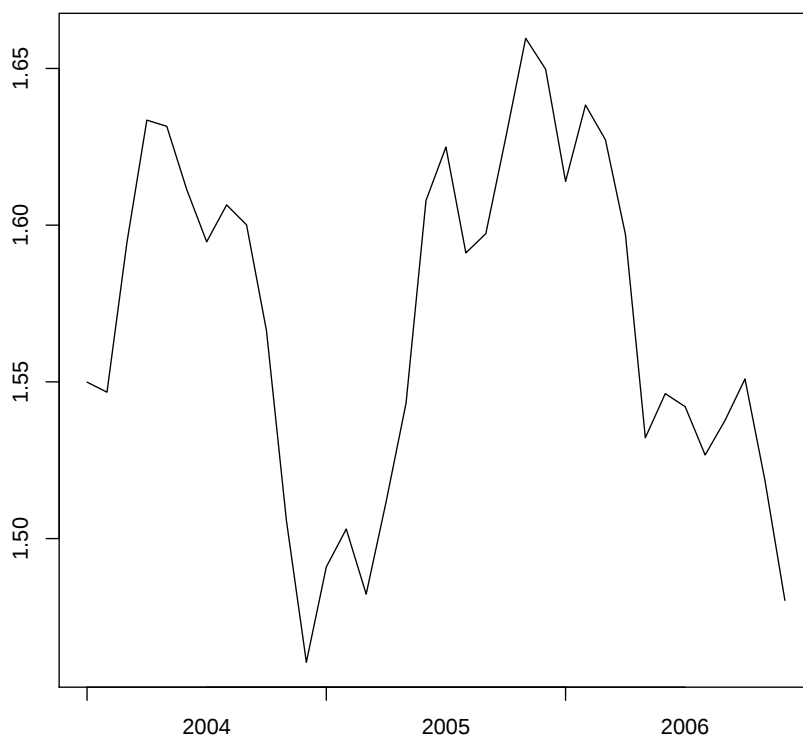
Таблица 2.6: Примерно изчисляване на средна инфлация и инфлация в края на периода за една стока

Месец	Цена, година t	Цена, година t+1	Годишна инфлация	
	лв.	лв.	Индекс	Темп, %
1	50	50	100	0
2	50	60	120	20
3	50	60	120	20
4	50	60	120	20
5	50	60	120	20
6	50	60	120	20
7	50	60	120	20
8	50	60	120	20
9	50	60	120	20
10	50	60	120	20
11	50	60	120	20
12	50	50	100	0
Средна	50	58.3	116.7	16.7

На фигура 2.4 е илюстрирана динамиката на курса лев-долар от 2004 г. до 2006 г. Вижда се, че валутният курс може да се колебае доста рязко, като исторически са наблюдавани и много по-големи колебания от показаните на на фигурата. Причината за това е, че върху валутните курсове влияят множество разнообразни фактори. Част от тях са макроикономически, като лихвени проценти или очаквания за бъдещето, а други имат чисто субективен, технически или психологически характер.

Номинален и реален валутен курс

Една от функциите на валутния курс е да дава информация за покупателната сила на дадена валута спрямо друга при определени ценови равнища в съответните страни: ако чаша кафе струва един лев в България и един долар в САЩ, но валутният курс лев-долар е два лева за долар, то покупателната сила на долара е два пъти по-голяма (американец би могъл да си купи в България два пъти повече кафе за същата сума в долари). Ако обаче с течение на времето при непроменени валутен курс и цени в САЩ цената на кафето в България стане два лева, ще се окаже, че покупателната сила на лева и долара се е изравнила,



Фигура 2.4: Средномесечен валутен курс лев-щатски долар за 2004-2006 г.

поне по отношение на кафето. Същият ефект ще се получи, ако левът поскъпне спрямо долара до един лев за долар.

Разбира се, в действителност валутните курсове могат да се изменят едновременно с цените в двете страни. Освен това от макроикономическа гледна точка трябва да се сравняват общите ценови равнища, а не цените на отделни стоки. За да отчетем влиянието на такива промени, необходимо е валутният курс да се коригира с измененията в ценовите равнища в двете икономики. По същество тази процедура представлява дефлиране на съответните валути с ценови индекси за двете страни, така че динамиката на валутния курс да се следи с левове и долари „по постоянни цени.” Такъв валутен курс наричаме **реален валутен курс**, за разлика от **номиналния валутен курс**, разглеждан дотук.

Формално реалният валутен курс за период t по цени от период $t-j$ се дефинира като

$$(2.11) \quad \text{RER}_{t,t-j} := \frac{\text{NER}_t \times P_{t,t-j}^*}{P_{t,t-j}},$$

където NER_t е номиналният валутен курс в период t , а $P_{t,t-j}$ и $P_{t,t-j}^*$ са дефлиращите коефициенти (т.е. ценовите индекси) съответно за местната и чуждата икономика за период t при база период $t-j$.

По-добра интуиция за смисъла на тази дефиниция можем да си изградим, ако представим в явен вид номиналния курс като съотношение между единици местна и чужда валута, т.е. $\text{NER}_t = \text{lc}_t/\text{fc}_t$, където lc_t е местната валута, fc_t е чуждата валута. Тогава можем да разглеждаме (2.11) като

$$\text{RER}_{t,t-j} = \frac{\frac{\text{lc}_t}{P_{t,t-j}}}{\frac{\text{fc}_t}{P_{t,t-j}^*}},$$

което се интерпретира като съотношение на даден брой единици местна валута към единица чужда валута, където и двете валути са приведени (дефлирани) към цените от базисния период $t-j$. В зависимост от целите на анализа за дефлиране могат да се използват индекси, базирани на различни показатели като потребителски цени, заплати, разходи за труд и пр.

Подобно на БВП по постоянни цени, получената чрез уравнение (2.11) стойност за реалния валутен курс има смисъл не разглеждана в изолация, а при сравнение с валутния курс през базисния период т.е. в индексна форма или като процентно изменение. Това показва дали местната валута поскъпва или поевтинява в реално изражение спрямо чуждата между двата периода. (Очевидно за периода, избран за база, стойностите на номиналния и реалния курс ще съвпадат.)

Ефективни валутни курсове

Ако анализираме икономиката на макро ниво, трябва да отчетем факта, че местната валута се разменя срещу валутите на много други страни. Това означава, че трябва да работим с цял набор от валутни курсове или да агрегираме различните курсове до един показател. Агрегиращият показател, обобщаващ информацията за отделните валутни курсове, се нарича **ефективен валутен курс**.

Когато обединяваме различните валутни курсове в един показател, възниква въпросът за мерните единици на отделните компоненти: левове за долар не е съпоставима с левове за швейцарски франк. Поради

това се налага отделните номинални валутни курсове да бъдат превърнати в индексна форма, която да отчита изменението им между няколко периода. В допълнение е необходимо да се отчете важността на съответната валута за местната икономика: еврото и щатският долар са важни за България, докато значението на бразилския реал е пренебрежимо малко. Преценката за важността на чуждите валути зависи от целите на анализа, но при всички случаи тя се отчита чрез използване на подходящи тегла, с които да се претеглят индексите на номиналните курсове. Така индексът на номиналния ефективен валутен курс за период t (при база период $t - j$) се определя като

$$(2.12) \quad \text{EER}_{t,t-j} = \sum_{i=1}^k w_i \frac{\text{NER}_{i,t}}{\text{NER}_{i,t-j}},$$

където k е броят на валутите, w_i са теглата, а $\text{NER}_{i,t}$ е номиналният валутен курс за страна i в период t .

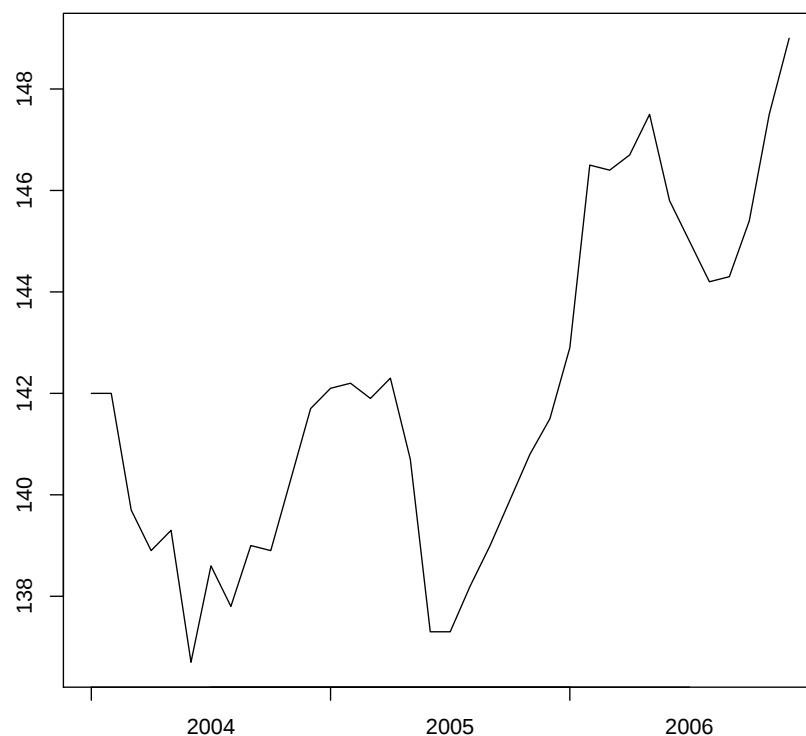
Подобно на индивидуалните валутни курсове, и за ефективните курсове може да се дефинира реален показател. При горните означения индексът на **реалния ефективен валутен курс** за период t при база период $t - j$ се дефинира като

$$(2.13) \quad \text{REER}_{t,t-j} = \sum_{i=1}^k w_i \frac{\text{NER}_{i,t}}{\text{NER}_{i,t-j}} \times \frac{P_{i,t,t-j}^*}{P_{t,t-j}},$$

където $P_{i,t,t-j}^*$ е индексът, показващ изменението на ценовите равнища между периоди $t - j$ и t за i -тата валута. На фигура 2.5 е показана динамиката на един вариант на този индекс за България за периода 2004-2006 г.

2.5 Платежен баланс, външен дълг и международна инвестиционна позиция

Икономическите връзки на една страна с останалия свят намират отражение по пряк или косвен начин в почти всички източници на статистическа информация. Основните статистически документи, които отразяват икономическото взаимодействие на дадена държава с останалите страни са платежният баланс, статистиката на външния дълг и международната инвестиционна позиция. За изясняване на интерпретацията и възможната употреба на тези документи е необходимо да се направи разграничение между два типа величини: потоци и размери.



Фигура 2.5: Индекс на реалния ефективен валутен курс за българския лев за 2004-2006 г., юни 1997 г.=100

Потоци и размери (запаси)

Някои величини в икономиката се регистрират към даден момент от времето и дават „моментна снимка” на състоянието на съответния икономически процес. Такива величини се наричат **размери** (понякога се използва и **запаси**). Примери за такива величини са количеството стока в склада на една фирма в края на даден ден, сумата от спестяванията на даден човек в края на годината, наличното количество пари в икономиката в определен момент и пр.

Друга категория величини се задават за цял период от време. Такива са например произведената продукция за определено тримесечие, месечната заплата, отпуснатите от една банка заеми за дадена седмица и пр. Такива величини наричаме **потоци**.

Потоците и размерите обикновено са свързани, като изменението на съответната величина-размер между два момента от времето задава поток за периода от време, дефиниран от тези два момента. Такъв поток може на свой ред да бъде съставен от други потоци. Например ако към сумата на всички депозити, които дадена банка е имала в края на месец февруари (размер), добавим парите, внесени по депозити в банката в течение на месец март (поток) и извадим сумата пари, изтеглени от депозити в банката през март (поток), ще получим сумата на депозитите в края на март (отново размер). Можем да считаме, че потокът на нетното изменение на депозитите (разликата между двата размера), е съставен от потока на входящите суми по депозити и потока на изходящите суми, изтеглени от депозити в банката.

Добър неикономически пример за потоци и размери е количеството вода в басейн в даден момент от времето, което се изменя с потоците на вливащата се и изтичащата от басейна вода за даден интервал от време, като по този начин се получава количеството вода в басейна в крайния момент.

От трите основни статистически източника, характеризиращи отношенията на икономиката с останалия свят, платежният баланс дава потоци за период от време, а статистиката на външния дълг и международната инвестиционна позиция дават размери към определен момент от времето.

Платежен баланс

В платежния баланс на една страна се записват стойностите на транзакциите между местни и чуждестранни икономически агенти за определен период от време. Такива транзакции могат да имат реален елемент – износ на стоки – или да имат чисто финансов характер – чужденец купува облигации на българско предприятие. Най-общо платежният баланс се състои от две части: 1) текуща сметка и 2) капиталова и финансова сметка. Капиталовата и финансовата сметка, както подсказва името ѝ, се състои от капиталова сметка и финансова сметка^{3,4}. С известна условност може да се каже, че в текущата сметка се отра-

³В по-стари учебници терминът *капиталова сметка* се използва вместо *капиталова и финансова сметка*. Според актуалната методология на съставяне на платежния баланс в капиталовата сметка се записват споменатите в параграф 2.2 капиталови трансфери, които формират само част от възможните финансови транзакции.

⁴В някои случаи текущата и капиталовата сметка се групират заедно, а се отделя финансовата сметка. В настоящия текст текущата сметка се разглежда самостоятелно, за да се запазят показаните по-долу нейни представяния.

заяват транзакциите с реален елемент, а в капиталовата и финансовата сметка – тези с финансов характер.

Независимо дали са в текущата или в капиталовата и финансовата сметка на платежния баланс, транзакциите могат да водят до входящи или изходящи парични потоци. Ако с СА сме означили нетния баланс на транзакциите по текущата сметка, а с FKA – този на транзакциите по капиталовата и финансовата сметка, то в сила е твърдението

$$(2.14) \quad \text{СА} + \text{FKA} \equiv 0.$$

Доколкото транзакциите по финансовата сметка обикновено са определящи за динамиката на капиталовата и финансовата сметка, в изложението по-долу за краткост ще говорим за финансова сметка когато става дума за капиталова и финансова сметка.

Причината балансите по текущата и финансовата сметка да се сумират до нула е, че според счетоводните конвенции във финансовата сметка с обратен знак се записва изменението на международните валутни резерви на една страна, което пък отразява разликата между входящите и изходящите парични потоци. Така ако в икономиката за даден период са влезли повече финансови ресурси отвън, отколкото са излезли, това се отразява в платежния баланс, като нарастването на международните резерви се записва със знак минус във финансовата сметка.

Текущата сметка на платежния баланс включва салдото по търговията със стоки и услуги на икономиката с другите страни, нетния факторен доход от чужбина и нетните текущи трансфери. Имаме

$$(2.15) \quad \text{СА} := X - M + Y_f + \text{Tr}_f,$$

където с СА е означен балансът по текущата сметка. Предвид уравнения (2.4) и (2.10), текущата сметка може още да бъде записана като

$$(2.16) \quad \text{СА} = \text{GNDI} - C - I - G = \text{GNDI} - A,$$

където количеството $A := C + I + G$ се нарича **абсорбция**. Тъй като абсорбцията представлява общите разходи за стоки и услуги, направени в рамките на икономиката, то текущата сметка може да се интерпретира като разликата между разполагаем доход и направени разходи. Така ако текущата сметка на една страна е на излишък (има положителна стойност) за даден период, то икономическите агенти в страната са харчили по-малко, отколкото са били доходите им. Обратно, при дефицит по текущата сметка (отрицателно салдо) разходите на икономическите агенти са превишавали дохода, с който те са разполагали.

Друг начин за интерпретация на текущата сметка се базира на подходяща дефиниция на спестявания. **Вътрешни спестявания** за икономиката се дефинират като разликата между БВП и потребителските разходи на правителството и частните икономически агенти:

$$(2.17) \quad S^d := Y - C - G.$$

Национални спестявания се дефинират като разликата между разполагаем доход и потребителските разходи на правителството и частните икономически агенти:

$$(2.18) \quad S := \text{GNDI} - C - G = Y + Y_f + \text{Tr}_f - C - G.$$

Тогава текущата сметка може да се разглежда като разликата между (национални) спестявания и инвестиции в икономиката:

$$(2.19) \quad \text{CA} = S - I.$$

С други думи, текущата сметка представлява размерът на ресурсите, заети или предоставени от/на останалия свят за финансиране на инвестиции.

Обобщеното представяне на структурата на платежния баланс от уравнение (2.14) съответства на т.нар. **стандартно представяне на платежния баланс**. Този запис подчертава факта, че „реалните” трансакции с останалия свят са тясно обвързани с финансовите трансакции. От друга страна, стандартното представяне би могло да затруднява разбирането за това какво движи динамиката на платежния баланс и кои компоненти от платежния баланс са чисто резултантна величина. Изменението на международните резерви беше посочено по-горе като пример за резултантна величина, но такива са и някои от трансакциите на правителството и централната банка.

За да се интерпретират по-лесно данните от платежния баланс, може трансакциите, считани за резултантни, да бъдат отделени от онези трансакции, които наистина определят динамиката на платежния баланс. Представяния на данните от платежния баланс, в които е направено подобно разделение, се наричат **аналитични**. Най-често при аналитичните представяния текущата сметка се запазва в обичайния си вид, а разделието се въвежда за компонентите на капиталовата и финансовата сметка.

Според един от популярните варианти на аналитично представяне на платежния баланс се създава нов раздел *Международни резерви и*

друго финансиране, където се отделят изменението на валутните резерви и част от целевото финансиране за макроикономическа стабилизация, дадено на държавата от международни институции, а капиталовата сметка се обособява като равнопоставен на текущата сметка компонент, означаващ с КА. Останалите компоненти се запазват, като (с леко дублиране на терминология) отново са обединени във *Финансова сметка*, означаваща с FA.

Най-общо можем да считаме, че различните елементи на финансовата сметка според аналитичното представяне на платежния баланс са обединени в три категории, измервани нетно: преки чуждестранни инвестиции (означени с FDI), портфейлни инвестиции (PortfInv) и други инвестиции (OtherInv), т.е.

$$(2.20) \quad FA = FDI + PortfInv + OtherInv.$$

Съответно, ако с ΔRes сме означили изменението на резервите, получаваме

$$(2.21) \quad CA + KA + FA - \Delta Res \equiv 0.$$

Преките инвестиции са инвестиции на икономически агенти от дадена икономика в предприятие от друга икономика, които са направени от траен интерес към предприятието. Това предполага дългосрочна ангажираност на инвеститора към предприятието и възможност в значителна степен да влияе върху управлението му. Примери за преки инвестиции са основаването на нова компания или закупуване на контролния пакет акции в дадено предприятие от чужденец.

Портфейлните инвестиции са инвестиции на чуждестранни икономически агенти (такива агенти се наричат още **нерезиденти**), които са направени без инвеститорите да имат дългосрочен интерес в развитието и управлението на съответното предприятие. Такива могат да бъдат например инвестиции в облигации, емитирани от съответното предприятие, или в количества акции, които не дават възможност за влияние върху управлението на предприятието. Поради това, че портфейлните инвестиции се правят без инвеститорите да имат дълготраен интерес в предприятието, обикновено тези потоци са по-силно променливи в сравнение с преките инвестиции и в по-голяма степен зависят от краткосрочните перспективи за печалба на предприятията.

В групата *Други инвестиции* се включват разнообразни финансови отношения между агентите от една икономика и останалия свят като предоставяне или отпускане на заеми, операции с депозити в други държави, получени или дължими търговски кредити (задължения за

заплащане на вече внесени стоки или авансови плащания за покупки) и др.

В зависимост от степента на подробност на представянето, платежният баланс на една страна може да съдържа различни подразделения на горните елементи. Един пример за аналитично представяне на данните от платежния баланс за България е даден в таблица 2.7.

Външен дълг

Размерът на външния дълг представлява стойността на всички задължения на местни икономически агенти към нерезиденти към даден момент. Задълженията могат да включват бъдещи плащания както на главници, така и на лихви. Към размера на външния дълг се причисляват например емитирани от местни лица облигации, закупени от нерезиденти, директни заеми от чуждестранни икономически агенти, включително заеми от преки инвеститори и задължения по търговски кредити. Задълженията по външния дълг се отчитат и в международната инвестиционна позиция на една страна.

Така дефинираният външен дълг на една страна е **брутен**, т.е. той отчита колко дадена икономика дължи на останалия свят, но не и какви са задълженията на нерезиденти към съответната икономика. За да се получи по-точна представа дали една икономика е нетен длъжник или кредитор на останалия свят, от размера на нейния външен дълг трябва да се извади размерът на задълженията на чужди икономически агенти към икономиката. Полученият показател се нарича **нетен външен дълг**.

Данните за външния дълг могат да бъдат представени в различни разбивки. Например в таблица 2.8 е дадена разбивка на външния дълг на България според институционалните сектори, които са длъжници. Възможни са също така разбивки на външния дълг по кредитори (международни организации, чужди правителства, чуждестранни банки, други нерезиденти), по инструменти (ценни книжа, заеми, търговски кредити, депозити на нерезиденти и пр.), по матуритет (краткосрочен – с падеж до 1 година и дългосрочен – с падеж над 1 година), по географски признак (по страни/региони на кредиторите), както и комбинирани разбивки (в таблица 2.8 се съдържа и подразбивка по матуритет).

Статистиката на външния дълг дава представа за това какви заемни ресурси са били получени от чужбина, съответно разликата между размера на дълга в два момента от времето е свързана с потоците с дългов характер по платежния баланс за периода. Основна употреба

Таблица 2.7: Платежен баланс за България, аналитично представяне, млн. евро

	2004	2005	2006
А. Текуща сметка	-1307	-2706	-4652
Стоки: кредит (f.o.b.)	7985	9466	12012
Стоки: дебит (f.o.b.)	-10938	-13876	-17574
Търговски баланс	-2953	-4410	-5562
Услуги: кредит	3262	3564	4186
Услуги: дебит	-2606	-2745	-3264
Услуги, нето	656	819	923
Доход: кредит	1238	1218	1258
Компенсации на наетите: кредит	1036	926	1031
Инвестиционен доход: кредит	203	293	227
Доход: дебит	-992	-1151	-1941
Компенсации на наетите: дебит	-9	-11	-22
Инвестиционен доход: дебит	-983	-1140	-1918
Доход, нето	246	67	-683
Текущи трансфери, нето	744	818	670
Б. Капиталова сметка	163	235	180
В. Финансова сметка	2295	3978	7067
Преки инвестиции, нето	2252	3226	6022
Портфейлни инвестиции: активи	-52	-72	-402
Портфейлни инвестиции: пасиви	-436	-1055	582
Други инвестиции-активи	-1367	-31	-2349
Търговски кредити: активи, нето	-149	-29	-127
Заеми: активи	-46	-62	-132
Валута и депозити: активи	-610	-460	-2098
Други активи	-561	520	7
Други инвестиции: пасиви	1897	1909	3215
Търговски кредити: пасиви, нето	88	225	323
Заеми: пасиви	1316	1272	2355
Депозити на нерезиденти: пасиви	514	385	514
Други пасиви	-20	27	23
Г. Грешки и пропуски	263	-939	-809
ОБЩ БАЛАНС (А + Б + В + Г)	1415	569	1786
Д. Резервни активи на БНБ	-1415	-569	-1786
и друго финансиране			
Резервни активи на БНБ (увеличение: -)	-1493	-324	-1506
Ползвани кредити от МВФ, нето	-44	-361	-280
Извънредно финансиране, нето	123	116	0

Източник: БНБ

2.5. ПЛАТЕЖЕН БАЛАНС, ВЪНШЕН ДЪЛГ И МЕЖДУНАРОДНА ИНВЕСТИЦИОННА ПОЗИЦИЯ

49

на данните за външния дълг е също да дават информация за очакваните бъдещи плащания по лихви и главници на местните икономически агенти, оттам да помагат да се идентифицират потенциални затруднения с обслужване на дълга на отделни сектори или на икономиката като цяло.

Таблица 2.8: Брутен външен дълг за България, в края на съответния период, млн. евро

	2004	2005	2006
I. Държавно управление	5983	4455	3701
Краткосрочен	0	0	0
Дългосрочен	5983	4455	3701
II. Централна банка	0	0	0
Краткосрочен	0	0	0
Дългосрочен	0	0	0
III. Банки	1621	2677	3549
Краткосрочен	1141	1921	2636
Дългосрочен	480	755	913
IV. Други сектори	3012	4237	7290
Краткосрочен	1301	2012	3630
Дългосрочен	1711	2224	3659
V. Преки инвестиции: Вътрешнофирмени заеми	2042	4139	6089
БРУТЕН ВЪНШЕН ДЪЛГ (I+II+III+IV+V)	12658	15507	20629

Източник: БНБ

Международна инвестиционна позиция

Международната инвестиционна позиция дава стойността на активите и пасивите на една икономика по отношение на останалия свят към даден момент. За да избегнем ориентиране на изложението към строго счетоводни детайли, ще приемем най-общо, че външните активи на една икономика са права на икономическите агенти да получат в бъдещето плащания от нерезиденти, а пасивите са права на нерезиденти да получат плащания от местни икономически агенти. Ясно е, че в общия случай формата на активите и пасивите на една икономика е симетрична, т.е. даден вид инструмент или тип инвестиция може да се появява както по активната, така и по пасивната страна. Например, преки инвестиции на местни икономически агенти в чужбина са

актив (дават право на местните агенти да получат бъдещи плащания), а преките инвестиции на чуждестранни агенти в съответната икономика са пасив за тази икономика (нерезидентите имат права да получат плащания). Активи или пасиви могат да бъдат познатите вече преки инвестиции, портфейлни инвестиции, депозити, заеми и т.н. Като цяло структурата на активната и пасивната страна на международната инвестиционна позиция отразява структурата на финансовата сметка на платежния баланс.

В размера на активите по международната инвестиционна позиция се включват и международните резерви на една икономика. Това съответства на логиката на съставяне на платежния баланс с разликата, че в международната инвестиционна позиция размерът на международните резерви се отчита по стандартен начин в активната страна с положителен знак, тъй като тук балансиращата позиция е друга – *международна инвестиционна позиция (нето)*. Измененията в компонентите на международната инвестиционна позиция са резултат от съответните потоци по платежния баланс, с точност до разлики от преоценки, свързани с валутнокурсони разлики и изменения на цените на различни активи.

В таблица 2.9 посочените общи положения са конкретизирани на примера на международната инвестиционна позиция за България за периода 2004-2006 г.

2.6 Статистика на банковата система

От различните икономически агенти, включвани в сектор *Финансови предприятия*, банките имат най-голямо значение за европейските икономики и в частност за икономиката на България. Статистиката на банковата система включва разнообразни документи като парична статистика, лихвена статистика, баланси и отчети на търговските банки и пр. В стандартните макроикономически анализи най-често се използват данни от т.нар. паричен отчет. Паричният отчет показва размера на активите и пасивите на банковата система към даден момент от времето. В него се включват данни за централната банка и за другите банки в системата (търговските банки).

В пасивната страна на паричния отчет фигурират различни парични агрегати. За да можем да използваме информацията за тях е необходимо първо да изясним какво представляват парите по принцип. Първоначалната асоциация на думата „пари“ е с банкнотите и монетите, които използваме за ежедневни разплащания. Същевременно обаче, ако имаме документ за депозирана сума в някоя банка или чек на наше

Таблица 2.9: Международна инвестиционна позиция за България, в края на съответния период, млн. евро

	2004	2005	2006
<i>Международна инвестиционна позиция</i>	-5 476	-10 258	-15 355
<i>Активи</i>	12 147	13 273	17 288
Преки инвестиции в чужбина	-129	105	219
Портфейлни инвестиции	664	670	949
Финансови деривативи	72	24	202
Други инвестиции	4 687	5 103	6 992
Търговски кредити	341	438	555
Заеми	95	163	281
Валута и депозити	2 035	2 575	4 555
Други активи	2 216	1 927	1 602
Резервни активи	6 854	7 370	8 926
<i>Пасиви</i>	17 623	23 531	32 643
Преки инвестиции в България	7 421	11 756	17 526
Портфейлни инвестиции	2 427	2 243	2 749
Финансови деривативи	159	33	64
Други инвестиции	7 617	9 498	12 304
Търговски кредити	799	1 070	1 437
Заеми	5 753	6 928	8 850
Валута и депозити	999	1 397	1 900
Други пасиви	67	104	116

Източник: БНБ

име, пак се счита, че разполагаме с парични средства. Това подсказва, че определящо за това нещо да се счита за пари е не формата му, а функциите, които то може да изпълнява.

Традиционно се приема, че даден обект представлява пари, ако той изпълнява следните функции⁵:

1. *Средство за размяна*. Ролята на парите като средство за размяна се илюстрира добре на примера на икономика, в която размяната става в натура (бартер). В такава икономика ако например един производител на обувки иска да си купи хляб, то той трябва да намери производител на хляб, който има нужда от обувки и да

⁵На английски език изброените функции на парите са съответно medium of exchange, unit of account, store of value и standard of deferred payment.

договори с него приемливо съотношение на разменяните количества. Разбира се, съществуват и други варианти за търгуване, като този да се организира цяла верига от последователни размени на стоки, но те не водят до опростяване на основния проблем – необходимостта от двойно съвпадение на нуждите, за да може да се осъществи търговията. Ако в икономиката съществува общоприето средство за размяна, то такъв проблем отпада естествено.

2. *Мерна (разчетна) единица.* Ако сме в условия на бартерна икономика, в която има n стоки, за да можем да търгуваме трябва да знаем $\frac{n(n-1)}{2}$ обменни съотношения между стоките. Ако в икономиката има пари, достатъчно е да знаем n -те цени на съответните стоки, за да търгуваме, т.е. парите ни помагат по-лесно да измерим съотношенията, по които търгуваме. Това очевидно е по-ефективно от информационна гледна точка, особено в условия, където има много стоки.
3. *Съхранител на стойност.* Тази функция на парите се осмисля добре от позицията на производител, който произвежда бързо развалящи се стоки, но към даден момент няма необходимост да потребява. За да не изгуби продукцията си, той трябва да я продаде, закупувайки по-дълготрайна продукция, която на свой ред да се стреми да продаде в момента, когато реши да потребява нещо. В допълнение, ако търговията е на място, което е физически отдалечено, избраната продукция трябва да бъде лесно преносима. С други думи, за да бъдат ефективен съхранител на стойност, избраните обекти трябва да бъдат дълготрайни и преносими.
4. *Стандарт за отложено плащане.* Тази функция е следствие на първите три функции. Смисълът е, че задължения, които трябва да бъдат погасени в бъдещето, традиционно се мерят в пари и поради това парите са очакваното възнаграждение за това, че се сме се съгласили да отложим във времето компенсацията.

От описанието на горните функции на парите е ясно, че като пари можем да третираме най-разнообразни обекти, стига те да се приемат универсално в замяна на стоки и услуги. Това се илюстрира от факта, че в миналото като пари са били използвани например сол, ценни подправки и благородни метали. Също така е ясно, че лесно могат да възникнат гранични случаи, за които не е ясно дали нещо може да бъде разглеждано като пари или не. При това положение, първо, решението за това какво да считаме за пари винаги има спорен елемент и, второ,

в рамките на избраната дефиниция за пари могат да бъдат въведени допълнителни подразделения, например по степен на ликвидност.

Кратък вариант на паричния отчет за България е даден в таблица 2.10. Според основната структура на отчета сумата от нетните чуждестранни и вътрешни активи на банковата система е равна на сумата от широките пари М3 и дългосрочните пасиви на парично-финансовите институции (ПФИ).

Една банка би могла да използва ресурсите, с които разполага, като ги вложи по някакъв начин в чужбина или като ги използва вътре в съответната икономика. В първия случай ресурсите се класифицират като чуждестранни активи, като обикновено те се намаляват с размера на заетите от чужбина ресурси (т.е. чуждестранните пасиви) и се използва нетната величина (нетните чуждестранни активи). Във втория случай имаме нетни вътрешни активи, които включват вътрешен кредит, дълготрайни активи и други позиции (нето). Вътрешен кредит най-общо представлява заеми, дадени от банките на правителството или други небанкови икономически агенти. Прието е кредитът към правителството да се дава на нетна основа, а кредитът към останалите институции е брутен. Дълготрайните активи представляват движими или недвижими нефинансови активи, за които банките планират да ги използват за период, по-дълъг от 1 година, във връзка с извършването на основната им дейност. Други позиции (нето) е остатъчен член, който обединява всички останали активи на банковата система.

В пасивната страна на паричния отчет се включват широките пари М3 и дългосрочните пасиви на ПФИ (такива с матуритет над 2 години или период на предизвестие над 3 месеца, както и капитала и резервите). Основното перо от страната на пасивите е широкият паричен агрегат М3, наричан още парично предлагане. Този агрегат се формира от по-тесни агрегати, като по-тесните парични агрегати включват по-ликвидни инструменти. Таблица 2.10 дава връзките между различните парични агрегати, като тук ще приведем обяснения за характера на отделните компоненти.

Пари извън ПФИ са банкнотите и монетите в обращение в икономиката без тези в касите на търговските банки, т.е. това са банкнотите и монетите, които се държат от небанковите икономически агенти.

Овърнайт-депозитите са депозити, които нямат определен срок и могат незабавно да се конвертират в пари в брой или да се преведат чрез банково нареждане или чек без ограничения или санкции. Депозитите до 1 ден се причисляват към овърнайт-депозитите.

Квазипарите включват депозити с договорен матуритет до 2 години и депозити, договорени за ползване след предизвестие (включително

Таблица 2.10: Кратък паричен отчет за България, в края на съответния период, млн. лева

	2004	2005	2006
НЕТНИ ЧУЖДЕСТРАННИ АКТИВИ	11 194	13 221	18 634
Чуждестранни активи	17 754	19 861	25 750
Минус: чуждестранни пасиви	6 560	6 640	7 115
НЕТНИ ВЪТРЕШНИ АКТИВИ	13 967	18 255	21 024
Вътрешен кредит	13 757	18 300	21 091
Дълготрайни активи	1 337	1 575	1 801
Други позиции (нето)	-1 127	-1 620	-1 868
ШИРОКИ ПАРИ М3	20 394	25 260	32 061
Пари М1	10 298	12 443	16 078
Пари извън ПФИ	4 628	5 396	6 231
Овърнайт-депозити	5 670	7 047	9 848
Пари М2 (М1 + квазипари)	20 302	25 237	32 021
Квазипари	10 005	12 794	15 942
Пари М3 (М2 + търгуеми инструменти)	20 394	25 260	32 061
ДЪЛГОСРОЧНИ ПАСИВИ НА ПАРИЧНО-ФИНАНСОВИТЕ ИНСТИТУЦИИ	4 767	6 216	7 597
Депозити с договорен матуритет над 2 години и депозити, договорени за ползване след предизвестие над 3 месеца	394	617	967
Издадени дългови ценни книжа над 2 години	177	210	159
Капитал и резерви	4 196	5 389	6 471

Източник: БНБ

спестовни депозити), до 3 месеца.

Търгуемите инструменти са най-нисколиквидните финансови инструменти. Там се включват издадените дългови ценни книжа до 2 години, акциите и дялове на фондовете на паричния пазар и репо-сделките (споразумения за предоставяне на пари срещу ценни книжа, но с ангажимент за обратното им изкупуване).

Накратко ще споменем и статистиката на лихвените проценти. Трябва да се отбележи, че в учебниците по макроикономика традиционно се говори за един лихвен процент. Както се вижда от лихвената статистика, лихвените проценти в икономиката са много и различни: лихвите по депозити варират според вида на депозита и се отличават от лихвите по кредити, които пък са различни от лихвения процент на междубанковия пазар и т.н. При това разнообразие, причината да моделираме икономиката все едно в нея има само един лихвен процент е, че в голяма част от случаите различните лихвени проценти се изменят със сходна динамика, като само нивата им са различни. Така, макар че например потреблението зависи основно от лихвените проценти по депозити, а инвестициите – от тези по кредити, повишението и на двата вида лихви ще доведе до относително намаление на двете величини. Последното би могло да бъде успешно моделирано и ако приемем, че тези величини зависят от един общ лихвен процент.

Българската икономика функционира в условията на **паричен съвет** – вид режим на парична политика, при който централната банка изпълнява по-специфични функции в сравнение с традиционните централни банки. Тук ще опишем накратко принципите, на които се основава паричният съвет в България и ще дадем структурата на базисния статистически документ, който характеризира състоянието на паричния съвет – балансът на управление „Емисионно” към Българската народна банка.

В икономическата литература няма консенсус за това какво определя един режим на парична политика като паричен съвет. Тъй като между различните режими, наричани „паричен съвет,” съществуват редица разлики в законовата и институционална уредба, често пъти дискусиите се ориентират към това дали даден паричен съвет е от „ортодоксален” или „неортодоксален” тип. Понеже последното е очевидно зависимо от използваната дефиниция, в описанието на основните характеристики на паричния съвет в България ще се въздържахме от разделянето им на такива категории.

Основен принцип на паричния съвет е фиксирането на валутния курс на местната валута към дадена чужда валута (резервна валута). В случая на България курсът на българския лев спрямо еврото е фикс-

сиран в Закона за БНБ на 1.95583 лева за евро. При това централната банка е длъжна да обменя без ограничения левове срещу резервната валута евро по фиксирания в закона валутен курс.

Паричният съвет изисква паричните задължения на централната банка да имат пълно покритие с валутните резерви на страната. Какво се включва в паричните задължения на централната банка се различава между отделните режими на паричен съвет. Като минимум се покриват банкнотите и монетите в обращение, а в случая на България паричните задължения на БНБ включват банкнотите и монетите в обращение, задължения към банки (резерви, които банките държат в централната банка), задължения към правителството и бюджетни организации, както и задължения към други депозанти.

Технически горните принципи намират отражение в баланса на един паричен съвет (балансът на управление „Емисионно” към БНБ в случая на България) – вж. таблица 2.11. Най-общо казано, активите на паричния съвет са валутните резерви, а пасивите са споменатите вече парични задължения на централната банка. Това описание представя счетоводната постановка, но от нея могат да бъдат извлечени важни следствия за функционирането на паричния съвет.

Таблица 2.11: Баланс на управление „Емисионно” към БНБ, в края на съответния период, млн. лева

	2006	2007	2008
АКТИВИ	17 459	23 346	24 865
Парични средства	4 233	3 509	2 655
и депозити в чужда валута			
Монетарно злато	1 208	1 410	1 537
и инструменти в монетарно злато			
Инвестиции в ценни книжа	12 018	18 426	20 673
ПАСИВИ	17 459	23 346	24 865
Банкноти и монети в обращение	6 889	8 411	9 179
Задължения към банки	3 594	5 783	5 006
Задължения към правителството	4 982	6 447	7 292
и бюджетни организации			
Задължения към други депозанти	124	340	290
Депозит на управление „Банково”	1 871	2 365	3 097
Източник: БНБ			

Основно следствие от горната схема е, че парите в икономиката не

могат да се изменят произволно (и, в частност, не могат да бъдат отпечатвани без ограничения по усмотрение на правителството и централната банка), а трябва да има насрещни наличности от резервна валута. Така например нарастването на банкнотите и монетите в обращение може да стане по два основни начина: (1) ако в икономиката влизат финансови средства от чужбина (което ще доведе до нарастване на валутните резерви, т.е. и активите, и пасивите ще се увеличат); (2) ако се използват други пера от пасивната страна на баланса на паричния съвет, при което общата сума на активите и пасивите може да остане непроменена (например по искане на правителството неговият депозит, т.е. статия *Задължения към правителството и бюджетни организации*, се намалява срещу увеличение на парите в обращение). При всички случаи изменението на парите става при съответно наличие на резервна валута, което означава, че динамиката им в крайна сметка е обвързана с динамиката на платежния баланс.

При повечето режими на паричен съвет централната банка не може да финансира правителството и търговските банки (за случая на България финансиране на търговските банки е възможно при специални обстоятелства – възникване на риск от системно значение, но само срещу налично подходящо обезпечение от съответните банки). Забележете, че даденият по-горе пример, при който парите в обращение нарастват за сметка на намаление на депозита на правителството, не представлява финансиране на правителството, тъй като валутните ресурси за това вече са били налични – правителството е разполагало със средства в чужда валута и ги е депозирало в централната банка, увеличавайки валутните резерви, а в последствие е променило формата на тези ресурси от депозит в пари. Пример за финансиране на правителството от централната банка е ситуация, при която централната банка може да държи ценни книжа, издадени от правителството, като активи и съответно да увеличи парите в обращение от страната на пасивите. При такава ситуация правителството би могло да издаде емисия облигации, която да бъде изкупена от централната банка, като последната отпечатва необходимите за закупуването на емисията пари. Така правителството би могло да получава ресурси в местна валута от централната банка при условия, които са много различни от пазарните. Подобни ситуации са забранени в условията на паричен съвет, доколкото активите на местното правителство не представляват валутни резерви.

При паричен съвет централната банка стандартно не определя лихвени проценти за рефинансиране на търговските банки и, по-общо, не провежда пълноправна парична политика. Съответно лихвените проценти и цените в местната икономика би следвало да отразяват дина-

миката на лихви и инфлация в икономиката, чиято валута е избрана за резервна. Правата на централните банки да предприемат някакви мерки на паричната политика обаче се различават за различните парични съвети. В България например централната банка има право да определя минимални задължителни резерви за търговските банки.

От таблица 2.11 се вижда, че активите на българския паричен съвет могат да бъдат разделени на три групи: пари и депозити в чужда валута, монетарно злато и инвестиции ценни книжа. В първата група се включват най-високоликвидните активи на паричния съвет – обикновено това са депозити, средствата по които са бързо достъпни за използване, втората група е златният резерв на страната, а третата е частта от валутните резерви, инвестирана в чуждестранни ценни книжи. Разпределението на активите на паричния съвет между тези три групи, както и вътре в рамките на всяка група, се подчинява на строго определени правила за благоразумно инвестиране и ограничаване на риска. В частност, има ограничения за видовете ценни книжа, в които могат да бъдат инвестирани резервите, като изискването е да се инвестира в инструменти с висок рейтинг.

В пасивната страна на баланса на управление „Емисионно” се включват, освен вече споменатите банкноти и монети в обращение и депозит на правителството, задължения към банки (включващи основно поддържаните в централната банка наличности от търговските банки по линия на минималните задължителни резерви), други депозити освен правителствения и депозитът на управление „Банково.” Сумата от банкнотите и монетите в обращение и задълженията към банки се нарича **резервни пари**. Депозитът на управление „Банково” се явява балансиращо перо и може да бъде разглеждан като „нетна стойност” на централната банка.

2.7 Бюджетна статистика

Икономическите дейности, извършвани от сектор *Държавно управление*, се отразяват в различни източници на статистическа информация – статистика на бюджета, държавен дълг, национални сметки и пр. Най-често операциите на правителството за даден период се характеризират чрез данните от бюджета на държавата, които се съдържат в т.нар. **консолидиран бюджет** или **консолидирана фискална програма (КФП)**.

Най-общо елементите на КФП могат да бъдат групирани в три категории – приходи, разходи и финансиране (как е била покрита/употребена

разликата между приходи и разходи). Пример за КФП за България е даден в таблица 2.12.

Приходната част на бюджета включва данъчни приходи, неданъчни приходи и помощи. Примери за данъчни приходи са постъпления от събран данък върху добавената стойност, данъци върху дохода или върху печалбата, данъци върху собствеността, акцизи и пр. Към неданъчните приходи спадат социалноосигурителни вноски, доходи от собственост или продажби на правителството, глоби и др. В категорията на помощите влизат текущи и капиталови трансфери, получени от правителството от нерезиденти.

В разходната част на бюджета се включват заплати и социалноосигурителни вноски за заетите в бюджетната сфера, разходи за текуща издръжка (разходи за стоки и услуги, които нямат инвестиционен характер и са свързани с производството на стоки и услуги от страна на правителството, напр. за консумативи, енергия и др.), лихвени плащания (най-често по държавния дълг), различни социални разходи (пенсии, помощи за безработни, стипендии), субсидии и капиталови разходи (инвестиционните разходи на правителството).

Разликата между приходи и разходи формира бюджетния излишък (когато има положителен знак) или дефицит (когато е отрицателна). В първата ситуация спестените пари са били употребени по някакъв начин, а във втората е било необходимо да се набавят ресурси, за да се финансира недостигът. И двата случая това се отразява в частта *Финансиране*. За илюстрация нека разгледаме случая, когато правителството прави дефицит. Той може да бъде финансиран с ресурси от чужбина под формата на директни външни заеми, емисии на ценни книжа, които се закупуват от чужденци или намаление на депозити на правителството в чужбина. Финансирането може да бъде набавено и в рамките на икономиката, като то може да бъде получено от банките или от небанковия частен сектор. Накрая, постъпленията от приватизация или, по-общо, от продажба на активи на правителството също се причисляват към финансирането, доколкото те имат еднократен характер и могат да се разглеждат като продажба на имущество с цел финансиране на недостига на средства.

Записването на потоците в бюджетната статистика може да се прави в периода, когато съответните задължения са възникнали или в периода, когато те реално са били уредени. В първия случай казваме, че статистиката се води на начислена основа⁶, а във втория – на касова

⁶Повечето от ключовите макроикономически статистики се водят на начислена основа. Примери за това са данните за БВП и за платежния баланс.

Таблица 2.12: Консолидирана фискална програма за България, млн. лева

	2004	2005	2006
I. Приходи и помощи	15 859	17 983	20 023
Данъчни приходи	12 775	14 483	16 329
Неданъчни приходи	2 630	2 984	3 070
Помощи	454	516	625
II. Разходи	15 199	16 997	18 267
Заплати и възнаграждения за персонала	1 674	1 770	2 731
Социални и здравно-осигурителни вноски	640	634	867
Текуща издръжка	4 124	4 480	3 820
Лихви	697	686	640
Лихви по външни заеми	516	492	449
Лихви по вътрешни заеми	182	194	191
Социални разходи, стипендии	5 620	6 177	7 013
Субсидии	867	874	725
Капиталови разходи, прираст на държавния резерв и др.	1 576	2 376	2 471
III. Трансфери-нето /предоставени(-)/	0	0	0
IV. Дефицит/излишък	660	986	1 756
V. Финансиране	-660	-986	-1 756
Външно финансиране - нето	-622	-2 411	-915
Външни заеми и погашения (нето)	-1 112	-2 416	-521
Погашения по предоставени кредити на др. държави (+)	19	8	8
Операции с ценни книжа и финансови активи	469	0	0
Депозити в чужбина (нето)	2	-2	-402
Вътрешно финансиране - нето	-772	-16	-1 603
Небанково	6	-1	-27
Банково	-778	-15	-1 576
Приватизация, придобиване на дялове и акции, и възмездни средства - нето	735	1 441	763

Източник: МФ

основа. Обикновено данните по двата метода би трябвало да съвпадат, но има ситуации, когато се получават отклонения. Такива ситуации са например закъснения в дължими плащания от страна на правителството или на частни лица, но могат да бъдат и договорени между страните разминавания между възникване на задължение и реално плащане.

КФП се нарича „консолидирана,” защото тя обединява информация за дейността на различни институции в рамките на сектор *Държавно управление*. В КФП се консолидират бюджетите на централното правителство (републикански бюджет), на общините, на социалноосигурителната система, на съдебната власт, ВУЗ, БАН и др. В процеса на консолидиране се елиминират транзакциите и задълженията между институциите, които са част от правителствения сектор. По този начин се получава известно опростяване и по-лесно могат да се следят връзките на сектор *Държавно управление* с останалите сектори в икономиката.

Когато се работи на касова основа, общият баланс на бюджета (или още **бюджетно салдо**) се нарича касов баланс или **касово салдо**. Понякога може се използват и други концепции за бюджетно салдо. Например т.нар. **първично салдо** се получава, като от касовото салдо се извадят нетните лихвени плащания на бюджета. Идеята за подобна корекция е, че нетните лихвени плащания са „наследен” резултат от политиката в миналото (евентуално провеждана от други правителства) и поради това намаляват информативността на бюджетния баланс за текущата правителствена политика. Например, ако правителството има голям външен дълг, натрупан от предходни правителства, и съответно големи лихвени плащания, то може да не е в състояние да направи излишък или дори балансиран бюджет, независимо, че води разумна разходна политика.

2.8 Пазар на труда

Статистиката на пазара на труда може да бъде разделена условно на две групи показатели: такива, които дават информация за възнаграждението, получавано на пазара на труда и такива, които се отнасят до количествените характеристики на наличния трудов ресурс.

Типичен показател от първата група е средната работна заплата за страната. Тук влизат също данни от наблюдения на средствата за работна заплата и разходи за труд и структура на заплатите (по отрасли, по образование и пр.).

Примери за показатели от втората група са работна сила, заетост и безработица. На база на такива показатели често се конструират про-

изводни индикатори като коефициент на безработица, които са широко използвани за аналитични цели.

Таблица 2.13: Основни показатели за пазара на труда в България

	2004	2005	2006
Работна сила - хиляди	3322	3314	3416
Коефициент на икон. активност - %	49.7	49.7	51.3
Заети лица - хиляди	2922	2980	3110
в т.ч. наети по трудово и служебно правоотношение	2152	2177	2268
Коефициент на заетост - %	43.7	44.7	46.7
Безработни лица - хиляди	400	334	306
Коефициент на безработица - %	12.0	10.1	9.0
Обезкуражени лица - хиляди	393	345	271
Средна годишна работна заплата на наетите лица - лева	3509	3885	4324

Източник: НСИ

Таблица 2.13 дава набор от основни показатели за пазара на труда за България за 2004-2006 г. От посочените в таблицата показатели, **работна сила** (или още текущо икономически активно население) се дефинира като лицата на 15 и повече навършени години, които влагат или предлагат своя труд за производство на стоки и услуги. В работната сила влизат заетите и безработните лица.

Заетите лица са такива на 15 или повече години, които за съответния период извършват работа срещу заплащане или се водят на работа, макар да не полагат труд през периода поради различни причини. Примери за причини да не се полага труд през периода са редовен или болничен отпуск, майчинство, както и лоши климатични условия или стачки. Към заетите се причисляват работодатели, наети лица (извършващи срещу възнаграждение работа за определен работодател, обикновено по някакъв вид договор), самонаети лица (такива, които самостоятелно работят на свободна (частна) практика) и неплатени семейни работници (напр. работещи без явно определено заплащане в семейния бизнес).

Безработните лица са лица на възраст от 15 до 74 години, които 1) нямат работа за съответния период, 2) активно търсят работа и 3) са на разположение за започване на работа в кратък срок от време. За всеки от тези критерии има методологически уточнения, на които няма

да се спираме подробно: например „кратък срок от време” се определя като 2 седмици след края на наблюдавания период.

Обезкуражени наричаме лицата на 15 и повече навършени години, които по принцип биха желали да работят, но не търсят активно работа, защото предполагат, че няма да намерят.

Работоспособно население се дефинира като всички лица на 15 и повече навършени години. Според някои методологии се налага горна граница на възрастта, т.е. работоспособното население се определя като населението напр. на възраст 15-65 години. Опази част от работоспособното население, която не е в работната сила, се нарича **икономически неактивно население**. Връзките между тези понятия са обобщени в таблица 2.14.

Таблица 2.14: Основни връзки на пазара на труда

Работоспособно население
- Икон. неакт.насел.
Работна сила (икон. активно население)
- Безработни
Заети

Освен това, за аналитични цели често се използват показателите коефициент на безработица, коефициент на заетост и коефициент на икономическа активност, дефинирани съответно като:

$$(2.22) \quad \text{Коефициент на безработица} = \frac{\text{Безработни}}{\text{Раб. сила}}$$

$$(2.23) \quad \text{Коефициент на заетост} = \frac{\text{Заети}}{\text{Работоспос. население}}$$

$$(2.24) \quad \text{Коефициент на икон. активност} = \frac{\text{Раб. сила}}{\text{Работоспос. население}}$$

2.9 Допълнителни бележки и литература

Справки и методология

Като правило институциите, които публикуват статистически данни, подготвят и публикации или методологически бележки за съставянето на данните. Съответно най-достоверният източник на информация

за това какво се съдържа в даден статистически документ са методологическите бележки към него, подготвени от съответната институция. Обикновено националните статистически органи се ръководят от общоприети статистически стандарти, публикувани от международни организации. По-долу са дадени препратки към някои от утвърдените в международен план статистически методологични ръководства.

Данните за БВП и видовете национален доход са част от система статистически документи, наричани национални сметки. Основното ръководство по въпроса е Системата от национални сметки, ревизия 1993 г. (SNA93, <http://unstats.un.org/unsd/sna1993/toctop.asp>). Има вариант на тази система, модифициран за целите на анализа в рамките на Европейския съюз, който се нарича Европейска система от сметки, ревизия 1995 г. (ESA95, <http://circa.europa.eu/irc/dsis/nfaccount/info/data/ESA95/ESA95-new.htm>).

Повече информация за методологията на бюджетната статистика може да се намери в Government Finance Statistics Manual (<http://imf.org/external/pubs/ft/gfs/manual/pdf/all.pdf>).

Balance of Payments Manual (<http://www.imf.org/external/pubs/ft/bopman/bopman.pdf>) дава методологията на изготвяне на платежния баланс и препратки към допълнителни източници за статистиката на външноикономическите отношения на една страна.

Информация за принципите на изготвяне на паричната статистика може да бъде намерена в Monetary and Financial Statistics Manual (<http://www.imf.org/external/pubs/ft/mfs/manual/index.htm>).

Синтезирано представяне на методологията на изготвяне на най-популярните видове макроикономически данни, както и добри примери за приложен макроикономически анализ на тяхна основа, могат да бъдат намерени в Barth and Hemphill (2000) и Ненова (2006).

Източници на данни

Най-често използвани за макроикономически цели са данните, публикувани за България от:

- Национален статистически институт (<http://www.nsi.bg>);
- Българска народна банка (<http://www.bnb.bg>);
- Министерство на финансите (<http://www.minfin.bg>).

В международен план важни източници на макроикономическа информация са:

- Евростат (<http://epp.eurostat.ec.europa.eu/portal/page/portal/eurostat/home/>);
- Международен валутен фонд (<http://www.imf.org>);
- Организация на обединените нации, статистическо звено (<http://unstats.un.org/unsd/default.htm>);
- Организация за икономическо сътрудничество и развитие (http://www.oecd.org/statsportal/0,3352,en_2825_293564_1_1_1_1_1,00.html).

Част II

Икономиката в краткосрочен хоризонт

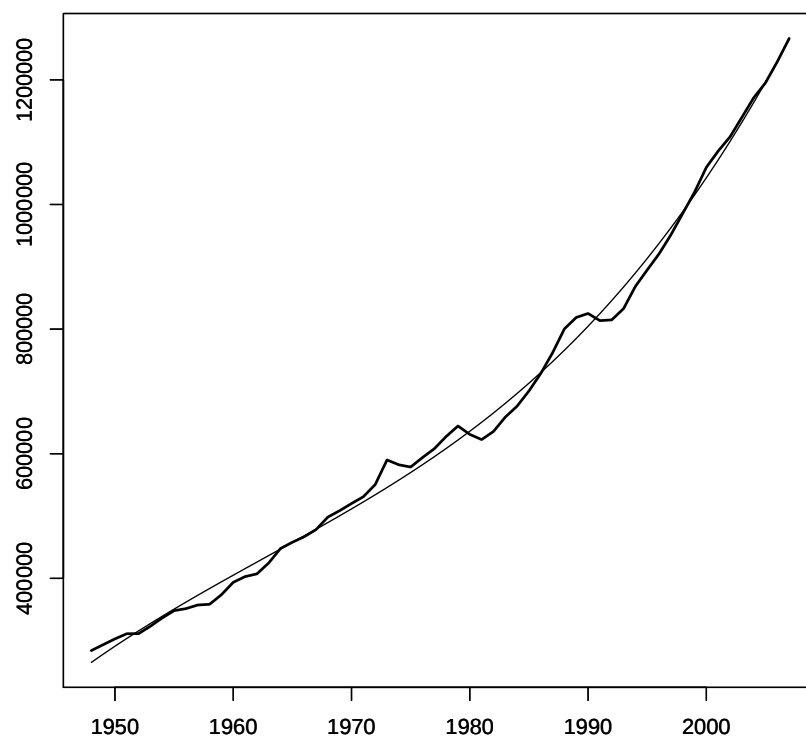
Модели на затворени икономики в краткосрочен хоризонт

3.1 Увод

Частите II и III на настоящето изложение предлагат начално запознанство с аналитичния апарат на макроикономиката, като се основават на идеите и понятията, изложени в част I. Избраният подход е макроикономическите модели да се разделят според времевия хоризонт, в който се извършва анализът. Ако икономиката се изследва в краткосрочен (в някакъв смисъл) хоризонт, говорим за модели на краткосрочни колебания. Такива модели се разглеждат в част II. Ако интересуваният ни времеви хоризонт е дълъг, съответно използваме дългосрочни модели, най-често модели на икономически растеж. Част III е посветена на такива модели.

На фигура 3.1 е даден реалният БВП на Великобритания от 1948 до 2007 г. Вижда се, че като цяло реалният БВП нараства във времето, като стойностите му се колебаят около някаква централна тенденция (**тренд**). На фигурата е показан тренд, изчислен на база полином от трета степен, но за повечето икономики резултатите са сходни и при други методи за изчисление.

Обикновено се приема, че трендът се определя от дългосрочните характеристики на икономиката. Такива са например количеството капитал, с което разполага съответната страна, демографският профил и характеристиките на работната сила, ефективността на използване



Фигура 3.1: Брутен вътрешен продукт по постоянни цени от 2003 г. (плътна непрекъсната линия) и неговият кубичен тренд (непрекъсната линия) за Великобритания за периода 1948-2007 г., милиони британски лири.

на производствените фактори и пр. Стандартно се предполага, че производствените процеси в икономиката могат да се опишат с помощта на производствена функция¹, напр. функция на Коб-Дъглас (Cobb-Douglas):

$$\bar{Y}_t = A_t K_t^\alpha L_t^\beta,$$

където за период t A_t измерва равнището на технологичния прогрес, K_t е физическият капитал в икономиката, L_t е работната сила, а за коефициентите α и β обикновено се приема, че $\alpha + \beta = 1$ и $\alpha, \beta > 0$. (Вж. глава 5 за повече подробности.)

За A_t , K_t и L_t могат да се направят по-нататъшни предположения. Например, може да приемем, че имаме технологичен напредък ($A_{t+1} = (1 + g_a)A_t$ за $g_a > 0$) или че капиталът се изменя в зависимост от инвестиции I_t и норма на амортизация δ , т.е.

$$K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + I_t.$$

Подобна схема на моделиране е ориентирана към отчитане на факторите с дългосрочен характер и съответно не взема предвид редица други фактори, които влияят при формирането на наблюдавания реален БВП. (По тази причина използваме означението $\bar{Y}_t$ вместо стандартното Y_t .) С други думи, по този начин обикновено моделираме тренда (дългосрочната динамика) на реалния БВП. Дългосрочният компонент на БВП се разглежда като равновесната траектория на производство-то в достатъчно голям хоризонт от време. Обичайната трактовка е, че наблюдаваният БВП по постоянни цени се колебае около тази дългосрочна равновесна траектория (наричана **потенциално производство**, **потенциален БВП** или **потенциален продукт**) под влиянието на различни фактори с краткосрочен характер. При този процес се наблюдават и колебания на редица други макроикономически величини около техните равновесни стойности/траектории (напр. инфлация, различни компоненти на платежния баланс, лихвени проценти и пр.) Ако икономиката се намира в хипотетична ситуация, при която влиянието на краткосрочните фактори е елиминирано, то съответните показатели няма да се отклоняват от дългосрочните си равновесни траектории. Подобна ситуация, разбира се, никога не се наблюдава на практика и колебанията на макроикономическите величини около равновесните им траектории присъстват постоянно. Тези колебания наричаме **циклични**, а за процеса на колебание около равновесието се използва терминът **бизнес цикъл**.

¹От друга страна, може да се направи по-простото предположение, че е в сила $\bar{Y}_{t+1} = (1 + g)\bar{Y}_t$.

В обобщение, факторите и зависимостите, определящи потенциалното производство, са с дългосрочен характер и са предмет на теорията на икономическия растеж, елементи от която са изложени в част III. Краткосрочните фактори определят наличието на бизнес цикъл и се изследват с помощта на модели на краткосрочни колебания, някои от които са изложени в настоящата част II.

Забележка 3.1. 1) Няма универсално приета дефиниция на краткосрочен и дългосрочен хоризонт. В някои случаи за краткосрочен се приема хоризонт, който е толкова къс, че капиталът в икономиката не се изменя, а дългосрочен е хоризонт, в който има изменения в размера на капитала. При други обстоятелства се използва разделение с фиксиран хоризонт, напр. хоризонт до 1 година се счита за краткосрочен, от 1 до 3 години – средносрочен и над 3 години – дългосрочен. Ясно е, че и двата подхода имат недостатъци, доколкото при първия подход се пренебрегва това, че капиталът всъщност се изменя непрекъснато, а при втория се използва произволно избрано разделение.

2) Тъй като разграничаването между краткосрочен и дългосрочен хоризонт е проблематично, в идеалния случай един макроикономически модел би трябвало да разглежда и двата типа явления, като обхваща както елементи от теория на икономическия растеж, така и от тази на бизнес цикъла. Това би могло да се постигне с цената на значително усложняване, поради което за начално запознаване с материята е по-удобно да се използва разделение на използваните модели според хоризонта, като се отчита, че при това има известна загуба на реализъм. За внасяне на определеност можем да си представяме, че разглежданите модели на краткосрочни колебания са с хоризонт максимум 3-4 години, а моделите на икономически растеж имат хоризонт от десетилетия. При това правим изричната уговорка, че такова разделяне е абсолютно нестрого и цели единствено да подпомогне интуицията на читателя.

3) При въвеждането на понятието за потенциално производство използвахме идеята за равновесна траектория, около която се наблюдават циклични колебания. Това не означава, че моделирането на бизнес цикъла е моделиране на неравновесни явления. Изобщо в икономиката за равновесни се считат моделите, в които се приема, че се изравняват търсенето и предлагането на определени пазари. В този смисъл и краткосрочните, и дългосрочните модели, разглеждани тук, са равновесни. Използването на формулировката „равновесна траектория” идва от разбирането за бизнес цикъла като породен от случайни шокове, водещи до колебания около някакъв тренд (вж. по-долу).

4) Статистическите данни съдържат информация само за реали-

зирания БВП, а отделянето на потенциалния БВП не може да стане директно, тъй като то зависи от разбирането ни за това какво точно е „дългосрочен компонент.“ В крайна сметка, при липсата на обективен начин за измерването на потенциалното производство, оценка за него може да се получи на базата на някакъв модел – статистически или теоретичен. Изчисляването на тренд с полином от трета степен, използвано във фигура 3.1, е прост пример за използването на статистически метод. ■

Исторически цикличните колебания първоначално са били третираны като проява на периодичност и опитите за моделирането им са били ориентирани към построяването на достатъчно сложни детерминистични динамични модели, които да имат осцилиращи или направо периодични решения. По-късно разбирането за естеството на бизнес цикъла се променя така, че колебанията се разглеждат като резултат от шокове, смущаващи състоянието на икономическата система и отклоняващи я от дългосрочната ѝ траектория на развитие. Обикновено един модел от последния вид може да бъде трансформиран по подходящ начин, така че на тренда (дългосрочната траектория) да съответства стационарна точка на дадена динамична система. Това е и причината понякога да казваме, че шоковете и съответно бизнес цикъла отклоняват икономиката от равновесието, елемент на което е потенциалното производство.

От формална гледна точка **шоковете** представляват случайни елементи в модела. Икономическият смисъл на включването им е, че с тях се моделират непредвидени събития, влияещи върху икономиката, независимо от характера им. Такива събития могат да бъдат природни (земетресения, добри реколти), политически (войни, стачки) или икономически (непредвидени правителствени разходи, неочаквана промяна на лихвения процент от централната банка). От дадените примери е ясно, че шоковете могат да имат както положителни, така и отрицателни стойности. Макар че шоковете принципно са стохастични, в настоящата глава не използваме специално техните вероятностни свойства и поради това те могат да се разглеждат и просто като екзогенно добавяне на константа в някое уравнение на модела за даден период.

В тази глава ще разгледаме примери за прости модели на краткосрочни колебания, които са за затворени икономики и повечето от които са статични. Основната цел на тези модели е да изяснят взаимодействието между производство, инфлация и лихвените проценти, определяни от централната банка.

3.2 Основен IS-MP-PC модел

Разглеждаме линеен модел, в рамките на който трябва да се определят три променливи: отклонение на производството (в реално изражение) от потенциалната му стойност, инфлация и реален лихвен процент. Ако Y_t е реализираният БВП за период t , а $\bar{Y}_t$ е потенциалното производство за същия период, то величината

$$\hat{y}_t := \frac{Y_t - \bar{Y}_t}{\bar{Y}_t}$$

ще наричаме **отклонение от потенциалното производство**². Ще означаваме инфлацията спрямо предходния период с π_t , т.е.

$$\pi_t := \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}},$$

където P_t е интересуващият ни ценови индекс. Лихвеният процент (номинален) за период t означаваме с i_t . Тогава **реалният лихвен процент** за периода се дефинира като

$$r_t := \frac{1 + i_t}{1 + \pi_t} - 1,$$

т.е. това е лихвен процент, коригиран с инфлацията. За малки стойности на инфлацията и номиналния лихвен процент може да се използва и приближеното равенство

$$r_t \approx i_t - \pi_t.$$

Приемаме, че отклонението от потенциалното производство е в обратна зависимост от реалния лихвен процент:

$$(3.1) \quad \hat{y}_t = A - ar_t + \varepsilon_{1,t},$$

където $A, a > 0$ са коефициенти, а $\varepsilon_{1,t}$ е шок. Такава зависимост понякога се нарича IS права по аналогия с кривата IS от класическите варианти на т.нар. IS-LM модел (вж. напр. Mankiw (2002)), даваща комбинациите от доход и лихвен процент, осигуряващи равновесие на стоковия пазар. Ясно е, че за $r_t = \bar{r} = A/a$ и при отсъствие на шок ($\varepsilon_{1,t} = 0$), БВП в икономиката ще бъде точно равен на потенциалния, т.е. отклонението от потенциалното производство ще бъде нула. В такава ситуация

²На английски *output gap*.

ще считаме, че производството е на равновесната си стойност и съответният лихвен процент $\bar{r}$ ще наричаме **равновесен реален лихвен процент**.

Нека допуснем временно, че $\varepsilon_{1,t} = 0$, за да можем да изясним каква е икономическата интерпретация на (3.1). За $r_t > \bar{r}$ ще имаме $\hat{y}_t < 0$, т.е. производството в икономиката е под потенциалното. При отрицателни и големи в абсолютно изражение стойности на отклонението от потенциалното производство казваме, че икономиката се намира в рецесия. Обратно, за $r_t < \bar{r}$ ще имаме $\hat{y}_t > 0$, т.е. производството в икономиката е над потенциалното. В такива случаи казваме, че икономиката прегрява. Логиката зад постулиране на подобна връзка между отклонение от потенциалното производство и реален лихвен процент е, че при нарастване на реалния лихвен процент, първо, нарастват стимулите да се спестява и съответно потреблението намалява и, второ, по-високият лихвен процент оскъпява заемането на пари, което пък ограничава инвестициите. И двете на свой ред водят до по-ниски стойности на БВП. Тъй като сме приели, че потенциалното производство се влияе от дългосрочни фактори и съответно е непроменено при подобно повишение на реалния лихвен процент, то по-ниските стойности на БВП водят до по-ниски стойности на $\hat{y}_t$.

Горните обяснения показват, че уравнение (3.1) свързва отклонение от потенциалното производство и реалния лихвен процент по линия на търсенето в икономиката (агрегатно търсене, съвкупно търсене). При това положение шоковете $\varepsilon_{1,t}$ се интерпретират като шокове от страна на търсенето. Такива са например непредвидено увеличение в разходите на правителството, нарастване на несигурността, водещо до ограничаване на потреблението с цел реализиране на предпазни спестявания или промяна в нагласите на инвеститорите, водеща до инвестиционен бум.

Понякога е удобно да използваме вариант на уравнение (3.1), при който записът на IS правата е във вид на отклонения от равновесните стойности на реалния лихвен процент и отклонението от потенциалния БВП:

$$(3.2) \quad \hat{y}_t = -a(r_t - \bar{r}) + \varepsilon_{1,t}.$$

Предлагането в икономиката моделираме с помощта на т.нар. **крива на Филипс**, която свързва темпа на инфлация с отклонението от потенциалното производство. В разглеждания от нас случай връзката е линейна, т.е. имаме права:

$$(3.3) \quad \pi_t = \bar{\pi} + b\hat{y}_t + \varepsilon_{2,t},$$

където $\bar{\pi}$ е равновесният темп на инфлация, $\varepsilon_{2,t}$ е шок от страна на предлагането, а коефициентът $b > 0$. С цел придържане към установените конвенции ще използваме съкращението РС (от англ. Phillips curve) и в линейния случай. Непосредствено се проверява, че когато производството е равно на потенциалното и отсъстват шокове, имаме $\pi_t = \bar{\pi}$, което обяснява интерпретацията на $\bar{\pi}$ като равновесна инфлация.

Доколкото уравнение (3.3) представлява положителна връзка на ценови показател с показател за реално производство, аналогията със стандартната крива на предлагане, позната от микроикономиката, е директна. Шокове в предлагането, като например петролна криза или лоша реколта, ще водят до изместване на правата РС, изобразена в $\hat{y}$ - π пространство.

Възможни са и по-сложни формулировки на правата РС. Един вариант за такава формулировка е да се включи динамика в модела, като се отчете възможността миналите стойности на инфлацията да влияят върху стойността ѝ в текущия момент:

$$(3.4) \quad \pi_t - \bar{\pi} = c(\pi_{t-1} - \bar{\pi}) + b\hat{y}_t + \varepsilon_{2,t},$$

където c е подходящо избран коефициент. Динамика от този тип в РС правата може да се интерпретира като инертност на инфлационните процеси. Резултати от използването на модел с подобна конструкция са показани в параграф 3.4. Очевидно уравнение (3.3) е специален случай на (3.4) при $c = 0$.

Забележка 3.2. В литературата терминът *крива на Филипс* често се използва за случая на отрицателна връзка между инфлацията и коефициента на безработица. Нашата формулировка от уравнение (3.3) не изключва такава интерпретация. Нека разгледаме най-простия случай, когато производството в икономиката се описва с линейна производствена функция с един фактор на производство – труд:

$$Y_t = AL_t.$$

На потенциалното производство $\bar{Y}_t$ съответства ниво на потенциална заетост $\bar{L}_t$, т.е. имаме $\bar{Y}_t = A\bar{L}_t$ и оттам $\hat{y}_t = \hat{L}_t$, където $\hat{L}_t := L_t/\bar{L}_t - 1$.

Нека с LF_t сме означили работната сила в период t , като приемаме, че тя е винаги на равновесното си равнище т.е. $LF_t \equiv \bar{LF}_t$. Ако U_t е броят на безработните в разглежданата икономика, имаме $LF_t = L_t + U_t$. С $u_t := U_t/LF_t$ означаваме коефициента на безработица. Ако икономиката е в равновесие и съответно $LF_t = \bar{L}_t + \bar{U}_t$, то дяловете на заетостта и безработицата в работната сила са постоянни, т.е. $\bar{u}_t = \bar{U}_t/\bar{LF}_t = \bar{u}$. Равновесният коефициент на безработица $\bar{u}$ се нарича **естествена норма**

на **безработица**, а разликата $U_t - \bar{U}_t$ се нарича **циклична безработица**.

Дори когато няма шокове и икономиката се намира на дългосрочната равновесна траектория на развитие е нормално естествената норма на безработица да е положителна. За това има редица причини. Например, намирането на работа, съответстваща на предпочитанията и квалификацията на даден безработен, изисква усилия за издирване и обработване на определена информация. Последното отнема време и съответно е свързано с престой в групата на безработните, дори и когато в икономиката има свободни работни места със съответния профил. (Такава безработица се нарича **фрикционна безработица**.) Друга причина да имаме положителна естествена норма на безработица е свързана с възможността да има негъвкавост в заплатите (т.е. реалните заплати в икономиката да не могат да се променят достатъчно бързо или да не могат да спадат под определена граница), например поради регулации за минималната работна заплата, схеми за индексирание, колективно трудово договаряне и пр. Това може да води до ситуации, при които търсените и предлаганите количества труд не могат да се изравнят.

Имаме

$$LF_t = \bar{L}_t(1 + \hat{L}_t) + U_t \quad \Rightarrow \quad 1 = (1 - \bar{u})(1 + \hat{L}_t) + u_t.$$

Това може да бъде представено като

$$\hat{L}_t = \frac{\bar{u} - u_t}{1 - \bar{u}} (= \hat{y}_t).$$

Замествайки последния израз в уравнение (3.3), получаваме отрицателна връзка между инфлация и безработица

$$\pi_t = \bar{\pi} + b \frac{\bar{u} - u_t}{1 - \bar{u}} + \varepsilon_{2,t},$$

което е алтернативна форма на кривата на Филипс. ■

За да можем да намерим стойностите на $\hat{y}_t$, π_t и r_t в рамките на един общ модел, освен уравнения (3.2) и (3.3) ни е необходима още една връзка. Такава връзка се получава по линия на паричната политика, провеждана от централната банка, като се приеме, че централната банка може да контролира достатъчно добре реалния лихвен процент. (Разбира се, в практиката централната банка определя номинален лихвен процент, така че горното допускане означава, че тя може достатъчно точно да предвиди развитието на ценовите процеси.) По принцип при

провеждането на парична политика лихвеният процент се променя като реакция спрямо изменения в някакъв набор от макроикономически величини и именно това дава третата връзка. За случая това означава, че реалният лихвен процент се променя при промени в отклонението от потенциалното производство и инфлацията:

$$r_t = f(\hat{y}_t, \pi_t).$$

Желателно е, ако производството се намира на потенциала и инфлацията е на равновесната си стойност, паричната политика да е такава, че реалният лихвен процент също да е равен на равновесния:

$$r_t = \bar{r} = f(0, \bar{\pi}),$$

т.е. паричната политика да не вади икономиката от равновесие. Последното обаче може да не е непременно изпълнено, както се вижда от някои от примерите за провеждане на парична политика, изложени в параграф 3.3.

3.3 Варианти на парична политика в основния модел

Ще разгледаме три варианта за провеждане на парична политика: поддържане на реалния лихвен процент на равновесното му ниво, провеждане на оптимална от гледна точка на някакъв критерий политика и следване на просто правило за определяне на реалния лихвен процент. За всеки от тези три вида политика ще проследим реакцията на икономиката при шокове от страна на търсенето и на предлагането³.

Политика на постоянен реален лихвен процент

Нека политиката на централната банка е да поддържа реалния лихвен процент постоянен на равнище $r_t \equiv \bar{r}$. Подобна политика разбира се не се следва на практика, но изследването на този случай в рамките на модела ни дава удобен вариант за сравнение с алтернативни политики.

³Навсякъде в този параграф за определеност ще разглеждаме шокове с положителни стойности, т.е. $\varepsilon_{1,t} > 0$ или $\varepsilon_{2,t} > 0$. Резултатите и интерпретацията при отрицателни стойности на шоковете се получават аналогично и ги оставяме за упражнение на читателя.

Ако в период t имаме шок в търсенето $\varepsilon_{1,t} > 0$ (като при това $\varepsilon_{2,t} = 0$), от уравнение (3.2) получаваме

$$\hat{y}_t = \varepsilon_{1,t}.$$

Оттук с помощта на уравнение (3.3) имаме

$$\pi_t = \bar{\pi} + b\varepsilon_{1,t}.$$

С други думи, при отсъствие на реакция в реалния лихвен процент, определян от централната банка, положителен шок в търсенето води до прегряване на икономиката и ускоряване на инфлацията над равновесния ѝ темп.

Тези резултати са изобразени графично на фигура 3.2. На горната графика от фигурата в $\hat{y}$ - r пространство са показани правата IS и права MP, показваща как централната банка променя реалния лихвен процент при промени в отклонението от потенциалното производство. За случая на постоянен реален лихвен процент очевидно правата MP е хоризонтална. Стойностите на лихвения процент и на отклонението от потенциалното производство се получават от пресечната точка на правите IS и MP. При отсъствие на шокове това е точката $(0, \bar{r})$.

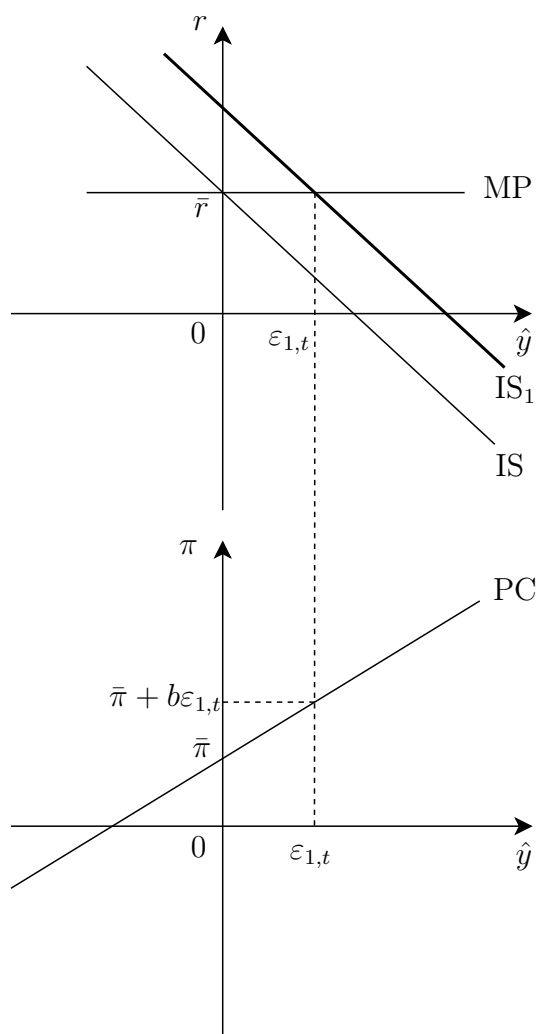
В долната графика на фигура 3.2 е показана правата PC. Ако проектираме получената от горната графика стойност на $\hat{y}$, чрез правата PC можем да намерим съответния темп на инфлация в модела. При отсъствие на шокове той е точно $\bar{\pi}$.

Ако имаме шок, увеличаващ търсенето, $\varepsilon_{1,t} > 0$, правата IS ще се измести надясно и нагоре до IS_1 . Пресечната точка на новата права IS_1 с правата MP ще определи новата стойност на отклонението от потенциалното производство, а именно $\varepsilon_{1,t}$. Като проектираме тази стойност в долната графика, от правата PC получаваме съответната стойност на инфлацията, $\bar{\pi} + b\varepsilon_{1,t}$.

Обърнете внимание на аналогията между описаната схема, при която нарастването на търсенето на агрегатно ниво води до по-висока инфлация и повишение на производството над потенциалното равнище, и стандартния модел на търсене и предлагане, познат от микроикономиката, при който нарастване на търсенето води до увеличение на равновесните цена и количество.

Аналогично, ако в период t имаме шок в предлагането $\varepsilon_{2,t} > 0$ (за $\varepsilon_{1,t} = 0$), от уравнение (3.2) следва, че

$$\hat{y}_t = 0.$$



Фигура 3.2: Реакции в модела с постоянен реален лихвен процент при шок в търсенето

От уравнение (3.3) получаваме

$$\pi_t = \bar{\pi} + \varepsilon_{2,t}.$$

Това означава, че при шок в предлагането няма реакция в производството (ако лихвеният процент се поддържа на равновесното ниво), а шокът се проявява в нарастване на инфлацията.

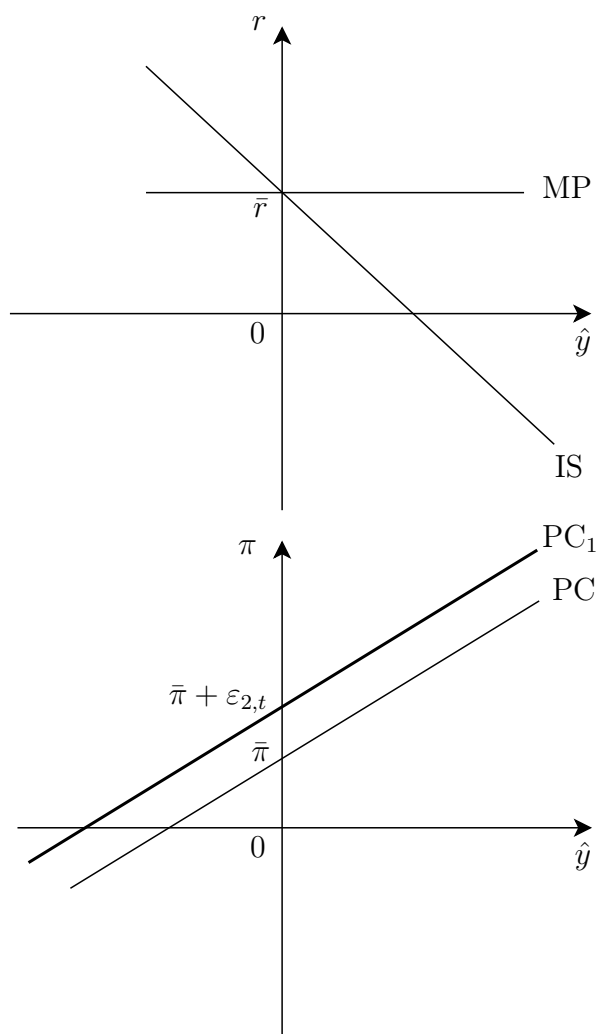
Графично ефектите от шок в предлагането са показани на фигура 3.3. Правите IS и MP остават непроменени и, щом пресечната им точка не се мести, съответно няма изменения в реалния лихвен процент и отклонението от потенциалното производство. На долната графика правата PC се премества нагоре до PC₁. При проектиране на стойността на отклонението от потенциалното производство (за случая 0) върху PC₁, получаваме съответната стойност на инфлацията.

Трябва да се отбележи, че поддържането на реалния лихвен процент постоянен не означава бездействие от страна на централната банка. Доколкото последната всъщност определя номиналния лихвен процент, то той трябва да бъде коригиран при промени в инфлацията, за да се запази реалната лихва постоянна. Това означава, че при разглежданата политика централната банка всъщност предприема действия, когато в икономиката има шокове.

Оптимална парична политика

Обикновено централните банки са по-активни в провеждането на парична политика в сравнение с показаното в предходния раздел и променят лихвения процент в отговор на промени в макроикономическата среда (в нашата схема това означава при шокове). При това действията на централните банки са подчинени на постигането на определени цели, които са най-често ориентирани към поддържане на макроикономическа стабилност. Това в нашия случай означава, че паричната политика се провежда по такъв начин, че да поддържа инфлацията и производството близо до равновесните им стойности. Последното би могло да се формализира, като се приеме, че централната банка има целева функция, която оптимизира с действията си. Един вариант за такава постановка е да се минимизира зададена **функция на загубите**. Ще разгледаме вариант на модела с квадратична функция на загубите, при която централната банка има собствена цел за инфлацията, π^T , и се стреми да поддържа отклонението от потенциалното производство близко до нулата:

$$(3.5) \quad L = (\pi_t - \pi^T)^2 + \lambda \hat{y}_t^2,$$



Фигура 3.3: Реакции в модела с постоянен реален лихвен процент при шок в предлагането

където $\lambda > 0$ отчита относителните предпочитания на банката между отклоненията от инфлационната цел и от потенциалното производство.

Очевидно централната банка ще се стреми да минимизира функцията на загубите (3.5). Тя прави това, като отчита ограниченията, зададени от структурата на икономиката. Доколкото уравнение (3.2) може да се разглежда като връзка, позволяваща на централната банка да определи реалния лихвен процент на базата на подходящо избрано отклонение от потенциалното производство, на разположение остава уравнение (3.3). Тоест, централната банка минимизира (3.5) при ограничение (3.3).

Да заместим (3.3) в (3.5), като по този начин (3.5) става

$$L = (\bar{\pi} + b\hat{y}_t + \varepsilon_{2,t} - \pi^T)^2 + \lambda\hat{y}_t^2.$$

Като диференцираме по $\hat{y}$ и приравним на нула, получаваме необходимото условие за оптималност

$$(3.6) \quad \frac{\partial L}{\partial \hat{y}_t} = 2b(\bar{\pi} + b\hat{y}_t + \varepsilon_{2,t} - \pi^T) + 2\lambda\hat{y}_t = 0.$$

След преобразуване на (3.6) получаваме връзка, задаваща оптималното от гледна точка на централната банка съотношение между инфлация и отклонение от потенциалното производство:

$$(3.7) \quad \pi_t = \pi^T - \frac{\lambda}{b}\hat{y}_t.$$

Така моделът с оптимална парична политика при функция на загубите (3.5) се задава от уравнения (3.2), (3.3) и (3.7).

Ще изразим променливите в модела като функция на шоковете и коефициентите на модела. Като комбинираме (3.3) и (3.7), получаваме

$$\bar{\pi} + b\hat{y}_t + \varepsilon_{2,t} = \pi^T - \frac{\lambda}{b}\hat{y}_t,$$

откъдето

$$(3.8) \quad \hat{y}_t = \frac{b}{b^2 + \lambda}(\pi^T - \bar{\pi}) - \frac{b}{b^2 + \lambda}\varepsilon_{2,t}.$$

Ако в уравнение (3.3) заместим израза за $\hat{y}_t$ от (3.8), получаваме

$$(3.9) \quad \pi_t = \bar{\pi} + \frac{b^2}{b^2 + \lambda}(\pi^T - \bar{\pi}) + \left(1 - \frac{b^2}{b^2 + \lambda}\right)\varepsilon_{2,t}.$$

От уравнение (3.2), като използваме (3.8), имаме

$$a(r_t - \bar{r}) = b \frac{\bar{\pi} - \pi^T + \varepsilon_{2,t}}{b^2 + \lambda} + \varepsilon_{1,t}.$$

Оттук получаваме

$$(3.10) \quad r_t = \bar{r} + \frac{b}{a(b^2 + \lambda)}(\bar{\pi} - \pi^T) + \frac{1}{a}\varepsilon_{1,t} + \frac{b}{a(b^2 + \lambda)}\varepsilon_{2,t}$$

т.е. как реалният лихвен процент зависи от коефициентите и шоковете.

Уравнения (3.8) и (3.9) показват как реагират отклонението от потенциалното производство и инфлацията при шокове, когато централната банка следва оптималната от гледна точка на критерия (3.5) политика. Тази политика се изразява в промени на реалния лихвен процент, задавани с уравнение (3.10). При следване на такава политика централната банка успява напълно да неутрализира ефектите от шоковете в търсенето (в (3.8) и (3.9) не участва $\varepsilon_{1,t}$), докато шоковете в предлагането се отразяват и на ценовите процеси, и на производството в икономиката.

Изложената дотук конструкция допуска ситуации, при които инфлационната цел на централната банка π^T се различава от равновесната инфлация $\bar{\pi}$. Това означава, че дори и при липса на шокове, инфлацията ще бъде различна от равновесната и отклонението от потенциалното производство ще бъде ненулево (вж. уравнения (3.8) и (3.9)), а съответно лихвеният процент ще се различава от равновесния според (3.10). В каква степен се проявяват тези отклонения зависи от предпочитанията на централната банка, изразени чрез коефициента λ .

Ако λ е близко до нула, то централната банка дава голяма тежест на инфлационната си цел в сравнение с целта да поддържа производството в икономиката близко до потенциалното. При това положение при отсъствие на шокове π_t ще е близко до π^T , а лихвеният процент r_t и отклонението от потенциалното производство $\hat{y}_t$ ще се отличават от равновесните си стойности съответно с $\frac{b}{a(b^2 + \lambda)}(\bar{\pi} - \pi^T)$ и $\frac{b}{b^2 + \lambda}(\pi^T - \bar{\pi})$.

Обратно, ако стойностите на λ са големи, централната банка дава приоритет на поддържането на производството близко до потенциалното. Тогава стойностите на инфлацията и реалния лихвен процент при отсъствие на шокове ще са близки съответно до $\bar{\pi}$ и $\bar{r}$.

От установеното дотук изглежда, че е за предпочитане централната банка да дава приоритет на отклонението от потенциалното производство, доколкото при инфлационна цел би могло да има трайно отклонение от равновесието за икономиката. Такъв извод обаче е подвеждащ,

понеже в структурата на функцията на загубите е вградена възможността да имаме цел за темпа на инфлация, различна от равновесния темп, докато включването на отклонението от потенциалното производство е равносилно на това предпочитаното от централната банка равнище на производството да е именно потенциалното. Ако във функцията на загубите работим например с $\lambda \left(\frac{Y_t - Y_t^T}{Y_t^T} \right)^2$ вместо с $\lambda \hat{y}_t$, за някакви целеви стойности на производството Y_t^T , то резултатите няма да изглеждат еднозначно в полза на отклонението от потенциалното производство.

Ще отбележим, че дефинирането на инфлационна цел π^T , която е евентуално различна от равновесната инфлация, може да бъде резултат от редица обстоятелства. Възможно е например централната банка да отчита допълнителни фактори при дефинирането на целта си за инфлацията, например политически фактори. По-вероятно е обаче това да е резултат на недостатъчно знание за структурата и характеристиките на икономиката, при което централната банка погрешно смята, че равновесният темп на инфлация е π^T . (Последното съображение важи със същата сила и за знанието за стойностите на потенциалното производство, което се предполага в нашите разглеждания.) В допълнение, с течение на времето икономическите агенти се адаптират към средата и, понеже очакванията им влияят върху равновесния темп на инфлация $\bar{\pi}$, то последният ще се доближава постепенно до π^T . Същото важи и за централната банка, която би могла да коригира инфлационната си цел към $\bar{\pi}$, ако познанията ѝ за структурата на икономиката се подобряват с течение на времето.

За да илюстрираме графично горните резултати, да изведем вида на правата МР за разглеждания модел. Като комбинираме уравнения (3.2) и (3.3), получаваме

$$\pi_t = \bar{\pi} - ab(r_t - \bar{r}) + b\varepsilon_{1,t} + \varepsilon_{2,t}.$$

Като заместим в последната връзка уравнение (3.7) имаме

$$\pi^T - \frac{\lambda}{b} \hat{y}_t = \bar{\pi} - ab(r_t - \bar{r}) + b\varepsilon_{1,t} + \varepsilon_{2,t}$$

и след преобразувания получаваме уравнението на правата МР

$$(3.11) \quad r_t - \bar{r} = \frac{\bar{\pi} - \pi^T}{ab} + \frac{\lambda}{ab^2} \hat{y}_t + \frac{1}{a} \varepsilon_{1,t} + \frac{1}{ab} \varepsilon_{2,t}.$$

Очевидно тази права има положителен наклон.

Нека за улеснение приемем, че $\pi^T = \bar{\pi}$. Ако имаме шок в търсенето $\varepsilon_{1,t} > 0$, резултатите за модела са показани графично на фигура 3.4. В положение на равновесие правите IS и MP на горната графика се пресичат в точката $(0, \bar{r})$, а от правата PC на долната графика отчитаме темпа на инфлация $\bar{\pi}$. При постъпване на шока правата IS се мести надясно и нагоре до IS_1 , а реакцията на паричната политика е такава, че правата MP се мести наляво и нагоре до MP_1 , при което пресечната точка на IS_1 и MP_1 е отново върху ординатата, но за лихвен процент, който е по-висок от $\bar{r}$. Правата PC остава непроменена и, доколкото отклонението от потенциалното производство стои равно на нула, при проектирането на $\hat{y}_t$ в долната графика отчитаме стария темп на инфлация $\bar{\pi}$.

При шок в предлагането $\varepsilon_{2,t} > 0$ (и отново $\pi^T = \bar{\pi}$), получаваме резултатите от фигура 3.5. От познатото ни изходно положение при постъпване на шока правата IS остава непроменена, правата MP се мести наляво и нагоре до MP_1 , а правата PC на долната графика се мести наляво и нагоре до PC_1 . Пресечната точка на правите IS и MP_1 е такава, че лихвеният процент се увеличава с $\frac{b}{a(b^2+\lambda)}\varepsilon_{2,t}$, а отклонението от потенциала става $-\frac{b}{b^2+\lambda}\varepsilon_{2,t}$. Като проектираме тази стойност на $\hat{y}_t$ върху правата PC_1 , отчитаме на колко е равен темпът на инфлация при шока: $\bar{\pi} + \left(1 - \frac{b^2}{b^2+\lambda}\right)\varepsilon_{2,t}$.

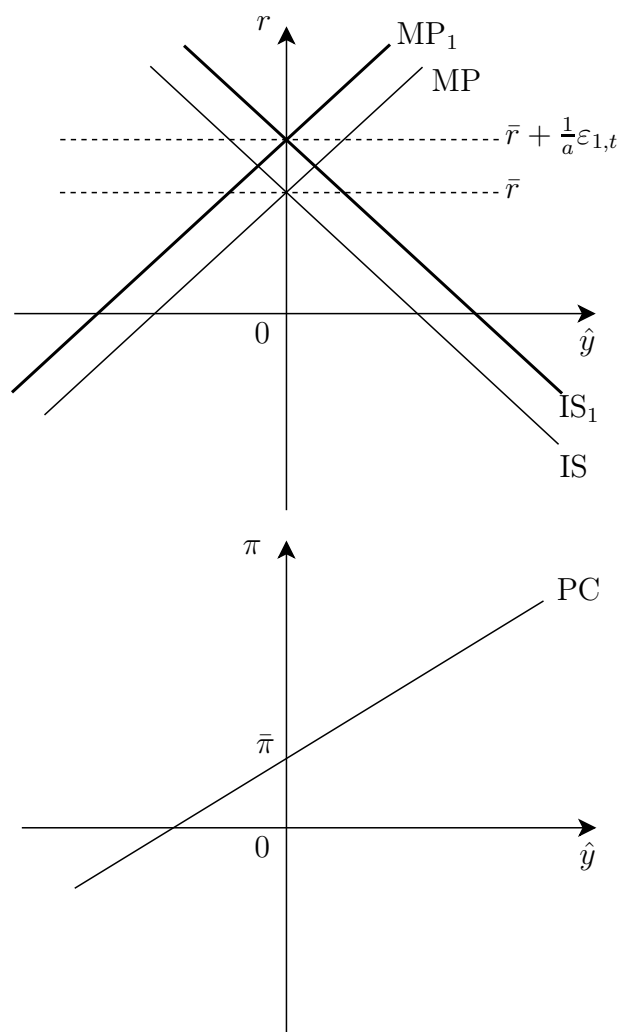
Прости правила за парична политика

Формулировка и реакция при шокове

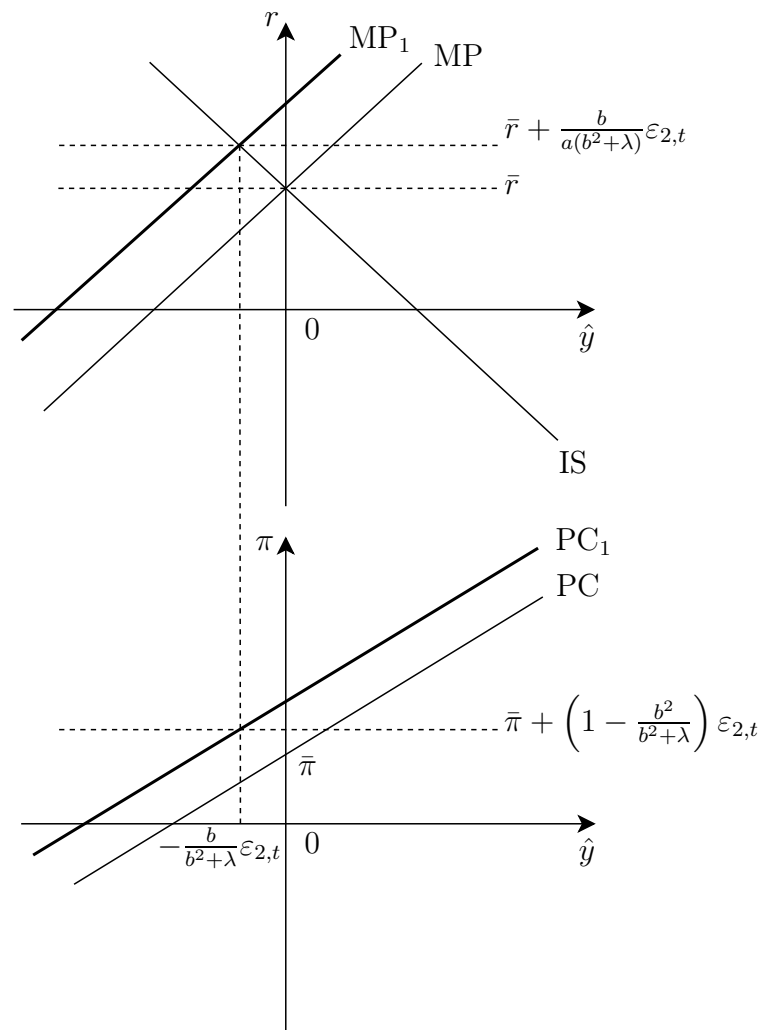
При вземане на решения за паричната политика една централна банка отчита много фактори и поради това е трудно да се формулира някаква оптимизационна задача, на базата на която да се получава оптималната политика. Обичайно централната банка следи набор от макроикономически променливи и променя политиката си в отговор на техните изменения. Това води до правила за реакция, указващи как ще се изменя лихвеният процент при колебания в избраните променливи. Такива правила понякога се наричат **прости правила за парична политика**. В разглеждания от нас модел пример за такова правило е

$$(3.12) \quad r_t = \bar{r} + d(\pi_t - \pi^T) + e\hat{y}_t,$$

за инфлационна цел π^T и коефициенти $d, e > 0$, определящи реакцията на реалния лихвен процент при отклонения от инфлационната цел и потенциалното производство. Познатите уравнения (3.2) и (3.3), заедно



Фигура 3.4: Реакции в модела с оптимална парична политика за $\pi^T = \bar{\pi}$ при шок в търсенето



Фигура 3.5: Реакции в модела с оптимална парична политика за $\pi^T = \bar{\pi}$ при шок в предлагането

с уравнение (3.12), дават формулировката на модела при използване на просто правило.

Вижда се, че правилото (3.12) се основава на идея, подобна на тази от предходния раздел – лихвеният процент се изменя по начин, който цели да връща инфлацията и производството към предпочитаните от централната банка стойности (отново предпочитана стойност за БВП е потенциалната, докато за инфлацията това не е непременно равновесният ѝ темп).

Забележка 3.3. И трите формулировки, разглеждани в този параграф, използват варианти на правила за провеждане на парична политика. Това предполага, че централната банка е свободна да избере правилото (например като променя формата на функцията на загубите (3.5), инфлационната цел или стойностите на коефициентите d , e или λ), но е длъжна да се придържа строго към вече избраното правило.

Може да се разглежда и вариант с по-голяма свобода на действията на централната банка, като се предвиди възможността тя да променя лихвения процент по свое усмотрение, без да е обвързана с правило. Такова поведение се нарича дискреционно или **дискреция**. В разглеждания от нас модел елемент на дискреция може да бъде въведен, като се включи още един шок, който да присъства в уравнението за простото правило (3.12). ■

Ще установим как зависят променливите в модела с просто правило от шоковете и коефициентите. Заместваме последователно уравнения (3.3) и (3.2) в уравнение (3.12):

$$\begin{aligned} r_t = \bar{r} + d(\bar{\pi} + b\hat{y}_t + \varepsilon_{2,t} - \pi^T) + e\hat{y}_t = \\ \bar{r} + d(\bar{\pi} - \pi^T) - a(db + e)r_t + a(db + e)\bar{r} + (db + e)\varepsilon_{1,t} + d\varepsilon_{2,t}. \end{aligned}$$

След преобразуване получаваме

$$(3.13) \quad r_t = \bar{r} + \frac{d}{1 + a(db + e)}(\bar{\pi} - \pi^T) + \frac{bd + e}{1 + a(db + e)}\varepsilon_{1,t} + \frac{d}{1 + a(db + e)}\varepsilon_{2,t}.$$

Като заместим израза за r_t от (3.13) в (3.2) и преработим, получаваме

$$(3.14) \quad \begin{aligned} \hat{y}_t = - \frac{ad}{1 + a(db + e)}(\bar{\pi} - \pi^T) + \\ \left[1 - \frac{a(db + e)}{1 + a(db + e)} \right] \varepsilon_{1,t} - \frac{ad}{1 + a(db + e)}\varepsilon_{2,t}. \end{aligned}$$

Накрая, като използваме последния израз за $\hat{y}_t$ в (3.3), след преобразуване получаваме

$$(3.15) \quad \pi_t = \bar{\pi} - \frac{abd}{1 + a(bd + e)}(\bar{\pi} - \pi^T) + b \left[1 - \frac{a(bd + e)}{1 + a(bd + e)} \right] \varepsilon_{1,t} + \left[1 - \frac{abd}{1 + a(bd + e)} \right] \varepsilon_{2,t}.$$

Предвид знаците на коефициентите получаваме, че централната банка ще повишава реалната лихва както при шокове в търсенето, така и при шокове в предлагането. Шокове в търсенето водят до повишаване на производството над потенциалното му ниво и до инфлация, по-висока от равновесната. Шокове в предлагането също водят до по-висока инфлация, но отклонението от потенциалното производство става отрицателно. Тези резултати съответстват на стандартните микроикономически резултати, при които нарастване на търсенето води до увеличение на равновесната цена и количество, а спад в предлагането води до нарастване на цената и намаляване на количеството. За разлика от случая на оптимална политика, при използване на просто правило в този модел централната банка не може напълно да неутрализира реалните ефекти от шок в търсенето.

И в този вариант на модела се допуска централната банка да има инфлационна цел, която може да се различава от равновесния темп на инфлация. Съответно остават в сила направените в предишния раздел коментари за отклонението от равновесието, дори и при отсъствие на шокове.

Графичното илюстриране на реакцията на модела с прости правила е сходно с това за случая на оптимална политика, показан на фигури 3.4 и 3.5, като естествено за един и същи шок отклоненията от съответните равновесни стойности ще бъдат различни за двата модела. Разлика в графиките има за случая на шок в търсенето: при използване на прости правила правите IS_1 и MP_1 няма да се пресичат върху ординатната ос, а вдясно от нея, тъй като има положително отклонение от потенциалното производство.

Ограничения върху коефициентите на простите правила

Използването на просто правило от типа на (3.12) може да води до доста различни в количествено отношение резултати, ако при формулировката на правилото не се наложат допълнителни ограничения върху коефициентите му. Една възможна схема, в рамките на която да се стеснят допустимите области на изменение на коефициентите, е да

се използва даден критерий за адекватност на правилото, като с негова помощ правим сравнение с алтернативно правило и изискваме просто-то правило да дава поне толкова добри резултати от гледна точка на критерия, колкото и алтернативното.

За да конкретизираме горната постановка, нека сравняваме правилото $r_t \equiv \bar{r}$, разгледано в първия раздел от настоящия параграф, с правилото (3.12), като за критерий използваме познатата функция на загубите (3.5). За краткост ще означаваме с L_j^i стойността на функцията на загубите при шок $\varepsilon_{j,t}$, $j = 1, 2$, при използване на правило i , където с $i = 1$ сме означили правилото $r_t \equiv \bar{r}$, а с $i = 2$ – правилото (3.12). Имаме

$$L_1^1 = (b\varepsilon_{1,t})^2 + \lambda\varepsilon_{1,t}^2 = (b^2 + \lambda)\varepsilon_{1,t}^2,$$

$$L_2^1 = \varepsilon_{2,t}^2 + \lambda \cdot 0 = \varepsilon_{2,t}^2,$$

$$\begin{aligned} L_1^2 = & b^2 \left[1 - \frac{a(bd + e)}{1 + a(bd + e)} \right]^2 \varepsilon_{1,t}^2 + \lambda \left[1 - \frac{a(bd + e)}{1 + a(bd + e)} \right]^2 \varepsilon_{1,t}^2 = \\ & (b^2 + \lambda) \left[1 - \frac{a(bd + e)}{1 + a(bd + e)} \right]^2 \varepsilon_{1,t}^2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_2^2 = & \left[1 - \frac{abd}{1 + a(bd + e)} \right]^2 \varepsilon_{2,t}^2 + \lambda \left[\frac{ad}{1 + a(bd + e)} \right]^2 \varepsilon_{2,t}^2 = \\ & \left\{ \left[1 - \frac{abd}{1 + a(bd + e)} \right]^2 + \lambda \left[\frac{ad}{1 + a(bd + e)} \right]^2 \right\} \varepsilon_{2,t}^2. \end{aligned}$$

Съгласно описаното по-горе, ще искаме да е изпълнено $L_j^2 > L_j^1$, $j = 1, 2$, откъдето следва

$$\left(1 - \frac{a(bd + e)}{1 + a(bd + e)} \right)^2 < 1$$

и

$$\left(1 - \frac{abd}{1 + a(bd + e)} \right)^2 + \lambda \left(\frac{ad}{1 + a(bd + e)} \right)^2 < 1.$$

Първото от тези две неравенства е тривиално изпълнено при положение, че всички участващи в израза коефициенти се предполагат положителни. След преобразуване на второто неравенство се стига до израза

$$d(a(\lambda - b^2)d - 2b) < 2abde,$$

откъдето, като се отчита, че $d > 0$, получаваме

$$d < \frac{2b(1 + ae)}{a(\lambda - b^2)}.$$

Последното неравенство дава съотношение между коефициентите d и e , което трябва да е изпълнено, ако искаме простото правило да доминира политиката на постоянен реален лихвен процент от гледна точка на критерия (3.5).

3.4 Динамичен IS-MP-PC модел при използване на прости правила за провеждане на парична политика

Разглежданите досега варианти на IS-MP-PC модела бяха статични⁴, но в параграф 3.2 беше даден вариант на връзката PC, съдържащ динамичен елемент (уравнение (3.4)). В този параграф ще разгледаме динамичен вариант на IS-MP-PC модела, състоящ се от уравнения (3.2), (3.4) и (3.12). За удобство ще приемем, че $\pi^T = \bar{\pi}$.

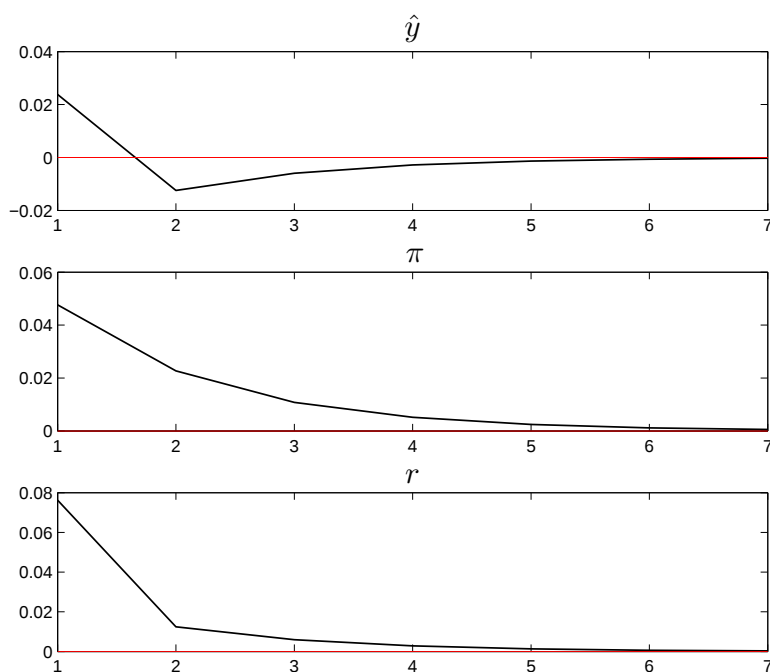
Понеже изследването на дискретни динамични модели изисква специфичен апарат, който е изложен в глава 4, тук ще представим резултатите от числени симулации, направени с горния модел, с цел да изградим първоначална представа за поведението на макроикономическите величини в модела при постъпване на шокове. Както в предходните случаи, интересуваме се от реакциите на променливите в модела, при положение, че икономиката е била в равновесие преди появата на шок. За целта трябва да уточним какво разбираме под равновесие за система, съдържаща динамичен елемент. В случая този въпрос стои за уравнение (3.4). Ако съществува стойност $\tilde{\pi}$, която удовлетворява уравнението, когато заместим π_t и π_{t-1} с нея, то такава стойност ще считаме за равновесна. Може да се провери, че при отсъствие на шокове $\hat{y} = 0$, $r = \bar{r}$ и $\pi = \bar{\pi}$ дават равновесие за динамичния IS-MP-PC модел.

Въвеждането на динамика в модела води до инертност на променливите в него. Поради това, за да сме сигурни, че наблюдаваме динамика, дължаща се само на структурата на модела, при числените симулации пускаме даден шок в началния момент, след което стойностите на

⁴По тази причина при тях индексирането на променливите по времето може да бъде изпуснато. То присъства в явен вид в изложението, за да има съответствие с означенията от другите части на текста.

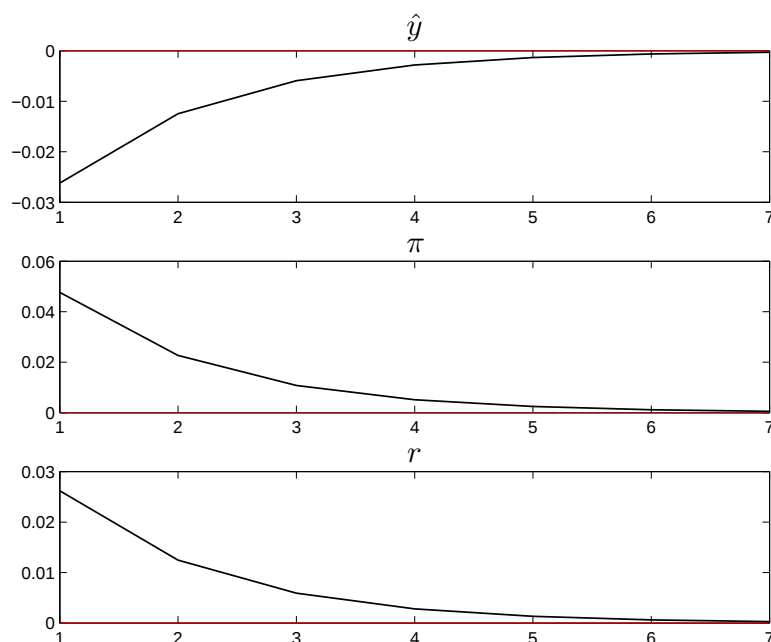
всички шокове се държат равни на нула. В противен случай получените резултати биха се дължали комбинирано на динамичната структура на модела и на серията от шокове, постъпващи във времето, което би затруднило интерпретацията. Ако моделът има хубави свойства, при експеримент от този тип стойностите на променливите постепенно се връщат към равновесието, т.е. има устойчивост.

Реакцията на променливите в разглеждания модел при шокове в търсенето и предлагането е показана съответно на фигури 3.6 и 3.7, като резултатите са дадени като отклонения от съответните равновесни (стационарни) стойности. Използвана е параметризацията $a = 1$, $b = 2$, $c = 1$, $d = 1.1$, $e = 1$, $\bar{\pi} = 0.02$ и $\bar{r} = 0.03$.



Фигура 3.6: Реакция на динамичния IS-MP-PC модел при шок в търсенето (отклонения от съответната стационарна стойност)

От резултатите, показани на фигури 3.6 и 3.7, се вижда, че динамичният модел като цяло запазва резултатите от статичния си аналог с просто правило, при което с течение на времето променливите се връщат към равновесието. Изключение прави реакцията на отклонението от потенциалното производство при шок в търсенето, където след първоначалното нарастване на производството над потенциала в следва-



Фигура 3.7: Реакция на динамичния IS-MP-PC модел при шок в предлагането (отклонения от съответната стационарна стойност)

щите периоди се наблюдава отрицателно отклонение от потенциалното производство. Подобно поведение илюстрира факта, че въвеждането на динамика в модела може значително да разшири набора от възможни резултати.

3.5 Допълнителни бележки и литература

Исторически изследването на въпросите, свързани с краткосрочните колебания в икономиката, най-често е било правено в рамките на т.нар. IS-LM модел. Изложение на този модел може да бъде намерено например в Branson (1989) или Mankiw (2002).

През последните години се оформя тенденция IS-LM моделът да бъде заменяян с алтернативни модели за изследване на поведението на икономиката в краткосрочен план. Причините за това са дискутирани в Romer (2000). Една конструкция, модифицираща IS-LM модела, която е интегрирана с изложението в Mankiw (2002), е дадена в Romer (2006).

Изложението на материала в настоящата глава частично се базира

на модифицирана схема за анализ на краткосрочните колебания, наричана BMW модел. За изложение на последния вж. Bofinger et al. (2002a) и Bofinger et al. (2002b).

Увод в икономическата динамика. Примери.

4.1 Основни означения и предварителни понятия

В дискретния динамичен анализ последователните интервали от време се означават с $t = 0, 1, 2, \dots$ (и се предполагат с еднаква дължина). Разглежданите функции, напр.

$$z : t \mapsto z_t, \quad t = 0, 1, 2, \dots$$

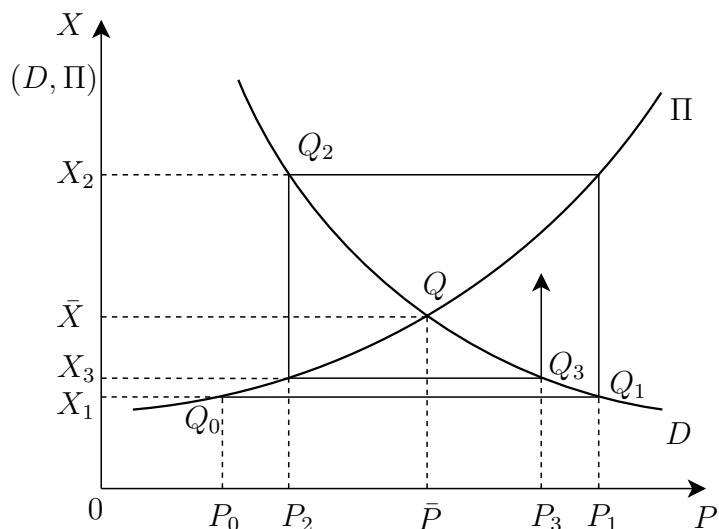
ще означаваме с функционалната стойност z_t (с долен индекс t за стойността на аргумента). Разглежданите променливи, заедно с необходимите за модела параметри и екзогенно зададени функции, са свързани чрез съотношения, представляващи – най-общо казано – диференчни уравнения. Обикновено се налагат достатъчен брой връзки (въз основа на различни съображения), които позволяват да се изолира една единствена променлива, удовлетворяваща диференчно уравнение. Типичен пример за това е доходът (продукцията) Y . При описание на моделите, разгледани тук, се употребяват общоприетите означения за потребление (C), инвестиции (I), спестяване (S) и др.

При разглеждането на определен времеви интервал, за някои от величините се вземат техните фактически (реализирани) стойности, а за други – очакваните (планирани) стойности (като съответният избор се фиксира точно при описанието на модела). Между тях обикновено има подходяща връзка (или връзки), произхождаща от макроикономически

тържества или наложена екзогенно за целите на модела. Обикновено тази връзка представлява уравнение на равновесието на пазара (кото се достига с помощта на подходящ избор на големината на цените на разглежданите стоки). В моделите, изложени в глава 4, пазарът е агрегиран до пазар с единствена стока, чиято цена означаваме с P_t , а количеството (продукцията) – с Y_t . (В някои модели, в които цената не участва явно, се предполага, че всички величини – Y_t , C_t , I_t и пр. – са в парично изражение.)

Преди да се спрем на конкретни модели от този тип, ще въведем няколко основни понятия, характерни за тях.

Най-напред, при тях съществува *закъснение* от няколко периода по отношение на разглеждания период t , т.е. в едно уравнение участват величини с различни индекси $t, t-1, \dots, t-k$. (В такъв случай казваме, че в модела има закъснение от k периода.) Тъкмо на тази естествена особеност на моделите се дължи получаването на диференчни уравнения при описанието им. Като илюстрация ще разгледаме два примера – варианти на класическия **паяжинен модел**.



Фигура 4.1: Графично решаване на паяжинния модел

Пример 4.1. Пазарът се характеризира с две функции на цената P : на търсене $D = D(P)$ (монотонно намаляваща) и на предлагане $\Pi = \Pi(P)$ (монотонно растяща). В периода t търсенето D_t зависи от текущата цена P_t (която всъщност е неизвестна величина в модела), а предлагането – от известната цена P_{t-1} през предишния период (тъй като неговият

обем е планиран в предния период и реализиран в настоящия). Уравнението, което изразява равновесието на стоковия пазар, има вида

$$(4.1) \quad D(P_t) = \Pi(P_{t-1})$$

и очевидно представлява (нелинейно!) диференчно уравнение от първи ред. На фигура 4.1 е представено графично решение на (4.1), т.е. посочена е процедурата за намиране на редицата $\{P_t\}$ при дадена цена P_0 (и, разбира се, дадени функции D и Π). Точката $Q_0(P_0, \Pi(P_0))$ е известна и понеже $\Pi(P_0) = D(P_1) = X_1$, откриваме стойността на P_1 и съответно точката $Q_1(P_1, D(P_1))$, а след това Q_2 и т.н. Видимо редицата $\{Q_i\}$ клони към Q с координати $(\bar{P}, \bar{X})$, където $\bar{P}$ е равновесната стойност на цената, определена от уравнението $\Pi(\bar{P}) = D(\bar{P})$, а $\bar{X} = D(\bar{P})$.

За да видим какъв би могъл да бъде характерът на решението, ще разгледаме частния случай на **линейни** функции $D(P) = \alpha + aP$, $a < 0$, и $\Pi(P) = \beta + bP$, $b > 0$, където α , β , a и b са константи. Тогава (4.1) има вида

$$(4.2) \quad aP_t = bP_{t-1} + \beta - \alpha.$$

Равновесната стойност $\bar{P}$ на цената (т.е. постоянна, която удовлетворява (4.2)) се определя лесно

$$\bar{P} = \frac{\beta - \alpha}{a - b}.$$

Отклонението $p_t = P_t - \bar{P}$ на решението от равновесната му стойност удовлетворява хомогенното уравнение

$$(4.3) \quad p_t = cp_{t-1}, \quad c = \frac{b}{a},$$

и очевидно представлява геометрична прогресия

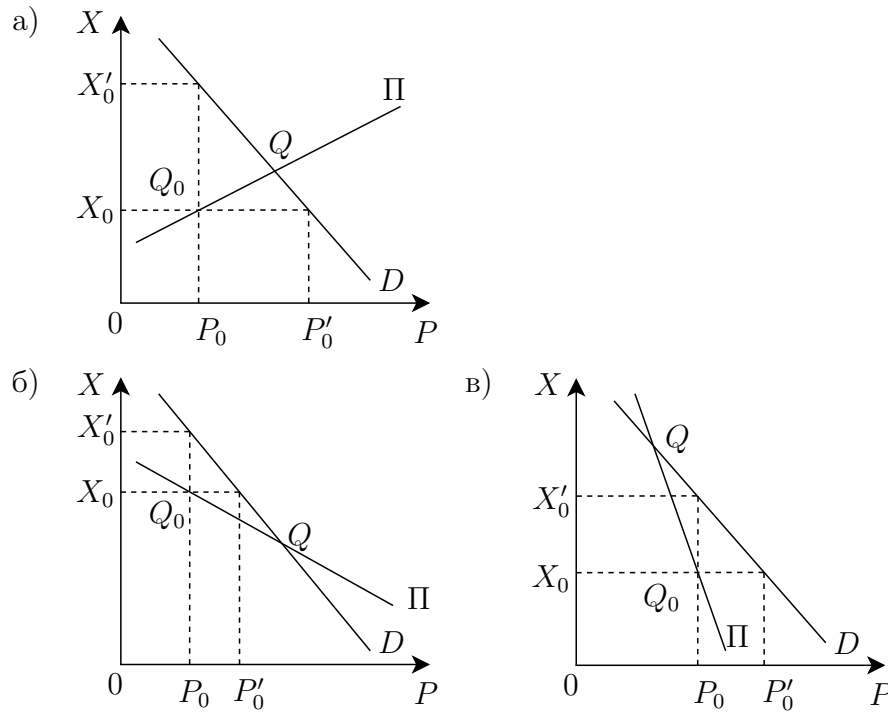
$$p_t = p_0 c^t, \quad p_0 = P_0 - \bar{P}.$$

В зависимост от $|c|$ са възможни следните случаи за поведението на решението

$$P_t = \bar{P} + p_0 c^t.$$

- а) при $|c| > 1$ – взривно решение (т.е. $|P_t| \rightarrow +\infty$ за $t \rightarrow +\infty$)
- б) при $|c| = 1$ – осцилиращо решение
- в) при $|c| < 1$ – затихващо решение (т.е. $P_t \rightarrow 0$ за $t \rightarrow +\infty$)

За графична илюстрация – вж. фигура 4.2.



Фигура 4.2: Конструкции, даващи различни поведения на решението на паяжинния модел в зависимост от функциите на търсене и предлагане

Пример 4.2. Нека предлагането Π_t в периода t да бъде планирано не съобразно цената P_{t-1} , а съгласно цена, равна на

$$P_{t-1} - \rho \Delta P_{t-1},$$

където $\rho \in [0, 1]$ е фиксирано число, а $\Delta P_{t-1} = P_{t-1} - P_{t-2}$. Това предположение отчита схващането, че последното изменение на цената ще бъде в посока, която е противоположна на предшестващото изменение (и евентуално в по-малък обем – предвид очакването цената да клони към равновесната си стойност). По този начин производството се адаптира по-добре към тенденцията за изменение на цената. Уравнението

$$D(P_t) = \Pi(P_{t-1} - \rho \Delta P_{t-1}),$$

при $\rho \neq 0$, е вече от втори ред (закъснение с два периода).

В линейния случай се стига до уравнението

$$\alpha + aP_t = \beta + b(1 - \rho)P_{t-1} + b\rho P_{t-2}.$$

При него стационарната стойност

$$\bar{P} = \frac{\beta - \alpha}{a - b}$$

е същата, но отклоненията от нея

$$p_t = P_t - \bar{P}$$

ще удовлетворяват уравнението от втори ред

$$(4.4) \quad p_t = c(1 - \rho)p_{t-1} + c\rho p_{t-2}, \quad c = \frac{b}{a},$$

чието множество от решения има доста по-разнообразни свойства (в частност би могло да има и циклични решения). Така получаваме пример на **уравнение с разпределени закъснения**

$$(4.5) \quad p_t = c_1 p_{t-1} + c_2 p_{t-2} + \dots,$$

където, разбира се, сумата е *крайна* и константите $c_1, c_2, \dots$ удовлетворяват

$$c_1 + c_2 + \dots = c.$$

(За $c, c_1, c_2, \dots$ обикновено се правят допълнителни предположения.)

В макроикономическите модели се предполага най-често, че при доход Y , обемът на **очакваното потребление** C е (подходяща) функция на дохода:

$$C = C(Y),$$

а, съответно, **очакваното спестяване**

$$S = Y - C(Y).$$

В линейния случай, $C(Y) = cY$, величината $c = \frac{dC}{dY}$ е константа и се нарича **пределна склонност към потребление** (респективно $s = 1 - c = \frac{dS}{dY}$ е **пределната склонност към спестяване**). Ще използваме последните две понятия (както и означенията) и когато функциите $C(Y), S(Y)$ не са линейни. (Естествено, разумно е да се предположи, че $c, s \in (0, 1)$.)

Ако познаваме величината

$$(4.6) \quad A = Y - C(Y)$$

(която се интерпретира като автономен компонент на дохода, напр. $A = I$, или $A = G$, или $A = I + G$), и като приемем, че Y е функция на A , намираме (при съответните предположения за гладкост)

$$\frac{dY}{dA} - \frac{dC}{dY} \frac{dY}{dA} = 1,$$

откъдето

$$(4.7) \quad \frac{dY}{dA} = \frac{1}{1 - \frac{dC}{dY}} = \frac{1}{1 - c}.$$

Последната величина се нарича **статичен мултипликатор**. Очевидното тълкуване на (4.7) се дава (приближено) със следната връзка между нарастванията на Y и A :

$$(4.8) \quad \Delta Y = \frac{1}{1 - c} \Delta A,$$

т.е. при изменение на A с количеството ΔA , доходът Y се изменя с $\frac{1}{1-c} \Delta A$. (Тъй като приемливите стойности на c са напр. 0.6-0.8, става ясно, че изменението на Y е в пъти повече.)

Пример 4.3 (*Мултипликатори*). В опростения модел на Кейнс равновесието на стоковия пазар в една затворена икономика се изразява с уравнението

$$(4.9) \quad i + g = s + t,$$

където i са инвестициите, g – държавните разходи, s – частното спестяване, t – данъците. Ще предпологаеме, че:

- а) $t = t(y)$, y – доход (или БВП), като производната $t'(y) \in (0, 1)$;
- б) $s = s(z)$, където $z = y - t(y)$ е разполагаемият доход и също така $s'(z) \in (0, 1)$.

Обемите на i и g се считат за екзогенно зададени. От равенството

$$(4.10) \quad i + g = s(y - t(y)) + t(y)$$

се определя неявната функция $y = y(i, g)$. (Проверете, че функцията

$$y \mapsto s(y - t(y)) + t(y)$$

е строго монотонна.)

Мультипликаторите на y относно i и g са частните производни $\frac{\partial y}{\partial i}$ и $\frac{\partial y}{\partial g}$. Проверете, че те са равни на

$$(4.11) \quad \frac{1}{s'(z)(1 - t'(y)) + t'(y)}.$$

Ако допълнително се предположи, че $t(y) = \tau y$, $\tau \in (0, 1)$ – екзогенно зададен параметър, тогава $y = y(i, g, \tau)$ и

$$\frac{\partial y}{\partial \tau} = -\frac{(1 - s'(z))y}{s'(z)(1 - \tau) + \tau}.$$

В по-сложния класически модел, наричан IS-LM модел (вж. напр. Branson (1989)), инвестициите се разглеждат като ендогенна величина, зависеща от лихвения процент r :

$$i = i(r), \quad i'(r) < 0.$$

Едновременно с това се разглежда и уравнение, описващо равновесието на паричния пазар

$$(4.12) \quad \frac{M}{P} = l(r) + k(y),$$

където M е номиналната парична маса, P – ниво на цените, l – обем на парите, предназначени за влягане в бонове (високоликвидни ценни книжа), k – обем на парите, необходими за разплащане при ежедневни разходи. Предполага се, че $l'(r) < 0$ и $k'(y) > 0$.

От системата

$$\begin{cases} i(r) + g = s(y - \tau y) + \tau y \\ \frac{M}{P} = l(r) + k(y) \end{cases}$$

определяме функциите $y = y(g, M, \tau, P)$ и $r = r(g, M, \tau, P)$. (Проверете, че това е възможно.) Тогава

$$\frac{\partial y}{\partial g} = \frac{1}{s'(z)(1 - \tau) + \tau + \frac{i'k'}{l'}},$$

$$\frac{\partial y}{\partial M} = \frac{\frac{i'}{Pl'}}{s'(z)(1 - \tau) + \tau + \frac{i'k'}{l'}},$$

$$\frac{\partial y}{\partial \tau} = \frac{-y(1 - s'(z))}{s'(z)(1 - \tau) + \tau + \frac{i'k'}{l'}}.$$

Сравнете първата формула с (4.11) от опростения модел. Намерете съответните частни производни на $r(g, M, \tau, P)$.

За да пренесем това понятие в случай на дискретен динамичен модел, са необходими допълнителни предположения. Най-простата хипотеза относно текущата стойност на потреблението C_t е, че то представлява функция на (известния!) доход Y_{t-1} от миналия период. (Съответно предполагаемите спестявания са $Y_{t-1} - C(Y_{t-1})$, докато $Y_t - C(Y_{t-1})$ са реализираните (фактическите) спестявания в периода t . Ясно е, че за всеки модел е необходимо прецизно описание на всички предположения.)

При условие, че функцията $C(Y)$ е линейна, $C(Y) = cY$, а A_t – известна, аналогът на (4.6) е равенството

$$(4.13) \quad Y_t - cY_{t-1} = A_t, \quad t = 1, 2, \dots$$

Ако разполагаме с едно частно решение $\hat{Y}_t$ на (4.13), тогава за отклонението $y_t = Y_t - \hat{Y}_t$, намираме

$$(4.14) \quad y_t = cy_{t-1},$$

откъдето

$$(4.15) \quad Y_t = \hat{Y}_t + (Y_0 - \hat{Y}_0)c^t, \quad \forall t \geq 1.$$

Забележка 4.1. Аналогът на (4.8) в разглеждания тук дискретен случай ще получим, ако извадим от (4.13) съответното равенство за периода $t-1$:

$$Y_{t-1} - cY_{t-2} = A_{t-1}.$$

В резултат намираме

$$\Delta Y_t - c\Delta Y_{t-1} = \Delta A_t$$

(където $\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$ и т.н.). ■

Задача 4.1. Намерете решението на (4.13), ако $A_t = A_0(1+r)^t$, $r = \text{const} > 0$.

По-общ случай на динамичен мултипликатор се получава, когато вместо $C_t = C(Y_{t-1})$ се предполага разпределено закъснение. Ако допълнително предположим и линейност, последното означава

$$C_t = \gamma + c_1 Y_{t-1} + c_2 Y_{t-2} + \dots,$$

където константите $\gamma, c_1, c_2, \dots$ са неотрицателни и

$$c_1 + c_2 + \dots = c \in (0, 1).$$

В макроикономическото моделиране се използва и понятието **акселератор**. То изразява зависимостта на обема на инвестициите $I(t)$ от изменението $\frac{d}{dt}Y(t)$ на дохода (производството):

$$I(t) = F \left[\frac{d}{dt}Y(t) \right].$$

Ако функцията F е линейна, тогава

$$I(t) = v \frac{d}{dt}Y(t),$$

където константата $v > 0$ се нарича **инвестиционен коефициент**.

При дискретен динамичен анализ съответно се предполага, че

$$I_t = F(Y_t - Y_{t-1}) = v(Y_t - Y_{t-1}).$$

(Последното равенство е при условие, че функцията $F(k) = vk$ е линейна.) Разбира се, по-реалистично е да се допусне, че направените инвестиции зависят от вече реализираното (а не от текущото!) изменение в дохода, т.е.

$$I_t = v(Y_{t-1} - Y_{t-2})$$

(зависимост със закъснение от един период). По-сложна хипотеза е, че I_t зависи чрез разпределени закъснения от измененията в няколко предшестващи периода:

$$I_t = v_1(Y_{t-1} - Y_{t-2}) + v_2(Y_{t-2} - Y_{t-3}) + \dots, \quad v_1 + v_2 + \dots = v.$$

Пример 4.4 (*Динамичен IS-MP-PC модел, параграф 3.4*). Да разгледаме динамичния IS-MP-PC модел от параграф 3.4, който беше илюстриран с числен пример в рамките на изложението от глава 3. Ще напомним, че той се състои от уравненията

$$(3.2) \quad \hat{y}_t = -a(r_t - \bar{r}) + \varepsilon_{1,t},$$

$$(3.4) \quad \pi_t - \bar{\pi} = c(\pi_{t-1} - \bar{\pi}) + b\hat{y}_t + \varepsilon_{2,t},$$

$$(3.12) \quad r_t = \bar{r} + d(\pi_t - \pi^T) + e\hat{y}_t, \text{ при допускането, че } \pi^T = \bar{\pi},$$

наричани съответно IS права, динамична PC връзка и просто правило за парична политика (MP връзка).

Ще изследваме динамиката на инфлацията в рамките на този модел при различни допускания за провежданата парична политика. За целта заместяваме (3.12) в (3.2) и получаваме

$$\hat{y}_t = -a(d(\pi_t - \bar{\pi}) + e\hat{y}_t) + \varepsilon_{1,t}.$$

Нека за краткост въведем означението $\omega_t := \pi_t - \bar{\pi}$. Тогава след преобразувания получаваме

$$\hat{y}_t = -\frac{ad}{1+ae}\omega_t + \frac{1}{1+ae}\varepsilon_{1,t}.$$

Замествайки последния израз за $\hat{y}_t$ в (3.4), получаваме

$$\begin{aligned}\omega_t &= c\omega_{t-1} + b \left[-\frac{ad}{1+ae}\omega_t + \frac{1}{1+ae}\varepsilon_{1,t} \right] + \varepsilon_{2,t}, \text{ т.е.} \\ \omega_t &= c\omega_{t-1} - \frac{bad}{1+ae}\omega_t + \underbrace{\frac{b}{1+ae}\varepsilon_{1,t} + \varepsilon_{2,t}}_{\tilde{\varepsilon}_t},\end{aligned}$$

и оттам имаме

$$(4.16) \quad \omega_t = \gamma\omega_{t-1} + \varepsilon_t,$$

където

$$\gamma := \frac{c(1+ae)}{1+ae+bad}, \quad \varepsilon_t := \frac{1+ae}{1+ae+bad}\tilde{\varepsilon}_t.$$

Да отбележим, че ако $c > 0$, то $\gamma > 0$. По-нататък ще работим именно с това допускане.

Нека винаги започваме от начално условие $\omega_0 = 0$. Ако $\varepsilon_t \equiv 0$, $\forall t$, то стационарното решение на уравнението (4.16) е

$$\bar{\omega} = \omega_t \equiv 0, \quad \forall t,$$

откъдето следва, че $\pi_t = \bar{\pi}$.

Нека $\varepsilon_t \neq 0$, $t \geq 1$. С последователно заместване получаваме:

$$\begin{aligned}\omega_1 &= \varepsilon_1 \\ \omega_2 &= \gamma\omega_1 + \varepsilon_2 = \gamma\varepsilon_1 + \varepsilon_2 \\ \omega_3 &= \gamma\omega_2 + \varepsilon_3 = \gamma(\gamma\varepsilon_1 + \varepsilon_2) + \varepsilon_3 \\ &\dots \\ \omega_t &= \sum_{s=1}^t \gamma^{t-s} \varepsilon_s\end{aligned}$$

Ако имаме $\varepsilon_1 > 0$; $\varepsilon_t = 0$, $t \geq 2$, то

$$\omega_t = \gamma^{t-1} \varepsilon_1.$$

Тогава, за да имаме $\lim_{t \rightarrow \infty} \omega_t = \bar{\omega}$ е необходимо да е изпълнено $|\gamma| < 1$, което е еквивалентно на

$$(4.17) \quad c - 1 < \frac{bad}{1 + ae}.$$

Можем да обособим следните случаи:

1. $d = 0$, $e = 0$. Това е случаят на политика на постоянен реален лихвен процент. За него имаме $\gamma = c$ и моделът е устойчив когато $c < 1$.
2. $d > 0$, $e = 0$. Тогава $\gamma = \frac{c}{1 + bad}$ и моделът е устойчив когато $c < 1 + bad$.
3. $d = 0$, $e > 0$. Тогава $\gamma = \frac{c(1 + ae)}{1 + ae} = c$ и моделът е устойчив когато $c < 1$.
4. $d > 0$, $e > 0$. Тогава важи общото условие за устойчивост (4.17). Можем да разгледаме следните подслучаи:

- $e \rightarrow \infty$. Тогава $\lim_{e \rightarrow \infty} \frac{c(1 + ae)}{1 + ae + bad} = \frac{ca}{a} = c$ и моделът е устойчив когато $c < 1$.
- $d \rightarrow \infty$. Тогава $\lim_{d \rightarrow \infty} \frac{c(1 + ae)}{1 + ae + bad} = 0$. Този случай може да бъде интерпретиран като ситуация, при която паричната политика реагира толкова агресивно, че не позволява отклонения на инфлацията от целевата стойност.

4.2 Динамика на държавния дълг

Както следва например от статичния IS-MP-PC модел при използване на прости правила за провеждане на парична политика, един начин за стимулиране на икономиката е увеличаването на държавните разходи. Те обаче се финансират главно от събраните данъци, а уве-

личаването на последните има обратен ефект. Затова един възможен изход е допускането на бюджетен дефицит: държавата заема необходимите ѝ средства чрез емитиране на ценни книжа (бонове, облигации). Естествено, дефицитът през текущата година се добавя към (евентуално) натрупания държавен дълг от предишни години (както и лихвите по този дълг). В този параграф ще изясним (с помощта на прост модел с диференчно уравнение) взаимните връзки между тези величини, както и ще опитае да получим отговор на въпроса дали като следва политика на допускане на дефицит и ограничаване на данъците, в крайна сметка правителството няма да бъде принудено да ги повиши.

Нека с B_t означим номиналната сума на държавния дълг през годината t , а съответния дефицит – с D_t . Ако лихвеният процент е i_t , тогава лихвите по дълга B_{t-1} от предходната година са $i_t B_{t-1}$. Така стигаме до диференчното уравнение за държавния дълг

$$(4.18) \quad B_t = (1 + i_t)B_{t-1} + D_t,$$

което относно променливата B_t е от първи ред, а D_t е дясна страна. Ако допуснем, че $i_t \equiv i = \text{const}$, получаваме диференчно уравнение с постоянни коефициенти.

Забележка 4.2. 1) Държавните ценни книжа са с различен срок до падежа, но без ограничение можем да допуснем, че този срок е една година.

2) Предположението за постоянен лихвен процент е по-ограничително и трябва да го схващаме като тенденция за запазване на определена средна стойност в сравнително дълъг период от време.

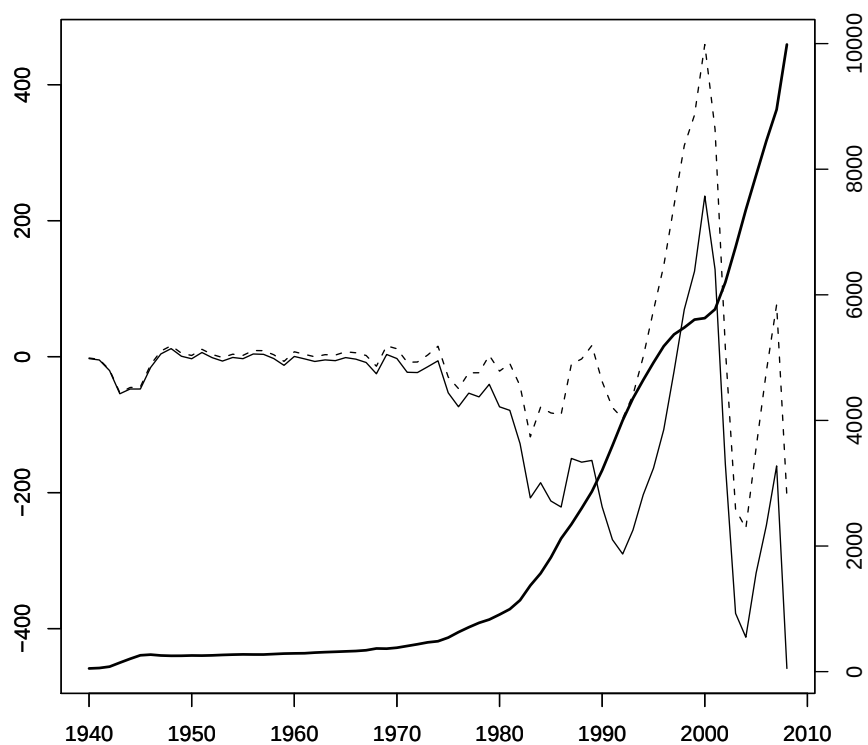
3) Използваният тук дефицит D_t съответства на понятието за първичен дефицит от глава 2. Предвид спецификата на диференчните уравнения, използвани за моделиране, по-удобно е да се работи именно с този дефицит. Ако към него прибавим и сумата на дължимите лихвени плащания по дълга, ще получим общия (касов) бюджетен дефицит RD_t (съкратено от англ. *reported deficit*):

$$RD_t = D_t + i_t B_{t-1}$$

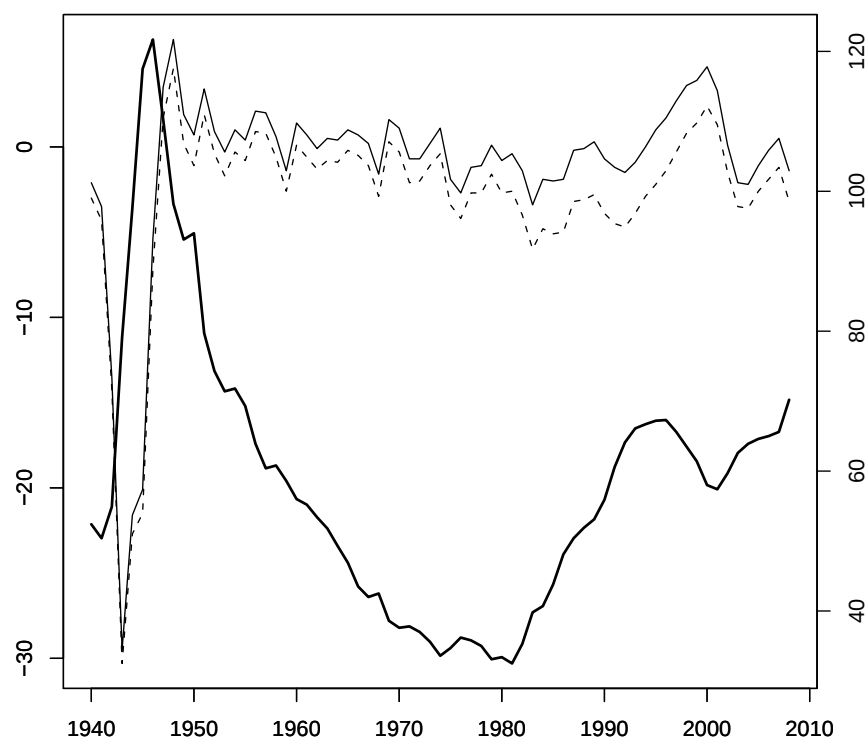
■

Данни за държавния дълг на САЩ са дадени на фигура 4.3.

За да преценим дали обемите на дълга и на бюджетния дефицит са значими, правилно е да ги сравним с някоя величина като БВП, който отразява обема на производството в държавата. На фигура 4.4 отново са представени данните от фигура 4.3, но измерени като процент от БВП, а не с номиналните си стойности.



Фигура 4.3: Бюджетен баланс и държавен дълг на САЩ за периода 1940-2008 г. в милиарди долари по текущи цени. Лява скала: първично салдо (пунктир), общо салдо (непрекъсната линия). Дясна скала: държавен дълг (непрекъсната плътна линия).



Фигура 4.4: Бюджетен баланс и държавен дълг на САЩ за периода 1940-2008 г. в процент от БВП. Лява скала: първично салдо (непрекъснатата линия), общо салдо (пунктир). Дясна скала: държавен дълг (непрекъснатата плътна линия).

Ако $b_t := \frac{B_t}{Y_t}$, където Y_t е номиналната стойност на БВП, като вземем предвид, че

$$Y_t = (1 + n_t)Y_{t-1},$$

където n_t е темпът на растеж през годината t , от (4.18) намираме:

$$(4.19) \quad b_t = \frac{1 + i_t}{1 + n_t} b_{t-1} + d_t, \quad d_t := \frac{D_t}{Y_t}.$$

Нека за простота разгледаме това диференчно уравнение при предположение, че

$$\begin{aligned} i_t &\equiv i = \text{const}, \\ n_t &\equiv n = \text{const}, \\ d_t &\equiv d = \text{const}, \end{aligned}$$

т.е. уравнението

$$(4.20) \quad b_t = \frac{1 + i}{1 + n} b_{t-1} + d.$$

Неговото решение е

$$(4.21) \quad b_t = b_t^r + \left(\frac{1 + i}{1 + n} \right)^t b_0,$$

където частното решение на нехомогенното уравнение има вида

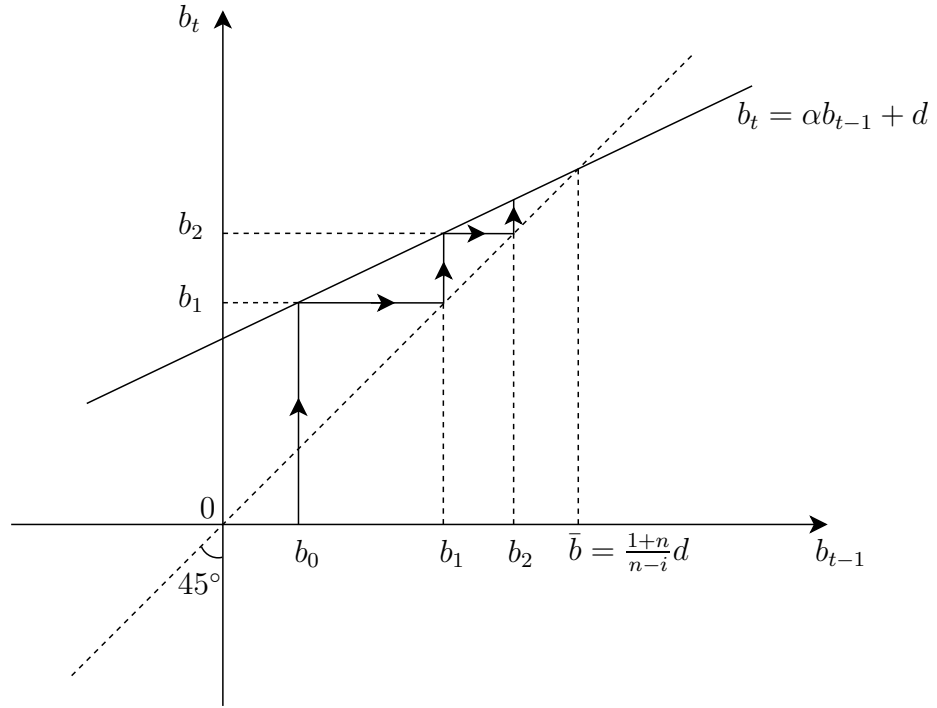
$$(4.22) \quad b_t^r = \begin{cases} b = \frac{1+n}{n-i}d, & \text{при } i \neq n, \\ dt, & \text{при } n = i. \end{cases}$$

Задача 4.2. Илюстрирайте графично поведението на редицата $\{b_t\}$, $t = 0, 1, \dots$ (вж. фигури 4.5 и 4.6). При какви условия стационарната стойност $\bar{b}$ на b_t е устойчива?

Получените резултати показват, че ако в някакъв период от време средните лихвени проценти i превишават темпа n на нарастване на БВП, тогава държавният дълг расте бързо. В противен случай държавният дълг се стабилизира около стойността на стационарното състояние.

Разбира се, в реалното развитие на една икономика е възможно в различни периоди да бъдат изпълнени различни съотношения между i_t и n_t . Например в икономиката на САЩ за времето от 1940 до 1980 г. стойността на n е по-голяма от тази на i , а през по-голямата част от 80-те години е изпълнено обратното неравенство – вж. фигура 4.7.

В резултат от тези съотношения държавният дълг на САЩ от над 120% през 1946 г. (непосредствено след края на Втората световна война) бавно намалява до 33% от БВП през 1979 г. (при средна стойност на α за периода, равна на 0.96), а след това започва да расте и през 1995 г. е 67% от БВП (при $\alpha = 1.01$ за този период).



Фигура 4.5: Случаят $\alpha = \frac{1+i}{1+n} < 1$.

4.3 Модел на Самюелсън-Хикс

Моделът принадлежи на Самюелсън и Хикс (вж. параграф 4.6 за литературни препратки) и изследва динамиката на производството при сравнително общи предположения. От техническа гледна точка той представлява пример за изчерпателно изследване на математическите детайли.

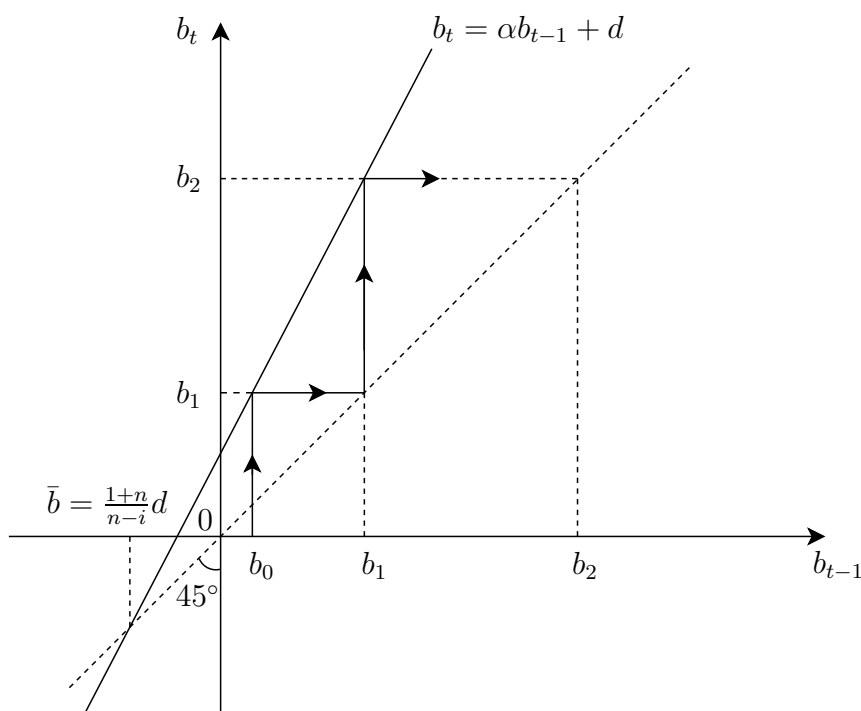
Специфичните особености на модела са няколко: очакваните стойности на потреблението и спестяването са определени чрез закъснения, което води до непредвидени фактически спестявания; очакваните инвестиции са равни на фактическите спестявания; очакваното и фактическото потребление съвпадат.

Планираният обем на потреблението се задава линейно

$$(4.23) \quad \begin{aligned} C_t &= \gamma + c_1 Y_{t-1} + c_2 Y_{t-2} + \dots, \\ c_1 + c_2 + \dots &= c \in (0, 1), \quad c_i \geq 0, \end{aligned}$$

както и акселераторът (т.е. обемът на очакваните инвестиции):

$$(4.24) \quad \begin{aligned} I_t &= v_1 (Y_{t-1} - Y_{t-2}) + v_2 (Y_{t-2} - Y_{t-3}) + \dots, \\ v_1 + v_2 + \dots &= v, \quad v, v_1, v_2, \dots > 0. \end{aligned}$$



Фигура 4.6: Случаят $\alpha = \frac{1+i}{1+n} > 1$.

Очевидно е, че потребителите вземат решение за изразходване на средства за потребление или инвестиране в рамките на няколко периода, като могат да ги разпределят по-равномерно или да ги концентрират в избран период.

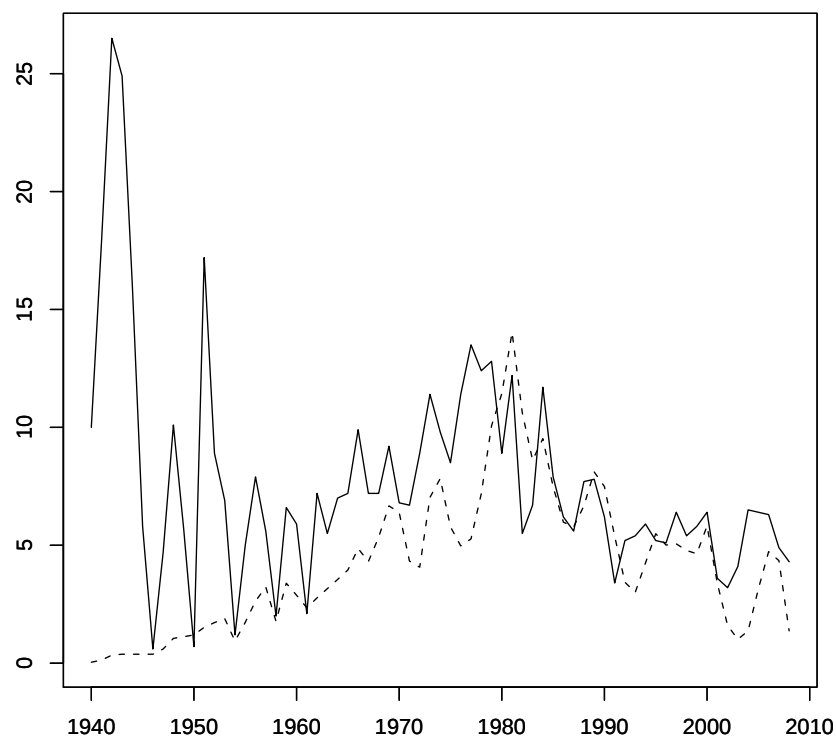
Прост модел на Самюелсън-Хикс – закъснение с два периода

Предполага се, че очакваното потребление е $C_t = \gamma + c_1 Y_{t-1} + c_2 Y_{t-2}$, а очакваните инвестиции са $I_t = v(Y_{t-1} - Y_{t-2})$. Като приемем, че във всеки период t е валидно основното макроикономическо тъждество

$$Y_t = C_t + I_t + A_t,$$

където с A_t е означена известна функция, отразяваща т.нар. автономни (т.е. независещи от дохода) инвестиции, фактически постулираме равенство на очакваните инвестиции I_t с фактическите спестявания $Y_t - C_t - A_t$. По този начин получаваме уравнението

$$(4.25) \quad Y_t = (v + c_1)Y_{t-1} - (v - c_2)Y_{t-2} + B_t,$$



Фигура 4.7: Доходност по тримесечни съкровищни бонове (пунктир) и номинален растеж на БВП в проценти (непрекъсната линия) за САЩ за периода 1940-2008 г.

където $B_t = A_t + \gamma$. Понеже $c = c_1 + c_2$, то се трансформира в

$$Y_t = cY_{t-1} + (v - c_2)(Y_{t-1} - Y_{t-2}) + B_t.$$

Усложнен модел на Самюелсън-Хикс – закъснение с три периода

В този случай предполагаме, че

$$\begin{aligned} C_t &= \gamma + c_1 Y_{t-1} + c_2 Y_{t-2} + c_3 Y_{t-3}, & c_1 + c_2 + c_3 &= c, \\ I_t &= v_1 (Y_{t-1} - Y_{t-2}) + v_2 (Y_{t-2} - Y_{t-3}), & v_1 + v_2 &= v. \end{aligned}$$

Както по-горе, стигаме до следното уравнение (от трети ред!):

$$Y_t = (v_1 + c_1)Y_{t-1} - (v_1 - v_2 - c_2)Y_{t-2} - (v_2 - c_3)Y_{t-3} + B_t,$$

което, с помощта на субституциите

$$c = c_1 + c_2 + c_3, \quad c' = c_2 + c_3, \quad c'' = c_3$$

(кумулятивни коефициенти, отчитащи склонността към потребление) се представя във вида

$$(4.26) \quad Y_t = cY_{t-1} + (v_1 - c')(Y_{t-1} - Y_{t-2}) + (v_2 - c'')(Y_{t-2} - Y_{t-3}) + B_t,$$

И в двата случая, ако разполагаме с частно решение $\bar{Y}_t$ на уравнението, тогава разликата $y_t = Y_t - \bar{Y}_t$ удовлетворява съответно:

- за простия модел:

$$(4.27) \quad y_t = cy_{t-1} + (v - c_2)(y_{t-1} - y_{t-2}),$$

- за сложния модел:

$$(4.28) \quad y_t = cy_{t-1} + (v_1 - c')(y_{t-1} - y_{t-2}) + (v_2 - c'')(y_{t-2} - y_{t-3}).$$

По този начин частното решение $\bar{Y}_t$ се разглежда като основна тенденция в изменението на Y_t , а y_t е отклонението от нея.

4.4 Изследване на решенията на простия модел

Като положим $w = v - c_2$, привеждаме уравнение (4.27) във вида

$$(4.29) \quad y_t = cy_{t-1} + w(y_{t-1} - y_{t-2}),$$

където $c \in (0, 1)$, а w може да бъде както положително, така и отрицателно число¹. Удобно е да положим $s = 1 - c$. Поведението на решенията на (4.29) зависи от характера на корените λ_1, λ_2 на характеристичния полином:

$$(4.30) \quad f(\lambda) = \lambda^2 - (w - s + 1)\lambda + w.$$

Веднага се проверяват свойствата на $f(\lambda)$, отразени в таблицата:

¹Този параметър се нарича отслабен инвестиционен коефициент.

λ	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f(\lambda)$	$+\infty$	$2(v + c_1) + s > 0$	w	s	$+\infty$

Когато $f(0) = w < 0$, съществуват два реални корена $\lambda_1 \in (0, 1)$ и $\lambda_2 \in (-1, 0)$. Понеже

$$\lambda_1 + \lambda_2 = w + 1 - s = v + c_1 > 0,$$

в сила е неравенството $\lambda_1 > |\lambda_2|$.

Когато $f(0) = w = 0$, корените са $\lambda_1 = c \in (0, 1)$ и $\lambda_2 = 0$.

При условие, че $w > 0$, съществуването на реални корени зависи от разположението на върха на параболата $y = f(\lambda)$, т.е. на точката $A = (\lambda_0, f(\lambda_0))$, където $\lambda_0 = \frac{1}{2}(w - s + 1) = \frac{1}{2}(v + c_1) > 0$.

Понеже

$$f(\lambda_0) = w - \frac{1}{4}(w - s + 1)^2 = -\frac{1}{4} [w^2 - 2w(s + 1) + (1 - s)^2]$$

и тъй като корените на последния квадратен тричлен относно w са $(1 \pm \sqrt{s})^2$, намираме

$$(4.31) \quad f(\lambda_0) = -\frac{1}{4} [w - (1 + \sqrt{s})^2] [w - (1 - \sqrt{s})^2].$$

Оттук следва, че корените λ_1, λ_2 са реални и различни, ако

а) $w \in (0, (1 - \sqrt{s})^2)$,

б) $w \in ((1 + \sqrt{s})^2, +\infty)$.

В случай а)

$$\begin{aligned} 0 < \lambda_0 &= \frac{1}{2}(w - s + 1) < \frac{1}{2}((1 - \sqrt{s})^2 - s + 1) \\ &= \frac{1}{2}(2 - 2\sqrt{s}) = 1 - \sqrt{s} < 1 \end{aligned}$$

и следователно $\lambda_1, \lambda_2 \in (0, 1)$.

В случай б)

$$\lambda_0 > \frac{1}{2}((1 + \sqrt{s})^2 - s + 1) = \frac{1}{2}(2 + 2\sqrt{s}) = 1 + \sqrt{s}$$

и следователно $\lambda_1, \lambda_2 \in (1, +\infty)$.

Забележка 4.3. В случай а) са в сила $\lambda_1 \lambda_2 > 0$ и $\lambda_1 + \lambda_2 > 0$ и заключението е очевидно. Обяснете по-подробно защо последното твърдение е вярно. ■

В граничните случаи

$$w = \begin{cases} (1 - \sqrt{s})^2 \\ (1 + \sqrt{s})^2 \end{cases}$$

корените се сливат и съответно

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_0 = \begin{cases} 1 - \sqrt{s} \\ 1 + \sqrt{s} \end{cases}.$$

При условие, че

$$(4.32) \quad (1 - \sqrt{s})^2 < w < (1 + \sqrt{s})^2,$$

което – както лесно се проверява – е еквивалентно с условието

$$(4.33) \quad (1 - \sqrt{w})^2 < s,$$

корените са комплексно-спрегнати:

$$r(\cos \theta \pm i \sin \theta).$$

Тъй като

$$r \cos \theta = \frac{1}{2}(w - s + 1)$$

и

$$r \sin \theta = \frac{1}{2}\sqrt{4w - (w - s + 1)^2},$$

намираме

$$r = \sqrt{w}, \quad \cos \theta = \frac{w - s + 1}{2\sqrt{w}}.$$

Като вземем предвид, че $\cos \theta$ и $\sin \theta$ са положителни, намираме $\theta \in (0, \frac{\pi}{2})$.

В този случай решението ще има вида

$$(4.34) \quad y_t = Ar^t \cos(\theta t - \varepsilon),$$

където A и ε са константи, които се определят от началните условия.

Осцилациите, описвани от (4.34), са затихващи или взривни в зависимост от това дали $r < 1$ или $r > 1$, т.е. $w < 1$ или $w > 1$. При $r = 1$ ($w = 1$) решението е осцилиращо с постоянна амплитуда A .

Важна характеристика на цикличното решение е неговият период. Очевидно е, че това е числото $\frac{2\pi}{\theta}$ и, както бе посочено по-горе, то е по-голямо от 4.

При фиксирано s , може да се установи как зависи периодът от стойността на w (намиращо се в границите (4.32)).

Тъй като производната

$$\frac{d}{dw}(\cos \theta) = \frac{w + s - 1}{4w\sqrt{w}}$$

е отрицателна (нула, положителна) при $w < 1 - s$ ($w = 1 - s$, $w > 1 - s$), то $\cos \theta$ има минимална стойност при $w = 1 - s$ (вътрешна точка за интервала (4.32)). Лесно се вижда, че при $w \rightarrow (1 - \sqrt{s})^2$ или $(1 + \sqrt{s})^2$, се получава $\cos \theta \rightarrow 1$. Следователно, когато w се движи в границите от (4.32), тогава θ намалява от 1 до минималната стойност $\cos \theta_m = \sqrt{1 - s}$ и отново расте до 1. Т.е. периодът има минимална стойност

$$\frac{2\pi}{\theta_m} \quad (\text{при } w = 1 - s)$$

и става неограничено голям при $w \rightarrow (1 \pm \sqrt{s})^2$.

Получените резултати са сумирани в таблица 4.1. Графично тези резултати са представени на фигура 4.8.

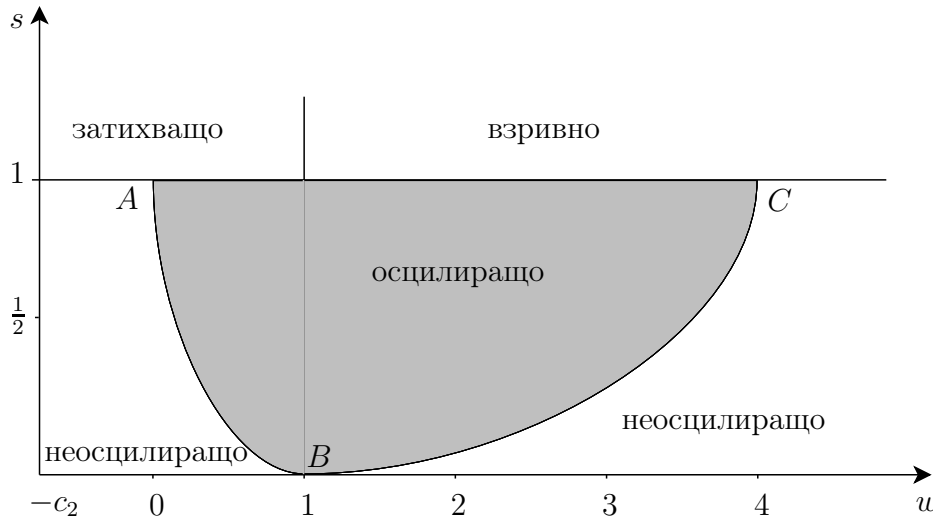
Таблица 4.1: Характер на решенията на простия модел на Самюелсън-Хикс в зависимост от съотношението между w и s

Стойности на w	Характер на решението
$w \leq (1 - \sqrt{s})^2$	неосцилиращо затихващо
$(1 - \sqrt{s})^2 < w < 1$	осцилиращо затихващо
$w = 1$	осцилиращо с постоянна амплитуда
$1 < w < (1 + \sqrt{s})^2$	осцилиращо взривно
$(1 + \sqrt{s})^2 \leq w$	неосцилиращо взривно

4.5 Изследване на решенията на сложния модел

Като въведем означенията $w_1 = v_1 - c'$, $w_2 = v_2 - c''$ (отслабени инвестиционни коефициенти) и $w = w_1 + w_2 = v - c' - c''$ (отслабена сила на действието на акселератора), тогава уравнение (4.28) се трансформира в

$$(4.35) \quad y_t = cy_{t-1} + w_1(y_{t-1} - y_{t-2}) + w_2(y_{t-2} - y_{t-3}).$$



Фигура 4.8: Графично представяне на характера на решенията на простия модел на Самюелсън-Хикс в зависимост от параметрите

Числата w_1, w_2 могат да бъдат както положителни, така и отрицателни. Като означим $s = 1 - c$, характеристичното уравнение на (4.35) приема вида

$$(4.36) \quad \lambda^3 - (w - w_2 - s + 1)\lambda^2 + (w - 2w_2)\lambda + w_2 = 0.$$

Ще разгледаме последователно

I) първи краен вариант: $w_1 = w, w_2 = 0$

II) втори краен вариант: $w_1 = 0, w_2 = w$

III) общ случай: $w_1 \neq 0, w_2 \neq 0$.

Случай I. Характеристичното уравнение има вида

$$(4.37) \quad \lambda^3 - (w - s + 1)\lambda^2 + w\lambda = 0$$

и фактически решението съвпада с простия случай от параграф 4.4 (тъй като допълнителният корен $\lambda_3 = 0$ не променя нищо).

Случай II. Този случай е съществено нов. Характеристичното уравнение (4.36) има вида

$$(4.38) \quad \lambda^3 - (1 - s)\lambda^2 - w\lambda + w = 0.$$

Записваме последното уравнение във вида

$$(4.39) \quad (\lambda - 1)(\lambda^2 - w) = -s\lambda^2$$

и означаваме с $f(\lambda)$ и $g(\lambda)$ съответно лявата и дясната страна на това равенство.

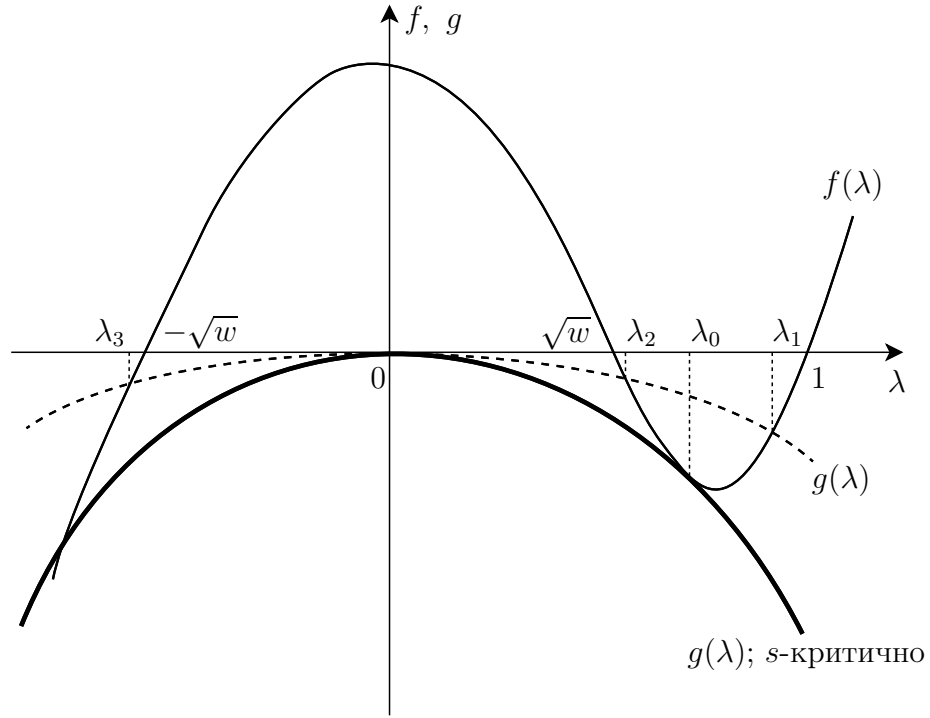
Най-напред да разгледаме граничния случай $s = 0$. При $w \in (0, 1)$ корените на (4.38) или, с други думи, нулите на $f(\lambda)$, са (вж. фигура 4.9)

$$-\sqrt{w} < \sqrt{w} < 1$$

и решението на (4.35) има вида

$$y_t = A_1 + A_2(\sqrt{w})^t + A_3(-\sqrt{w})^t, \quad A_i = \text{const}.$$

При $t \rightarrow +\infty$ то клони към константа.



Фигура 4.9: Функциите $f(\lambda)$ и $g(\lambda)$

При $w < 0$, корените са 1 и $\pm i\sqrt{-w}$. Решението ще съдържа осцилираща част, която обаче е затихваща. Последното следва от неравенствата

$$0 > w = w_2 = v_2 - c'', \quad v_2 > 0, \quad c'' \in (0, 1),$$

от които следва, че

$$w = v_2 - c'' \in (-1, 0).$$

■ **Задача 4.3.** Разгледайте случаите $w = 0$ и $w > 1$.

Когато $s > 0$ и $w \in (0, 1)$, са възможни различни случаи. При малки стойности на s , параболата $g(\lambda)$ е сравнително „плоска“ в околността $(-1, 1)$ на началото и съществуват три реални корена на (4.38): $\lambda_3 < \lambda_2 < \lambda_1$. (Очевидно е, че при $s \rightarrow 0$ имаме $\lambda_3 \rightarrow -\sqrt{w}$, $\lambda_2 \rightarrow \sqrt{w}$, $\lambda_1 \rightarrow 1$.) При нарастването на s се достига до критична стойност s_k , при която параболата $g(\lambda)$ се допира до графиката на $f(\lambda)$ в точка $\lambda_0 \in (\sqrt{w}, 1)$.

Като считаме $w \in (0, 1)$ за известно, бихме могли да определим λ_0 и s_k от системата

$$\begin{cases} f(\lambda_0) = g(\lambda_0) \\ f'(\lambda_0) = g'(\lambda_0) \end{cases},$$

т.е.

$$(4.40) \quad \begin{cases} (\lambda_0 - 1)(\lambda_0^2 - w) = -s\lambda_0^2 \\ 3\lambda_0^2 - 2\lambda_0 - w = -2s\lambda_0 \end{cases}.$$

Забележка 4.4. Тъй като $f(\lambda) \geq g(\lambda)$ в околност на λ_0 , при $\lambda - \lambda_0 < 0$

$$\frac{f(\lambda)}{\lambda - \lambda_0} \leq \frac{g(\lambda)}{\lambda - \lambda_0}.$$

Като извадим от двете страни на неравенството почленно величината

$$\frac{f(\lambda_0)}{\lambda - \lambda_0} = \frac{g(\lambda_0)}{\lambda - \lambda_0}$$

и извършим граничен преход при $\lambda \rightarrow \lambda_0 - 0$, получаваме

$$f'(\lambda_0) \leq g'(\lambda_0).$$

При $\lambda > \lambda_0$, аналогични разсъждения водят до обратното неравенство, с което получаваме второто уравнение в (4.40). ■

Като изключим w от (4.40), намираме

$$s = \frac{2(\lambda_0 - 1)^2}{2 - \lambda_0} =: F(\lambda_0).$$

След това от второто уравнение намираме

$$w = \frac{\lambda_0^3}{2 - \lambda_0} =: G(\lambda_0).$$

Понеже за $\lambda_0 \in (0, 1)$ функцията G е обратима,

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= G^{-1}(w), \\ s_k &= F(G^{-1}(w)). \end{aligned}$$

При $s > s_k$, корените λ_1, λ_2 стават комплексни и в решението се появява осцилиращо събираемо. Произведението на двата комплексни корена $\lambda_1, \lambda_2 = r(\cos \theta \pm i \sin \theta)$ е r^2 и тъй като $\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = -w$, то $r^2 = \frac{w}{-\lambda_3}$. С нарастването на s , расте и $-\lambda_3$, което показва, че осцилиращата компонента е затихваща, защото $-\lambda_3 > \sqrt{w}$.

Задача 4.4. 1) Определете стойността на $s = s(w)$, при която:

а) $-\lambda_3 = 1$,

б) $-\lambda_3 > 1$.

2) Покажете, че минималната стойност на $f(\lambda)$ е

$$-\frac{2}{27} \left[(1 + 3w)^{\frac{3}{2}} + 1 - 9w \right]$$

и се получава при

$$\lambda_1 = \frac{1}{3} \left(\sqrt{1 + 3w} + 1 \right).$$

Покажете, че при $w = \frac{16}{27}$ минимумът ще бъде $-\frac{16}{27^2}$, а $g(\sqrt{w}) = -\frac{16s}{27}$. Покажете, че при тази стойност на w и при $s > \frac{1}{27} = 0.037$ отсрочените капиталовложения непременно ще породят осцилации в y_t . Сравнете с условието за възникване на осцилации в простия модел (респ. Случай I)

$$s > (1 - \sqrt{w})^2 = 0.044.$$

В заключение, за случая $w \in (0, 1)$ и $s \in (0, s_k)$, решението е

$$y_t = A_1 \lambda_1^t + A_2 \lambda_2^t + A_3 \lambda_3^t, \quad \lambda_1, \lambda_2 \in (0, 1), \quad \lambda_3 < 0,$$

а при $s = s_k$:

$$y_t = (A_1 + tA_2) \lambda_0^t + A_3 \lambda_3^t.$$

При $s > s_k$ решението става

$$y_t = Ar^t \cos(\theta t - \varepsilon) + B \lambda_3^t,$$

A, B, ε – константи. В този случай едната компонента е циклична с период $\frac{2\pi}{\theta}$, а втората – знакопроменлива и при нарастване на $-\lambda_3$ над 1, става взривна.

Задача 4.5. Изследвайте характера на решението в случай II при условието $w > 1$.

Накрая, в случай II, ще се спрем на подслучая $w < 0$, $s > 0$. Тогава локалният максимум на $f(\lambda)$ (когато съществува) е отрицателен, защото в противен случай уравнението $f(\lambda) = 0$ би имало три реални корена. При $s > 0$ винаги съществува един реален корен на (4.39), който принадлежи на $(0, 1)$. Не е възможно да съществува реален корен $\lambda_0 < 0$, защото $f(\lambda) < g(\lambda)$, $\forall \lambda < 0$, както лесно може да се провери.

Следователно другите два корена винаги са комплексни. Относно $r = |\lambda_2| = |\lambda_3|$, тъй като

$$r^2 = \frac{-w}{\lambda_1},$$

при малки стойности на s (когато $\lambda_1 < 1$ е близо до 1), имаме $r \in (0, 1)$. (Да напомним, че от $w < 0$ следва, че $-w \in (0, 1)$.) Когато s расте, т.е. λ_1 намалява, изглежда, че е възможно числото r да стане по-голямо от единица (и да се получи циклично взривно решение).

Задача 4.6. Възможно ли е (при подходящо s) λ_1 да стане равно или по-малко от $-w$?

Упътване. Ако допуснем, че за $\lambda \in (0, 1)$ са изпълнени условията $0 < \lambda \leq -w$ и $(1 - \lambda)(\lambda^2 - w) = s\lambda^2$, бихме получили

$$(1 - \lambda)(\lambda^2 + \lambda) < \lambda,$$

което е невъзможно.

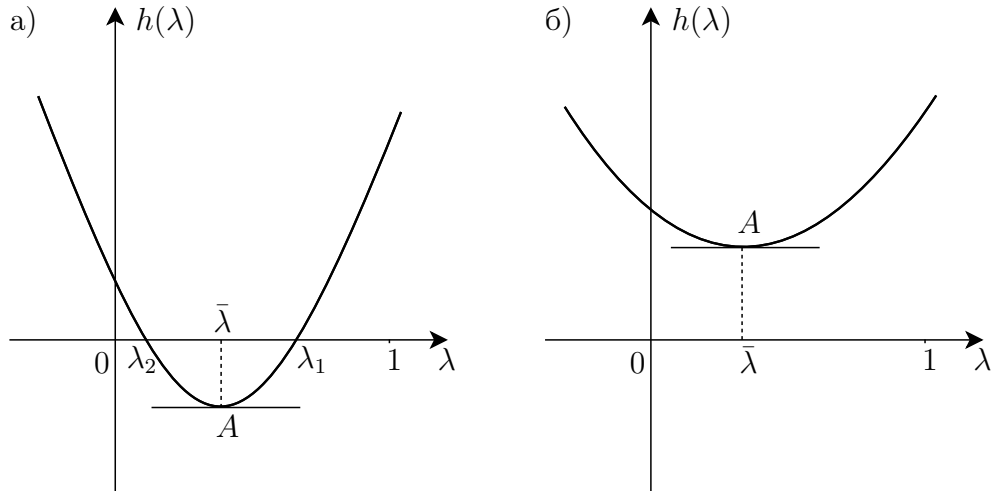
Случай III. (разпределени инвестиции) Ще се спрем подробно на случая $w \in (0, 1)$. Дори при това условие е възможно някое от числата w_1 или w_2 ($w = w_1 + w_2$) да бъде отрицателно. В този случай другото събираемо ще бъде по-голямо от w . Тук ще използваме основно параметрите w и w_2 , за които са възможни следните подслучаи:

$$(4.41) \quad \begin{array}{ll} \text{а)} & 0 < w_2 < w, \\ \text{б)} & w_2 < 0, \\ \text{в)} & w < w_2. \end{array}$$

Ще разгледаме основно случай (4.41), а). Тъй като $\lambda \neq 0$, представяме (4.36) във вида

$$(4.42) \quad \lambda^2 - (w - s + 1)\lambda + w = -w_2 \frac{(\lambda - 1)^2}{\lambda}.$$

Означаваме лявата и дясната страна на (4.42) съответно с $h(\lambda)$ и $q(\lambda)$. Графиката на $h(\lambda)$ при $w \in (0, 1)$ има вида (вж. простия модел), показан на фигура 4.10.



Фигура 4.10: Графиката на $h(\lambda)$ за различни комбинации от параметри

Пресечните ѝ точки с абсцисната ос $O\lambda$ дава корените на $h(\lambda)$. Както знаем, при $s < (1 - \sqrt{w})^2$ решението е затихващо, но не осцилиращо, а при $s > (1 - \sqrt{w})^2$ решението става затихващо и осцилиращо (вж. (4.33)).

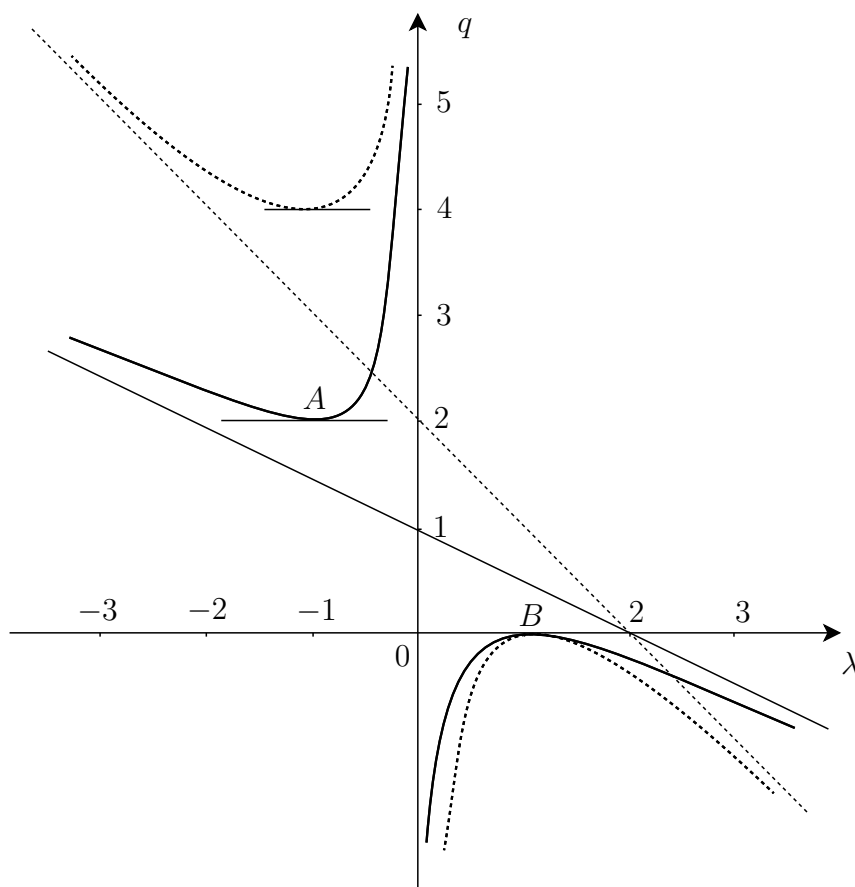
Графиката на $q(\lambda)$ е хипербола (вж. фигура 4.11) за $w_2 = \frac{1}{2}$ и $w_2 = 1$.

Задача 4.7. Намерете локалните екстремуми на $q(\lambda)$ и опишете промените в графиката ѝ при нарастване на w_2 .

На фигура 4.12 са представени графиките на $h(\lambda)$ и $q(\lambda)$, чиито пресечни точки определят корените на (4.42). Докато w се счита за фиксирано, параметрите s и w_2 могат да се изменят (в $(0, 1)$). При нарастване на s , графиката на $h(\lambda)$ се измества наляво и нагоре. (Защо?)

При малки стойности на s кривата $h(\lambda)$ се „спуска“ под абсцисната ос между точките 0 и 1 и в $(0, 1)$ пресича графиката на $q(\lambda)$ в две точки. Има още една пресечна точка в $(-1, 0)$. В този случай решението е затихващо и неосцилиращо.

При нарастване на s и/или w_2 , графиките на $h(\lambda)$ и $q(\lambda)$ се преместват така, че пресичания в интервала $(0, 1)$ вече липсват. В този случай се появяват комплексно-спрегнати корени, водещи до осцилираща компонента в решението. Същевременно отрицателният (реален) корен расте по абсолютна стойност.



Фигура 4.11: Графиката на $q(\lambda)$ за $w_2 = \frac{1}{2}$ (плътна линия) и $w_2 = 1$ (пунктир)

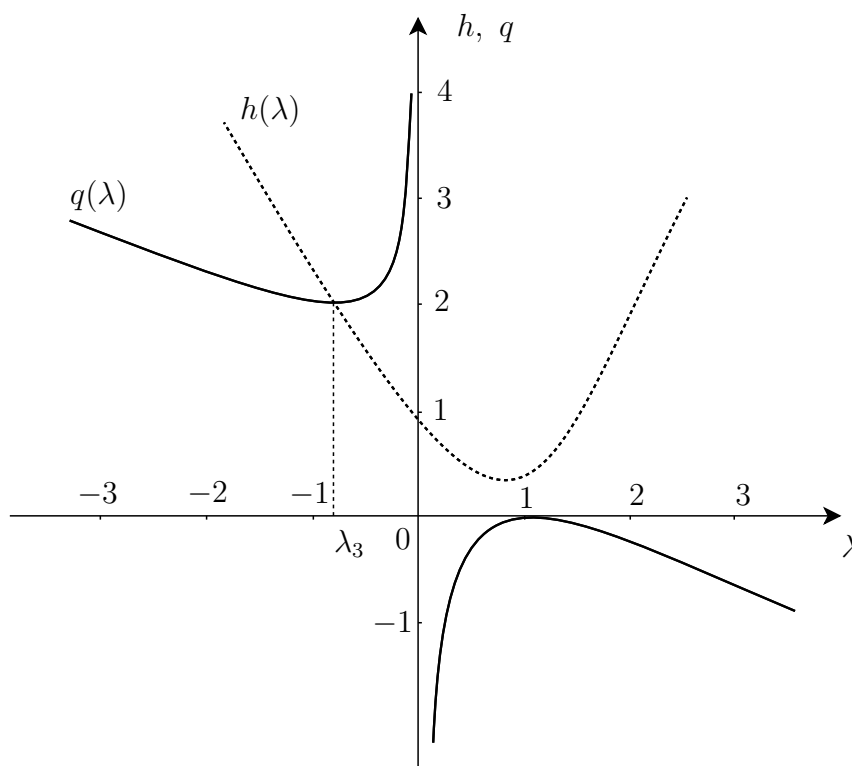
Задача 4.8. Покажете, че:

- а) при $\lambda = -1$: $h(\lambda) < q(\lambda)$, т.е. коренът $\lambda_3 < -1$.
- б) условието $-\lambda_3 > 1$ е еквивалентно с

$$1 + (w - s + 1) + w < 4w_2.$$

4.6 Допълнителни бележки и литература

Повече подробности за решаването на линейни диференчни уравнения с постоянни коефициенти се съдържат в Kenkel (1974), Gandolfo (1971) и Goldberg (1965), а по-модерни приложения в икономическата



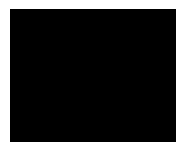
Фигура 4.12: Графиките на $h(\lambda)$ (пунктир) и $q(\lambda)$ (плътна линия)

теория – в Stokey and Lucas (1989).

Моделът на Самюелсън-Хикс е бил първоначално разработен от П. Самюелсън в Samuelson (1939a) и Samuelson (1939b). В последствие той е доразвит от Дж. Хикс в Hicks (1950).

Част III

Икономиката в дългосрочен хоризонт



Моделиране на икономическия растеж при екзогенни норма на спестяване и технологичен прогрес. Модел на Солоу-Суон.

5.1 Увод

Обикновено промяната в обема на реалния БВП, Y , в два последователни периода ($t - 1$ и t) се измерва с **темпа на растеж** g_t

$$Y_t = (1 + g_t)Y_{t-1}, \text{ т.е. } \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}} = g_t.$$

Разбира се, в краткосрочен план (напр. в две последователни тримесечия), Y_t се колебае и може и да намалява, което прави този термин не съвсем подходящ. Обаче, в рамките на дълъг период, статистическите данни показват, че БВП нараства (вж. напр. фигура 3.1).

Пример 5.1. Ако приемем, че БВП на глава от населението нараства с постоянен (среден) процент за разглежданите страни, тогава (вж. Barro and Sala-i-Martin (1995)):

- В САЩ, за периода 1870-1990 г., тази величина е нараснала 8.1 пъти (от 2244 \$ до 18 258 \$) със среден темп на годишен растеж 1.75%.

- За периода 1900-1987 г. годишният темп на растеж за Индия, Пакистан и Филипините е съответно 0.64%, 0.88% и 0.86%. (Трябва да се подчертае, че малките разлики са съществени. Например, ако в САЩ растежът за посочения по-горе период беше 0.75% (един процентен пункт по-малко), то резултатът през 1990 г. би бил само 30% от реализирания, а ако беше 2.75% (един процентен пункт повече), то биха достигнали до повече от три пъти по-висок резултат през 1990 г. или 27 пъти от стойността през 1870 г.)
- За периода от 1890 г. до началото на 90-те години на 20-ти век темпът на растеж в Япония и Тайван е съответно 2.95% и 2.75%.
- За периода 1960-1990 г. 18 държави са имали отрицателен растеж на реалния БВП на глава от населението.

Основите на **теорията на икономическия растеж** (като клон от икономическите науки) са положени още в трудовете на класиците Адам Смит, Дейвид Рикардо, Томас Малтус, а в по-ново време – Франк Рамзи, Йозеф Шумпетер и др. Съвременната теория на икономическия растеж започва със статията на Рамзи (Ramsey, 1928). В публикации на Харод и Домар се търси обединяване на идеите на икономическия анализ на Кейнс и теорията на икономическия растеж. Важни моменти представляват изследванията на Солоу и Суон, Кас и Купманс, Ромър, Лукас и др.

Университетът в Пенсилвания поддържа мащабна база данни, съдържаща детайли за икономическия растеж за голям брой страни от 1950 г. насам (проектът Penn World Table)¹. Данните показват сериозни промени в характера на икономическото развитие на всички страни през последния век. В опитите то да бъде анализирано, моделирано и разбрано в детайли се привличат разнообразни средства (включително от математиката – диференциални и диференчни уравнения, оптимизационни задачи в дискретно и непрекъснато време и др.).

Моделите на икономически растеж трябва да се съгласуват добре с няколко типични черти на това явление, установени статистически. Те са формулирани през 1963 г. от Калдор и са известни като „стилизирани факти на Калдор”:

1. Производството на глава от населението расте с течение на времето и съответният темп на растеж не намалява.

¹Виж <http://pwt.econ.upenn.edu/>, активно към 23 март 2011 г.

2. Физическият капитал за един активно зает в производството расте.
3. Възвращаемостта на средствата, вложени в капитал, е приблизително постоянна.
4. Отношението на физическия капитал и произведената продукция е приблизително постоянно.
5. Дяловете на труда и на физическия капитал в националния доход са приблизително постоянни.
6. Темпът на растеж на продукцията на глава от активното население се различава значително в отделните страни.

5.2 Производствена функция

Като първа стъпка към разбиране (и моделиране) на икономическия растеж е схващането, че при по-големи обеми на физическия капитал K и работната сила L , както и при по-съвършена технология на производство, произведената продукция Y нараства. Зависимостта на Y от обемите на входните количества² X_i , $i = 1, \dots, n$, на отделните фактори на производство (капитал, труд, енергия, суровини и пр.) се нарича **производствена функция**

$$(5.1) \quad Y = F(X_1, \dots, X_n).$$

(Най-често $n = 2$ и $X_1 = K, X_2 = L$.)

За нея ще формулираме няколко естествени предположения. Най-напред

$$(5.2) \quad F_{X_i} > 0, \quad F_{X_i X_i} < 0, \quad \forall i = 1, \dots, n,$$

където $F_{X_i} := \frac{\partial}{\partial X_i} F(X_1, \dots, X_n)$ и $F_{X_i X_j} := \frac{\partial^2}{\partial X_i \partial X_j} F(X_1, \dots, X_n)$, т.е. увеличаването на всеки ресурс води до нарастване на продукцията, но при увеличението на количествата от ресурса (при фиксирани обеми на останалите ресурси) имаме намаляване на скоростта F_{X_i} на увеличаване (по отношение на него).

Друго предположение е, че производствената функция е положително хомогенна от първа степен

$$(5.3) \quad F(\lambda X_1, \dots, \lambda X_n) = \lambda F(X_1, \dots, X_n), \quad \forall \lambda > 0.$$

²На английски произведената продукция се нарича *output*, а входните количества – *inputs*.

Това свойство се нарича постоянна възвръщаемост по отношение на мащаба и означава, че ако увеличим λ пъти входните ресурси, също толкова пъти нараства и продукцията.

Ако диференцираме (5.3) по λ в точката $\lambda = 1$, получаваме

$$(5.4) \quad \sum_{i=1}^n F_{X_i} X_i = F(X_1, \dots, X_n),$$

което се нарича **формула на Ойлер**.

Пример 5.2. Нека $n = 1$. Тогава от условието (5.3) веднага следва, че $F(X)$ е линейна функция, т.е. $F(X) = aX$, $a = \text{const}$.

Забележка 5.1. Линейната функция не удовлетворява второто условие в (5.2), както и тези, които ще формулираме по-нататък.

Същевременно статистическите данни за повечето икономики типично показват, че една линейна производствена функция не може адекватно да описва икономиката в дълъг период от време. ■

През 1963 г. Инада (Inada) е формулирал условия, които са много полезни при изследване на математическите модели на икономически растеж:

$$(5.5) \quad \lim_{X_i \rightarrow 0} F_{X_i} = +\infty, \quad \lim_{X_i \rightarrow +\infty} F_{X_i} = 0$$

(при произволно *фиксиран* стойности на останалите променливи!).

Забележка 5.2. Сравнете (5.2) и (5.5) с дефиницията на функция на полезност. Един пример, удовлетворяващ тези условия, ни дава функцията

$$F(\dots, X_i, \dots) = \sqrt{X_i}.$$

■

Едно очевидно следствие от (5.3) и (5.5) е, че при наличие на повече ресурси, не е възможно само един ресурс да замести останалите $n - 1$, т.е.

$$(5.6) \quad F(0, \dots, 0, X_i, 0, \dots, 0) = 0, \quad \forall i = 1, \dots, n.$$

(В частния случай, когато $Y = F(K, L)$, това означава, че всяка една от „съставките“ е от решаващо значение за производството, т.е. $F(K, 0) = F(0, L) = 0$.)

За да установим (5.6), ще отбележим, че при фиксирани стойности на X_j , $j \neq i$, е изпълнено

$$\lim_{X_i \rightarrow +\infty} \frac{F(X_1, \dots, X_n)}{X_i} = 0.$$

Това е очевидно, ако числителят е ограничен, а в случай, че

$$\lim_{X_i \rightarrow +\infty} F(X_1, \dots, X_n) = +\infty,$$

прилагаме правилото на Лопитал и второто условие в (5.5). Съгласно (5.3)

$$\frac{F(X_1, \dots, X_n)}{X_i} = F\left(\frac{X_1}{X_i}, \dots, \frac{X_{i-1}}{X_i}, 1, \frac{X_{i+1}}{X_i}, \dots, \frac{X_n}{X_i}\right),$$

което при $X_i \rightarrow +\infty$ ни дава

$$F(0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0) = 0.$$

Умножаваме последното равенство с $X_i > 0$ и получаваме (5.6).

Ще посочим важен пример на производствена функция, използвана много често и носеща името **функция на Коб-Дъглас** (Cobb-Douglas). Нека да приложим микроикономически подход към икономиката като цяло, което – заедно с други съображения – ще ни доведе до нейната конкретна форма. Ако означим с P_i цената на единица обем от i -тия ресурс, а общото ценово равнище на продукцията е P , тогава номиналната „печалба“ от производството е

$$\Pi = PF(X_1, \dots, X_n) - \sum_{i=1}^n P_i X_i.$$

Необходимото условие за оптималност (максимална печалба) е $\Pi_{X_i} = 0$, т.е.

$$(5.7) \quad F_{X_i}(X_1, \dots, X_n) = \frac{P_i}{P}.$$

Оттук, след умножаване с $\frac{X_i}{Y}$, намираме, че еластичността на F относно X_i удовлетворява

$$(5.8) \quad \frac{X_i F_{X_i}}{F} = \frac{P_i X_i}{PY},$$

което показва, че еластичността на F относно X_i е частта от стойността на БВП (равен на PY), която съответства на i -тия ресурс.

Предвид уравнение (5.4) и като се използва условието (5.7), за оптималните обеми на X_i е в сила

$$(5.9) \quad PY = \sum_{i=1}^n P_i X_i.$$

(В частност, горното равенство показва, че максималната стойност на печалбата при тези предположения е нула. Всъщност, така е винаги при свършена конкуренция.)

Пример 5.3 (*Функция на Коб-Дъглас*). Най-често разглежданият случай е когато ресурсите са два: капитал K и труд L . Съответно $Y = F(K, L)$. Условието (5.8) в този случай изглежда по следния начин:

$$\frac{KF_K}{F} = \frac{P_K K}{PY}, \quad \frac{LF_L}{F} = \frac{P_L L}{PY}.$$

Сега $P_L = W$ е номиналната работна заплата, а $P_K = R$ – рентната цена на капитала, а величините в десните страни на горните неравенства са съответните части на капитала и труда. Предвид свойство 5 от стилизираните факти на Калдор (вж. раздел 5.1), можем *приблизително* да предположим, че

$$(5.10) \quad \frac{KF_K}{F} = \alpha = \text{const} > 0, \quad \frac{LF_L}{F} = \beta = \text{const} > 0.$$

Като фиксираме L , от първото условие намираме

$$\frac{\partial}{\partial K}(\ln F - \alpha \ln K) = 0,$$

откъдето

$$F = CK^\alpha, \quad C = C(L) = \text{const}(L).$$

Сега фиксираме K и от второто равенство намираме

$$\frac{K^\alpha C'(L)}{K^\alpha C(L)} = \frac{\beta}{L}.$$

Окончателно следва, че

$$(5.11) \quad F(K, L) = AK^\alpha L^\beta,$$

където A е абсолютна константа. Предвид (5.4) получаваме

$$(5.12) \quad \alpha + \beta = 1.$$

Именно функцията (5.11) при условието (5.12) се нарича функция на Коб-Дъглас.

Забележка 5.3. Предположението (5.10) е изпълнено статистически само приблизително. Когато всички тези свойства са налице, функцията се нарича **неокласическа** производствена функция. ■

Задача 5.1 (*Функции с постоянна еластичност на заместване*). Проверете кои от свойствата на производствената функция $F(K, L)$, формулирани по-горе, са в сила за функцията

$$F(K, L) = (\alpha K^{-\rho} + \beta L^{-\rho})^{-\frac{1}{\rho}},$$

където константите α, β са положителни, а $\rho > -1$ и $\rho \neq 0$. (Функция от този вид се нарича функция с постоянна еластичност на заместване или CES-функция – от constant-elasticity-of-substitution; вж. §1.3.3 от Barro and Sala-i-Martin (1995).)

В заключение ще споменем обичайните начини за отразяване на технологичния напредък. В Barro and Sala-i-Martin (1995), стр. 33, се привеждат няколко дефиниции, които ще формулираме относно производствена функция от вида $F(K, L)$.

Дефиниция 5.4. Ще казваме, че технологичният прогрес е

- а) неутрален по Хикс (Hicks)
- б) неутрален по Харод (Harrod)
- в) неутрален по Солоу (Solow)

ако съответната производствена функция (модифицирана вследствие иновациите) $F(K, L, t)$ има вида

- а) $T(t)F(K, L), \frac{dT}{dt} \geq 0$,
- б) $F(K, A(t)L), \frac{dA}{dt} \geq 0$ (технология, усилваща влиянието на работната сила или, за краткост, увеличаваща работната сила),
- в) $F(B(t)K, L), \frac{dB}{dt} \geq 0$ (технология, усилваща влиянието на капитала или, за краткост, увеличаваща капитала).

5.3 Модел на Солоу-Суон (дискретен вариант)

Означаваме с K_t , L_t , Y_t , S_t и I_t съответно обемите на капитала, труда, производството, спестяванията и инвестициите през периода t . Изходен пункт за модела е уравнението, изразяващо динамиката на капитала в икономиката

$$(5.13) \quad K_{t+1} = K_t - \delta K_t + I_t,$$

където числото $\delta \in (0, 1)$ е коефициентът на амортизация (износване, обезценяване) на капитала. Предполагаме, че

$$(5.14) \quad S_t = I_t,$$

което отразява факта, че в затворена икономика спестяванията са равни на инвестициите (и съответно текущата сметка е нула). Предполагаме също, че склонността към спестяване (норма на спестяване) $s \in (0, 1)$ е постоянна и зададена екзогенно:

$$(5.15) \quad S_t = sY_t.$$

Нека производствената функция

$$Y_t = F(K_t, A_t L_t)$$

да има свойствата, формулирани в раздел 5.2. Темповете на нарастване на технологичния напредък A_t и работната сила L_t означаваме съответно с g и n , т.е.

$$(5.16) \quad A_{t+1} - A_t = gA_t, \quad t = 0, 1, 2, \dots$$

$$(5.17) \quad L_{t+1} - L_t = nL_t, \quad t = 0, 1, 2, \dots$$

Ще преминем от (5.13) към уравнение относно величината, отговаряща на една единица от увеличената работна сила $A_t L_t$, а именно

$$k_t = \frac{K_t}{A_t L_t}, \quad y_t = \frac{Y_t}{A_t L_t} \text{ и т.н.}$$

Следователно

$$i_t = s_t = sy_t = s \frac{F(K_t, A_t L_t)}{A_t L_t} = sF(k_t, 1).$$

Означаваме

$$(5.18) \quad f(k) := F(k, 1).$$

Като разделим (5.13) с $A_t L_t$ намираме

$$\frac{K_{t+1}}{A_{t+1} L_{t+1}} \cdot \frac{A_{t+1} L_{t+1}}{A_t L_t} = k_t(1 - \delta) + s f(k_t),$$

т.е.

$$(5.19) \quad k_{t+1} = a f(k_t) + b k_t,$$

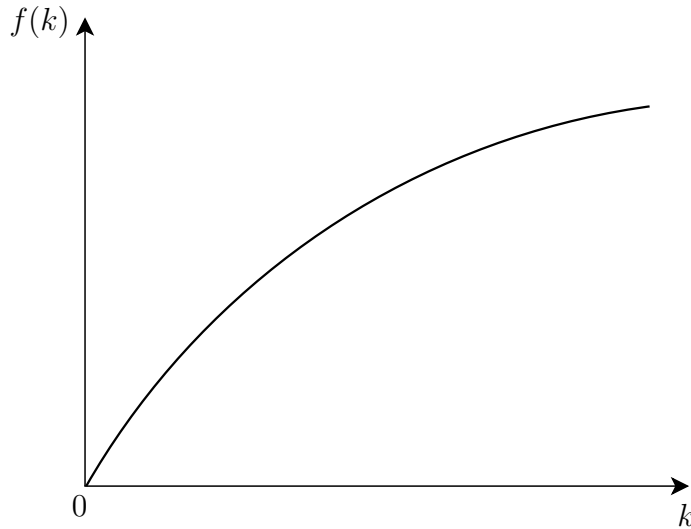
където

$$a = \frac{s}{(1+g)(1+n)}, \quad b = \frac{1-\delta}{(1+g)(1+n)}.$$

Предвид (5.18) и свойствата на функцията F (вж. раздел 5.2), намираме

$$(5.20) \quad \begin{aligned} f'(k) &> 0, \quad f''(k) < 0, \\ \lim_{k \rightarrow 0} f'(k) &= +\infty, \quad \lim_{k \rightarrow +\infty} f'(k) = 0, \end{aligned}$$

откъдето следва, че графиката на функцията $y = f(k)$ има вида, показан на фигура 5.1.



Фигура 5.1: Графиката на $f(k)$

(Сравнете свойствата на $f(k)$ с тези на $y = \sqrt{k}$, което е удобен ориентир при запомнянето им.)

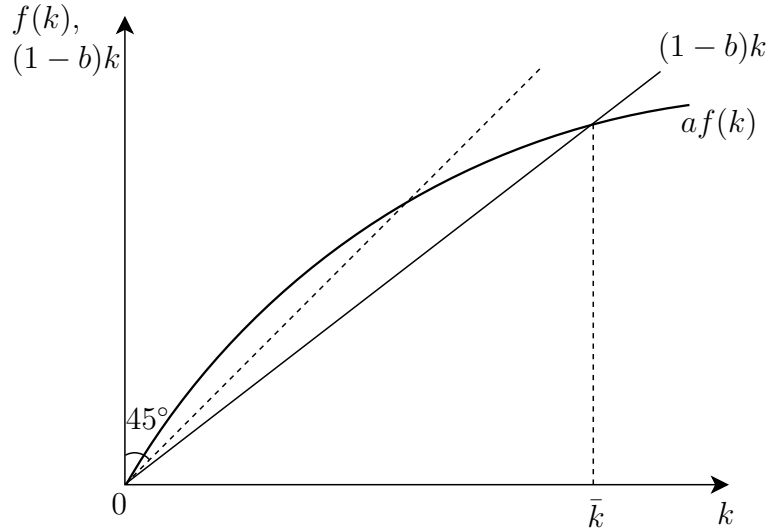
Тъй като решаването на (5.19) в явен вид (при дадена начална стойност k_0 на капитала) е невъзможно при общи предположения, ще се ограничим с изследване на характера на решението му. Обикновено това се реализира в две стъпки:

- намиране на стационарно решение;
- изследване на поведението на решението при малки отклонения от стационарното състояние.

Стъпка 1. Стационарното решение $\bar{k}$ на (5.19) е корен на уравнението

$$(5.21) \quad \bar{k} = af(\bar{k}) + b\bar{k}.$$

Понеже $b \in (0, 1)$ и предвид свойствата на функцията $y = f(k)$, съществуват две решения на (5.21) (вж. фигура 5.2), едното от които е нула, а другото – положително. Оттук нататък с $\bar{k}$ ще означаваме положителното решение.



Фигура 5.2: Графично решение на уравнение (5.21)

Стъпка 2. В малка околност на $\bar{k}$ ще разгледаме величината

$$\hat{k}_t := \frac{k_t - \bar{k}}{\bar{k}} \approx \ln \left(1 + \frac{k_t - \bar{k}}{\bar{k}} \right) = \ln \frac{k_t}{\bar{k}},$$

която се нарича **лог-линеаризация** на k_t и представя отклонението $k_t - \bar{k}$ като част от самото стационарно състояние $\bar{k}$ или, еквивалентно,

процентното отклонение на k_t от стационарното състояние $\bar{k}$. (Грешката в горното приблизително равенство, където $|\hat{k}_t|$ се предполага от $(0, 1)$, е сравнима с $\hat{k}_t^2$. Обосновайте го!)

Като извадим почленно (5.19) и (5.21) и разделим с $\bar{k}$, получаваме

$$(5.22) \quad \hat{k}_{t+1} = a \frac{f(k_t) - f(\bar{k})}{\bar{k}} + b \hat{k}_t.$$

Понеже $f(k_t) - f(\bar{k}) \approx f'(\bar{k})(k_t - \bar{k})$ (Защо?), последното равенство ни дава лог-линеаризацията на (5.19):

$$(5.23) \quad \hat{k}_{t+1} = (af'(\bar{k}) + b) \hat{k}_t.$$

Решението на последното уравнение има вида

$$\hat{k}_t = k_0 \beta^t, \quad \beta = af'(\bar{k}) + b,$$

и то е затихващо (взривно) в зависимост от това дали числото β е по-малко (съответно по-голямо) от 1.

Най-напред ще отбележим, че $f(0) = 0$ ни дава

$$f(\bar{k}) = \bar{k} f'(\varkappa), \quad \varkappa \in (0, \bar{k}),$$

откъдето

$$(5.24) \quad f(\bar{k}) > \bar{k} f'(\bar{k})$$

(предвид $f''(k) < 0$, $f'(k)$ е намаляваща функция).

Следователно

$$(5.25) \quad \beta = af'(\bar{k}) + b < a \frac{f(\bar{k})}{\bar{k}} + b = 1,$$

което показва, че моделът е устойчив, т.е. при стойности на $k_0 > 0$, които са достатъчно близки до $\bar{k}$, решението k_t клони към $\bar{k}$ при $t \rightarrow +\infty$.

За да се убедим в последното твърдение, представяме разликата на (5.19) и (5.21) във вида

$$(5.26) \quad k_{t+1} - \bar{k} = (af'(k_t^*) + b)(k_t - \bar{k}),$$

където k_t^* е точка между k_t и $\bar{k}$. Предвид (5.25), съществува околност V на $\bar{k}$, за която:

$$af'(k) + b < 1, \quad \forall k \in V.$$

Сега от (5.26) следва, че

$$|k_{t+1} - \bar{k}| < \delta^t |k_0 - \bar{k}|^t,$$

където

$$\delta = \max_{k \in W} [af'(k) + b],$$

$W \subset V$ – компакт, съдържащ $\bar{k}$, $k_0 \in W$.

5.4 Модел на Солоу-Суон (непрекъснат вариант)

Моделът на Солоу-Суон (Solow-Swan) често се нарича неокласически модел на икономически растеж. Както в дискретния случай от предходния раздел, и тук ще считаме, че параметърът $s = \text{const} \in (0, 1)$ е зададен екзогенно, за разлика от модела на Рамзи (вж. глава 6), в който нормата на спестяване s е ендогенно определена функция.

Ще запазим обичайните означения от предните раздели, но без индекса t , използван в дискретния случай, тъй като тук $K = K(t)$ и т.н. са функции на аргумента $t \in [0, +\infty)$.

Ще приемем, че работната сила $L(t)$ расте с постоянен темп $n = \text{const} > 0$. С помощта на нормирането $L(0) = 1$ получаваме

$$L(t) = e^{nt}.$$

Разглежда се неокласическа производствена функция

$$Y = F(K, L),$$

(вж. раздел 5.2 за основните предположения за F .)

Ако означим

$$k = \frac{K}{L}, \quad y = \frac{Y}{L},$$

от условието за хомогенност следва, че

$$Y = F(K, L) = LF(k, 1) := Lf(k),$$

което ни дава

$$(5.27) \quad y = f(k)$$

(производствена функция в интензивна форма).

Понеже $Y = Lf(k)$, намираме

$$(5.28) \quad \begin{cases} \frac{\partial Y}{\partial K} = f'(k) > 0, \\ \frac{\partial Y}{\partial L} = [f(k) - kf'(k)] > 0, \end{cases}$$

и от условията на Инада следва, че

$$(5.29) \quad \lim_{k \rightarrow 0} f'(k) = +\infty, \quad \lim_{k \rightarrow +\infty} f'(k) = 0.$$

Да напомним, че всеки от факторите на производство е съществен, т.е.

$$F(0, L) = F(K, 0) = 0,$$

и че функцията на Коб-Дъглас

$$Y = AK^\alpha L^{1-\alpha}, \quad A = \text{const} > 0, \quad \alpha \in (0, 1),$$

е неокласическа производствена функция.

Исходното уравнение за модела на Солоу-Суон е връзката между капитал и инвестиции, като се отчита равенството на последните със спестяването $S = sY$:

$$\dot{K} = I - \delta K \equiv sF(K, L) - \delta K,$$

където $\delta = \text{const} > 0$ отчита амортизирането на капитала. (С точка ще означаваме производната по отношение на времето.) Следователно

$$\frac{\dot{K}}{L} = sf(k) - \delta k,$$

откъдето, предвид

$$\dot{k} = \left(\frac{\dot{K}}{L} \right) = \frac{\dot{K}}{L} - \frac{K}{L^2} \dot{L},$$

получаваме

$$(5.30) \quad \dot{k} = sf(k) - (n + \delta)k.$$

Ще казваме, че икономиката се намира на **равновесна траектория**, ако величините, които я описват $(k, y, c, \dots)$ имат постоянен темп на нарастване (т.е. $\dot{k}/k = \text{const}$ и т.н.).

Забележка 5.5. На английски терминът, използван за равновесна траектория, е *steady state*. Същият термин се използва и за стационарна точка на динамична система. В настоящия контекст това не води до противоречие, понеже за разглеждания модел се доказва, че постоянният темп на нарастване всъщност е нулев (вж. по-долу). По-общо, в англоезичната икономическа литература терминът *steady state* се използва и при постоянен ненулев темп на нарастване, като обикновено изходната динамична система, описваща икономиката, може да се трансформира по подходящ начин, така че на равновесните ѝ траектории да съответстват стационарните точки на трансформираната система. ■

Ще установим, че в модела на Солоу-Суон условието за постоянен темп на растеж всъщност означава, че величините са постоянни. От (5.30) следва, че за равновесната траектория

$$\frac{\dot{k}}{k} = \text{const} = s \frac{f(k)}{k} - (n + \delta),$$

откъдето

$$\frac{f(k)}{k} = \text{const}.$$

Оттук, след диференциране по времето t , намираме

$$0 = \frac{f'(k)\dot{k}}{k} - \frac{f(k)\dot{k}}{k^2} = \frac{\dot{k}}{k} \cdot \frac{kf'(k) - f(k)}{k}.$$

Понеже числителят на последната дроб е положителен (вж. (5.28)), производната $\dot{k} = 0$, т.е. $k(t) = k_0 = \text{const}$ за равновесната траектория. Тогава са постоянни също $y_0 = f(k_0)$ и $c_0 = (1 - s)f(k_0)$, с което твърдението е доказано. Очевидно е, че върху равновесната траектория величините K , Y и C растат с постоянен темп, а именно темпа n на нарастване на работната сила.

За равновесната траектория числото $k = k_0 > 0$ удовлетворява

$$(5.31) \quad sf(k_0) = (n + \delta)k_0.$$

Определяме функцията $k_0 = k_0(s)$ от последното уравнение. Това е възможно, защото

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial k_0} [sf(k_0) - (n + \delta)k_0] &= sf'(k_0) - (n + \delta) = \\ &= \frac{1}{k_0} [k_0 sf'(k_0) - (n + \delta)k_0] = \frac{1}{k_0} [k_0 sf'(k_0) - sf(k_0)] = \\ &= \frac{s}{k_0} [k_0 f'(k_0) - f(k_0)] < 0 \end{aligned}$$

поради (5.28).

Производната на функцията $k_0 = k_0(s)$ е положителна, защото от (5.31) следва, че

$$f(k_0) + sf'(k_0) \frac{dk_0}{ds} = (n + \delta) \frac{dk_0}{ds},$$

откъдето

$$(5.32) \quad \frac{dk_0}{ds} = \frac{f(k_0)}{n + \delta - sf'(k_0)} > 0.$$

След тези бележки можем да изведем т.нар. **златно правило за натрупване на капитала**. За равновесната траектория потреблението на глава от населението

$$c_0 = (1 - s)f(k_0(s)) = f(k_0(s)) - (n + \delta)k_0(s)$$

има производна

$$\frac{dc_0}{ds} = [f'(k_0(s)) - (n + \delta)] \frac{dk_0(s)}{ds}.$$

При малки стойности на s (т.е. за малки $k_0(s)$) тя е положителна (вж. (5.29)), а за големи s – отрицателна. Следователно $c_0(s)$ достига максимума си за онази стойност на s , за която

$$\frac{dc_0}{ds} = 0, \text{ т.е. } f'(k_0(s)) = n + \delta,$$

тъй като производната на k_0 е положителна. Тази стойност на k_0 се означава k_{gold} , съответно s_{gold} , c_{gold} . Смисълът от названието на това правило е, че при този темп на спестяване се осигурява същото (а именно, максимално възможно!) ниво на потребление и за бъдещите поколения, а не се консумира всичко, с което се разполага във фиксиран момент.

Във връзка със стойността s_{gold} трябва да се отбележи, че по-висок коефициент на спестяване е *неефективен*, защото всъщност при него потреблението ще намалее. Това твърдение лесно може да се илюстрира и графично (вж. фигура 5.3).

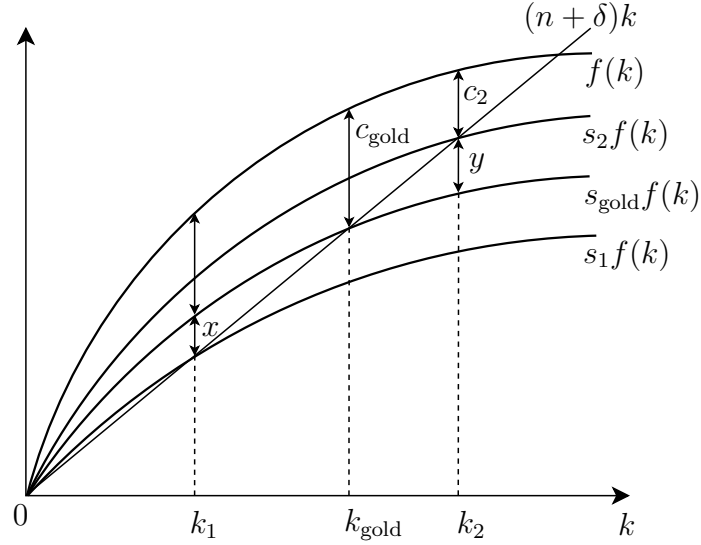
Нека да вземем стойности s_i , $i = 1, 2$, за които $s_1 < s_{\text{gold}} < s_2$. Тогава, предвид (5.32), за съответните стационарни стойности $k_i = k_0(s_i)$, $i = 1, 2$, имаме

$$k_1 < k_{\text{gold}} < k_2.$$

При икономика, в която нормата на спестяване е $s_2 > s_{\text{gold}}$, ще се реализира потребление $c_2 < c_{\text{gold}}$ (тъй като последното е максимално възможно). Ако s_2 се редуцира до s_{gold} , c_2 ще нарасне до c_{gold} (като в началото ще се наблюдава фактически още по-голяма стойност). Това показва, че при $s > s_{\text{gold}}$ икономиката не функционира ефективно.

За $s_1 < s_{\text{gold}}$, потреблението $c_1 < c_{\text{gold}}$ ще нарасне до максималната стойност след първоначален преходен период с намалено потребление.

Нека стойността на s е фиксирана по някакъв начин (евентуално може да бъде и неоптимална). Ще разгледаме динамиката на прехода към стационарната стойност k_0 в зависимост от началната стойност $k(0)$



Фигура 5.3: Графична илюстрация на златното правило за натрупване на капитала (x – начално намаляване на потреблението, y – начално нарастване на потреблението)

на капитала $k(t)$. От основното уравнение (5.30) се вижда, че темпът на растеж на $k(t)$

$$(5.33) \quad \gamma_k := \frac{\dot{k}}{k} = s \frac{f(k)}{k} - (n + \delta)$$

е положителен при малки стойности на k и отрицателен – при големи. (За да се убедите в това, приложете правилото на Лопитал и свойства (5.29)). На фигура 5.4 е илюстрирано поведението на $k(t)$ при начална стойност $k(0) < k_0$ (съответно $k(0) > k_0$). Скоростта на прехода към равновесието е толкова по-малка, колкото $k(0)$ е по-близо до k_0 .

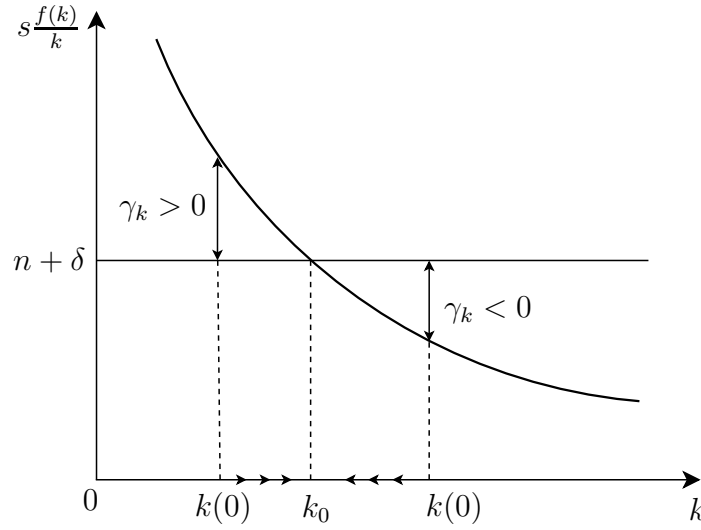
По-нататък темпът на растеж $\dot{\varphi}/\varphi$ на функцията $\varphi(t)$ ще означаваме с γ_φ . Например (вж. равенството непосредствено преди (5.30))

$$\gamma_K := \frac{\dot{K}}{K} = \frac{\dot{K}}{L} \cdot \frac{L}{K} = \frac{1}{k}(\dot{k} + kn) = \gamma_k + n,$$

т.е. темпът на растеж на общия обем на капитала $K(t)$ е равен на темпа на растеж на капитала на глава от населението $\gamma_k(t)$, увеличен с темпа n на растеж на населението.

Аналогично бихме могли да изучим темпа на растеж на производството на глава от населението (вж. (5.33)):

$$(5.34) \quad \gamma_y := \frac{\dot{y}}{y} = \frac{f'(k)\dot{k}}{f(k)} = \frac{kf'(k)}{f(k)}\gamma_k = sf'(k) - (n + \delta)\text{Sh}(k),$$

Фигура 5.4: Динамика на прехода към стационарната стойност k_0

където величината

$$\text{Sh}(k) := \frac{kf'(k)}{f(k)}$$

се нарича **дял на капитала**³ (като част от общия доход).

След диференциране относно k , намираме

$$\begin{aligned} \frac{\partial \gamma_y}{\partial k} &= sf''(k) - (n + \delta) \frac{(kf'' + f')f - k(f')^2}{f^2} = \\ &= sf''(k) - (n + \delta) \frac{kf''}{f} - (n + \delta) \left[1 - \frac{kf'}{f} \right], \end{aligned}$$

т.е. предвид (5.30)

$$(5.35) \quad \frac{\partial \gamma_y}{\partial k} = \frac{f''(k)k}{f(k)} \gamma_k - \frac{(n + \delta)f'(k)}{f(k)} [1 - \text{Sh}(k)].$$

Понеже $0 < \text{Sh}(k) < 1$ (Защо?), последното събираемо в дясната страна на (5.35) е отрицателно. Когато $\gamma_k \geq 0$, тогава и първото събираемо е неположително и в крайна сметка $\frac{\partial \gamma_y}{\partial k} < 0$. Следователно при тези условия γ_y намалява при нарастване на k (когато всъщност и y

³Като пояснение на този термин ще напомним, че възвращаемостта от единица капитал е пределната (маргиналната) производителност $f'(k)$. Следователно $kf'(k)$ е доходът на глава, получен от собствениците на капитал. Тогава $kf'(k)/y$ е дялът на дохода от капитал в общия доход y .

расте – вж. (5.34) за знака на $\frac{dy}{dt}$. Да напомним, че $\gamma_k \geq 0$ е изпълнено при $k \leq k_0(s)$.

При условие, че $\gamma_k < 0$ (т.е. $k > k_0$), знакът на $\frac{\partial \gamma_y}{\partial k}$ не може да се определи (при максимално общите предположения за $f(k)$). Можем да кажем, обаче, че ако икономиката е много близо до стационарното състояние (т.е. $k - k_0$ е много малко), тогава $\gamma_k > 0$ ще бъде много малко и следователно отново $\frac{\partial \gamma_y}{\partial k} < 0$.

Тъй като $s = \text{const}$ в модела на Солоу-Суон, от равенството $c = (1 - s)y$ следва, че поведението на γ_c съвпада с това на γ_y .

От израза за γ_k намираме

$$\frac{d\gamma_k}{dk} = s \left[f'(k) - \frac{f(k)}{k} \right] \frac{1}{k} < 0,$$

т.е. при по-малки стойности на k съответно темпът γ_k е по-голям. Зависимостта на темпа на растеж на k от различни начални стойности $k(0)$ е изучавана за различни групи страни (вж. Barro and Sala-i-Martin (1995), стр. 26-29). Получените резултати показват, че за близки икономики (отделни щати в САЩ) зависимостта между темпа на растеж на y (годишен доход на глава от населението) и $\ln y$ връзката е практически линейна.

Задача 5.2. Нека

$$Y = AK^\alpha L^{1-\alpha}, \quad A = \text{const}, \quad \alpha \in (0, 1), \quad \text{т.е. } f(k) = Ak^\alpha.$$

Покажете, че

$$\begin{aligned} k_0 &= \left(\frac{sA}{n + \delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}, \\ y_0 &= A^{\frac{1}{1-\alpha}} \left[\frac{s}{n + \delta} \right]^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}, \\ \gamma_k &= sAk^{-(1-\alpha)} - (n + \delta), \\ \gamma_y &= \alpha\gamma_k. \end{aligned}$$

Намерете решението на (5.30) в този конкретен случай, при условие, че началната стойност $k(0)$ е известна.

Задача 5.3. Покажете, че ако темпът на растеж $\gamma_k = \text{const}$, тогава случаят на технологичен прогрес, увеличаващ както капитала, така

и труда, т.е.

$$Y = F(KB(t), LA(t)), \quad B(t) = e^{zt}, \quad A(t) = e^{xt},$$

е еквивалентен с технологичен прогрес, увеличаващ само труда (вж. Barro and Sala-i-Martin (1995), стр. 54-55).

5.5 Допълнителни бележки и литература

Функционални форми от типа на функцията на Коб-Дъглас за първи път са използвани в икономически изследвания през първите десетилетия на 20-ти век. Названието на функцията идва от имената на Ч. Коб и П. Дъглас, които са работили върху моделиране на производството (вж. Cobb and Douglas, 1928).

Първите варианти на модела на Солоу-Суон са изследвани в публикациите Solow (1956) и Swan (1956).

Терминът *златно правило за натрупване на капитал* е използван от Е. Фелпс в Phelps (1966).

Обстойно изложение на теориите за икономическия растеж се съдържа в Barro and Sala-i-Martin (1995).

Моделиране на икономическия растеж при ендогенна норма на спестяване. Модел на Рамзи-Кас-Купманс.

6.1 Увод

Едно от основните предположения на модела на Солоу-Суон, разгледан в глава 5, е това за постоянна и екзогенно зададена норма на спестяване. Това допускане е проблематично поради две взаимосвързани съображения. Първо, от емпирична гледна точка делът на спестяванията в дохода се изменя във времето. Второ, спестяванията са резултат от решенията на икономическите агенти и е желателно те да са ендогенна величина в един модел на растеж.

Горните съображения могат да бъдат отчетени, ако в моделите се предвиди възможност икономическите агенти да оптимизират по потреблението, съответно спестяванията си. Класически пример за такъв модел е моделът на Рамзи-Кас-Купманс (Ramsey-Cass-Koopmans).

6.2 Модел на Рамзи-Кас-Купманс (дискретен вариант)

Предполагаме, че съществува един представителен (типичен) потребител с безкраен хоризонт на планиране по времето. Този агент предлага фиксирано количество труд на пазара и избира по оптимален начин потреблението си c_t във всеки период $t = 0, 1, 2, \dots$. Полезността от потреблението c_t се измерва с величината $U(c_t)$, където

$$U : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$$

е **функция на полезност**. Приемаме, че U е гладка функция, за която $U'(c) > 0$ и $U''(c) < 0$, $\forall c \in [0, +\infty)$. Като фиксираме дисконтов фактор $\beta \in (0, 1)$, тоталната полезност от потреблението $c = \{c_t\}_{t=0}^{\infty}$ ще измерваме с

$$(6.1) \quad u(c) = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(c_t).$$

Наличието на множителя β^t показва, че полезността от отложеното за по-късен период потребление е по-ниска (като този ефект е по-силен, когато β е по-близо до 0).

Предполага се, че частта от продукцията y_t , която не се консумира в периода t (това е количеството $y_t - c_t$), се инвестира с цел да се формира капиталът k_{t+1} , определящ производството през следващия период. Обемът на продукцията $y_t = f(k_t)$ се задава с неокласическа производствена функция (вж. раздел 5.2). Общото количество ресурси, подлежащи на разпределение, е сума от y_t и капитала k_t , намален с амортизираната му част.

Така стигаме до следната връзка за динамиката на капитала в икономиката

$$(6.2) \quad c_t + k_{t+1} = f(k_t) + (1 - \delta)k_t,$$

където $\delta \in (0, 1)$ е амортизационният коефициент (амортизационна норма).

Разглеждаме следната оптимизационна задача с безкраен хоризонт във времето:

$$(6.3) \quad \begin{cases} \text{Търси се безкраен вектор } c = \{c_t\}, \quad t = 0, 1, \dots, \\ c_t \geq 0, \text{ за който:} \\ \text{а) } u(c) \rightarrow \max \\ \text{б) е изпълнено условието (6.2), } \forall t = 0, 1, 2, \dots \\ \text{в) } k_0 \text{ — дадено.} \end{cases}$$

(Ако си послужим с терминология от теорията на оптималното управление, бихме казали, че $\{c_t\}_{t=0}^{\infty}$ е **управляваща променлива**, а $\{k_t\}_{t=1}^{\infty}$ – **фазова променлива**.)

Ще използваме (без доказателство!) следната процедура за намиране на *необходимите условия* за задачата (6.3):

1) С помощта на числата $\mu_t \geq 0$ (множители на Лагранж) дефинираме функцията на Лагранж:

$$(6.4) \quad \mathcal{L}(c, \mu, k) = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(c_t) + \sum_{t=0}^{\infty} \mu_t [f(k_t) + (1 - \delta)k_t - c_t - k_{t+1}];$$

2) Записваме необходимите условия, а именно:

$$(6.5) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_t} = 0, \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial k_{t+1}} = 0, \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mu_t} = 0, \quad t = 0, 1, 2, \dots,$$

които в конкретния случай имат вида ($t = 0, 1, 2, \dots$):

$$(6.6) \quad \begin{aligned} \text{а)} \quad & \beta^t U'(c_t) = \mu_t, \\ \text{б)} \quad & \mu_t = \mu_{t+1} [f'(k_{t+1}) + 1 - \delta], \\ \text{в)} \quad & \text{условията (6.2),} \end{aligned}$$

към които трябва да добавим и т.нар. **условие за трансверсалност**

$$(6.7) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \mu_t k_{t+1} = \lim_{t \rightarrow \infty} \beta^t U'(c_t) k_{t+1} = 0.$$

От (6.6) а) и б) следва

$$(6.8) \quad \frac{\beta U'(c_{t+1})}{U'(c_t)} = \frac{\mu_{t+1}}{\mu_t} = \frac{1}{1 + f'(k_{t+1}) - \delta}.$$

Следователно c_t и k_t удовлетворяват *нелинейната* система от диференчни уравнения (вж. (6.6) б) и в))

$$(6.9) \quad \begin{cases} U'(c_t) = \beta U'(c_{t+1}) [1 + f'(k_{t+1}) - \delta], \\ c_t + k_{t+1} = f(k_t) + (1 - \delta)k_t, \end{cases}$$

към която трябва да добавим началното условие k_0 и условието (6.7), което фактически е формулирано за $t = +\infty$. Така получаваме т.нар. двуточкова задача, чието изследване е по-сложно от изследването на обичайната задача с начални данни (когато биха били известни напр. k_0 и c_0). За да добием представа за поведението на решението на (6.9), ще

следваме модела на изследване от параграф 5.3, т.е. намираме стационарните състояния и изследваме поведението на решението в околност на всяко от тях.

Стационарното състояние $\bar{c} = c_t$, $\bar{k} = k_t$, $\forall t = 0, 1, 2, \dots$, удовлетворява системата (предвид $U'(\bar{c}) > 0$):

$$(6.10) \quad \begin{cases} 1 = \beta[1 + f'(\bar{k}) - \delta] \\ \bar{c} = f(\bar{k}) - \delta\bar{k}. \end{cases}$$

Като въведем означението $\beta = \frac{1}{1+\rho}$, $\rho > 0$, получаваме

$$f'(\bar{k}) = \rho + \delta, \text{ т.е. } \bar{k} = (f')^{-1}(\rho + \delta),$$

след което определяме $\bar{c}$ от второто уравнение в (6.10). Числото $\bar{c}$ е също строго положително, защото допускането, че $\bar{c} \leq 0$ води до неравенството

$$\frac{f(\bar{k})}{\bar{k}} \leq \delta < \delta + \rho = f'(\bar{k}),$$

което е невъзможно (вж. параграф 5.3).

Забележка 6.1. На базата на системата (6.9) можем да установим кога оптималното потребление ще нараства между два съседни периода, т.е. $c_{t+1} > c_t$. Имаме

$$\begin{aligned} c_{t+1} > c_t &\Leftrightarrow \frac{U'(c_t)}{U'(c_{t+1})} > 1 \Leftrightarrow \beta[1 + f'(k_{t+1}) - \delta] > 1 \Leftrightarrow \\ f'(k_{t+1}) &> \frac{1}{\beta} - 1 + \delta = \rho + \delta = f'(\bar{k}) \Leftrightarrow k_{t+1} < \bar{k}. \end{aligned}$$

Последното показва, че когато капиталът в следващия период ще бъде под стационарната си стойност, то бъдещата възвращаемост върху него (измерена с предельния продукт на капитала в следващия период, $f'(k_{t+1})$) е висока в сравнение с дисконтовия фактор. Тогава потребителят има стимул да отложи част от текущото си потребление, за да увеличи капитала и производството през следващия период, и така да има по-голямо потребление.

Имаме също така

$$k_{t+1} > k_t \Leftrightarrow f(k_t) + (1 - \delta)k_t - c_t > k_t \Leftrightarrow f(k_t) - \delta k_t > c_t,$$

което има интерпретацията, че капиталът в икономиката нараства когато производството надвишава сумата на потреблението и амортизацията. ■

Следващата стъпка е да лог-линеаризираме системата (6.9) в околност на стационарното решение. Да напомним въведеното в параграф 5.3 понятие: за променливата дискретна функция x_t въвеждаме (в околност на точката $\bar{x} \neq 0$) нейната лог-линейна променлива

$$\hat{x}_t := \frac{x_t - \bar{x}}{\bar{x}} \approx \ln \left(\frac{x_t}{\bar{x}} \right).$$

Ще посочим няколко прости правила за лог-линеаризация. Нека най-напред

$$z_t = f(x_t, y_t),$$

където f е диференцируема функция. (Разглеждането на случай само с два аргумента x_t, y_t е направено за простота.) Ще лог-линеаризираме последното равенство в околност на точката $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$, $z = f(\bar{x}, \bar{y})$, където всяка от компонентите е различна от нула. От приблизителното равенство (линейна апроксимация)

$$z_t - \bar{z} \equiv f(x_t, y_t) - f(\bar{x}, \bar{y}) \approx f_x(\bar{x}, \bar{y})(x_t - \bar{x}) + f_y(\bar{x}, \bar{y})(y_t - \bar{y})$$

следва, че

$$(6.11) \quad \hat{z}_t = \frac{f_x(\bar{x}, \bar{y})}{f(\bar{x}, \bar{y})} \bar{x} \hat{x}_t + \frac{f_y(\bar{x}, \bar{y})}{f(\bar{x}, \bar{y})} \bar{y} \hat{y}_t$$

и в частност (при само един аргумент)

$$(6.12) \quad \widehat{f(x_t)} = \frac{f'(\bar{x})}{f(\bar{x})} \bar{x} \hat{x}_t.$$

От последното равенство се вижда, че лог-линеаризацията на диференчното уравнение

$$x_{t+1} = f(x_t)$$

в околност на стационарната точка $\bar{x} = f(\text{bar } x) \neq 0$ има вида

$$\hat{x}_{t+1} = f'(\bar{x}) \hat{x}_t$$

(какъвто случай бе разгледан в параграф 5.3). Важни следствия от (6.11) са следните релации:

$$(6.13) \quad \begin{aligned} \text{а) } & \widehat{x_t y_t} = \hat{x}_t + \hat{y}_t, \\ \text{б) } & \widehat{\left(\frac{x_t}{y_t} \right)} = \hat{x}_t - \hat{y}_t \\ \text{в) } & \widehat{x_t + y_t} = \frac{\bar{x}}{\bar{x} + \bar{y}} \hat{x}_t + \frac{\bar{y}}{\bar{x} + \bar{y}} \hat{y}_t, \\ \text{г) } & \widehat{x_t^\alpha} = \alpha \hat{x}_t. \end{aligned}$$

Задача 6.1. Нека $g(x, y)$ е диференцируема функция, за която $g_y(\bar{x}, \bar{y}) \neq 0$, $\bar{x} \neq 0$, $\bar{y} \neq 0$. Покажете, че ако от уравнението

$$g(x_t, y_t) = 0$$

може да се определи y_t като функция на x_t , тогава

$$\hat{y}_t = -\frac{g_x(\bar{x}, \bar{y})}{g_y(\bar{x}, \bar{y})} \frac{\bar{x}}{\bar{y}} \hat{x}_t.$$

Упътване. Използвайте приблизителното равенство

$$0 \approx g_x(\bar{x}, \bar{y}) \bar{x} \hat{x}_t + g_y(\bar{x}, \bar{y}) \bar{y} \hat{y}_t.$$

Лог-линеаризацията на първото уравнение в (6.9) ще получим чрез правилата (6.13):

$$\widehat{U'(c_t)} = \hat{\beta} + \widehat{U'(c_{t+1})} + [1 - \delta + \widehat{f'(k_{t+1})}],$$

откъдето

$$\frac{U''(\bar{c})}{U'(\bar{c})} \bar{c} \hat{c}_t = 0 + \frac{U''(\bar{c})}{U'(\bar{c})} \bar{c} \hat{c}_{t+1} + \frac{f'(\bar{k})}{1 - \delta + f'(\bar{k})} \widehat{f'(k_{t+1})},$$

откъдето окончателно намираме

$$(6.14) \quad \hat{c}_{t+1} - \frac{\beta f''(\bar{k}) \bar{k}}{R(\bar{c})} \hat{k}_{t+1} = \hat{c}_t, \quad R(\bar{c}) := -\frac{U''(\bar{c}) \bar{c}}{U'(\bar{c})} > 0.$$

Лог-линеаризацията на второто уравнение в (6.9) има вида

$$\frac{\bar{c}}{\bar{c} + \bar{k}} \hat{c}_t + \frac{\bar{k}}{\bar{c} + \bar{k}} \hat{k}_{t+1} = \frac{f(\bar{k})}{(1 - \delta)\bar{k} + f(\bar{k})} \widehat{f(k_t)} + \frac{(1 - \delta)\bar{k}}{(1 - \delta)\bar{k} + f(\bar{k})} \hat{k}_t$$

или, предвид (6.10),

$$\bar{c} \hat{c}_t + \bar{k} \hat{k}_{t+1} = \bar{k} [f'(\bar{k}) + 1 - \delta] \hat{k}_t,$$

откъдето окончателно намираме

$$(6.15) \quad \hat{k}_{t+1} = \frac{1}{\beta} \hat{k}_t - \frac{\bar{c}}{\bar{k}} \hat{c}_t.$$

Вместо да разглеждаме директно системата (6.14)-(6.15), изключваме променливата $\hat{c}_t$ от (6.15):

$$\hat{c}_t = \frac{\bar{k}}{\bar{c}} \left(\frac{1}{\beta} \hat{k}_t - \hat{k}_{t+1} \right)$$

и я заместваме в (6.14). Това води до следното диференчно уравнение от втори ред:

$$(6.16) \quad \hat{k}_{t+2} - \left(\frac{1}{\beta} + 1 - \frac{\beta \bar{c} f''(\bar{k})}{R(\bar{c})} \right) \hat{k}_{t+1} + \frac{1}{\beta} \hat{k}_t = 0.$$

Дискриминантата на характеристичния полином $p(\lambda)$ на (6.16) удовлетворява

$$\Delta = \left(\frac{1}{\beta} + 1 - \frac{\beta \bar{c} f''(\bar{k})}{R(\bar{c})} \right)^2 - \frac{4}{\beta} \geq \left(1 - \frac{1}{\beta} - \frac{\beta \bar{c} f''(\bar{k})}{R(\bar{c})} \right)^2 \geq 0,$$

т.е. корените λ_1, λ_2 са реални. Тъй като $\lambda_1 \lambda_2 = \frac{1}{\beta} > 1$ и $\lambda_1 + \lambda_2 = 1 + \frac{1}{\beta} - \frac{\beta \bar{c} f''(\bar{k})}{R(\bar{c})} > 2$, те са положителни. Понеже $p(\lambda) = (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2)$ и

$$p(1) = (1 - \lambda_1)(1 - \lambda_2) = 1 - (\lambda_1 + \lambda_2) + \lambda_1 \lambda_2 = -\frac{\beta \bar{c} f''(\bar{k})}{R(\bar{c})} < 0,$$

установяваме, че единият корен, напр. λ_1 , е от интервала $(0, 1)$, а другият, λ_2 , е строго по-голям от 1. Понеже решенията на (6.16) имат вида (при $\Delta \neq 0$):

$$\hat{k}_t = C - 1\lambda_1^t + C_2\lambda_2^t, \quad C_1, C_2 - \text{константи},$$

затихващо решение можем да получим само в случай, че $C_2 = 0$. Тъй като

$$\begin{aligned} \hat{c}_t &= \frac{\bar{k}}{\bar{c}} \left(\frac{1}{\beta} C_1 \lambda_1^t + \frac{1}{\beta} C_2 \lambda_2^t - C_1 \lambda_1^{t+1} - C_2 \lambda_2^{t+1} \right) = \\ &C_1 \left(\frac{1}{\beta} - \lambda_1 \right) \lambda_1^t + C_2 \left(\frac{1}{\beta} - \lambda_2 \right) \lambda_2^t, \end{aligned}$$

поведението и на тази променлива е същото.

Полученият резултат показва, че съществува само едно възможно ограничено затихващо решение, при което променливата (c_t, k_t) се връща към равновесното положение $(\bar{c}, \bar{k})$. (Сравнете с поведението на фазовите траектории на диференциална система 2×2 в околност на особена точка от тип „седло“.)

Задача 6.2. 1) Напишете системата (6.9) в случай, че $U(c) = \ln c$, $f(k) = Ak^\alpha$, $\delta = 1$.

2) Намерете решението на системата в явен вид.

6.3 Допълнителни бележки и литература

Част IV

Приложения

Сведения за диференчни уравнения

При дискретния динамичен анализ се работи с функции, които са постоянни във всеки от интервалите

$$[x_0 + kh, x_0 + (k + 1)h], \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Числото x_0 (обикновено $x_0 = 0$) се нарича начален момент, а числото h – стъпка (т.е. дължина на интервала, която зависи от конкретния модел – напр. година или тримесечие). Множеството от функционални стойности $a_k = f(x_0 + kh)$ на всяка такава функция е числова редица $\{a_k\}$.

Обикновено текущият индекс k за номер на интервала се означава с t , $t = 0, 1, 2, \dots$, а функцията – с f_t . Наред с всяка такава функция се разглеждат и последователните разлики от първи, втори и т.н. ред:

$$\begin{aligned} \Delta f_t &= f_{t+1} - f_t, \quad t = 0, 1, \dots, \\ \Delta^2 f_t &= \Delta f_{t+1} - \Delta f_t, \quad t = 0, 1, \dots, \\ &\dots \end{aligned}$$

Диференчно уравнение от n -ти ред е релация от вида

$$F(t, f_t, \Delta f_t, \dots, \Delta^n f_t) = 0$$

т.е.

$$G(t, f_t, f_{t+1}, \dots, f_{t+n}) = 0,$$

където f_t е неизвестна функция.

Всъщност, ще се ограничим с **линейни диференчни уравнения от n -ти ред**:

$$(A.1) \quad a_n(t)f_{t+n} + \dots + a_0(t)f_t = g_t,$$

където g_t (дясна страна) и $a_0(t), \dots, a_n(t)$ (коэффициенти) са дадени функции. (Предполагаме винаги, че $a_0(t) \neq 0$ и $a_n(t) \neq 0$.)

Очевидно е следното

Твърдение А.1 (Теорема за съществуване и единственост). *За произволни числа $F_0, \dots, F_{n-1}$ (начални стойности) съществува единствено решение f_t на (A.1), за което*

$$f_t = F_t, \quad t = 0, \dots, n-1.$$

В случай, че в (A.1) функцията $g_t \equiv 0$, то уравнението се нарича **хомогенно**.

Твърдение А.2. *Ако f_t^u е фиксирано частно решение на (A.1), то всяко негово решение f_t има вида*

$$f_t^u + z_t,$$

където z_t е подходящо решение на хомогенното уравнение, съответстващо на (A.1).

Най-напред ще опишем множеството от решения на хомогенното уравнение

$$(A.2) \quad \sum_{i=0}^n a_i(t)z_{t+i} = 0.$$

Всяка линейна комбинация

$$\sum_{k=1}^m c_k z_t^k, \quad c_k \in \mathbb{R}^1,$$

от решения на (A.2) е също решение. Т.е. множеството от решения на (A.2) е линейно пространство (линейно подпространство на линейното пространство на всички редици в $\mathbb{R}^1$).

Твърдение А.3. Решенията $z_t^1, \dots, z_t^n$ на (А.2) са линейно независими тогава и само тогава, когато $C(0) \neq 0$, където

$$(A.3) \quad C(t) = \begin{vmatrix} z_t^1 & z_t^2 & \dots & z_t^n \\ z_{t+1}^1 & z_{t+1}^2 & \dots & z_{t+1}^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ z_{t+n-1}^1 & z_{t+n-1}^2 & \dots & z_{t+n-1}^n \end{vmatrix}.$$

Доказателство. Нека $C(0) \neq 0$. Да допуснем, че съществуват числа c_k , $\sum_{k=1}^n |c_k| \neq 0$, за които

$$(A.4) \quad \sum_{k=1}^n c_k z_t^k = 0, \quad \forall t = 0, 1, \dots$$

(т.е. че $z_t^1, \dots, z_t^n$ са линейно зависими).

За $t = 0, \dots, n-1$ от (А.4) получаваме линейна система за $c_1, \dots, c_n$. Понеже детерминантата от коефициенти е различна от нула, следва че

$$c_1 = c_2 = \dots = c_n = 0,$$

т.е. $z_t^1, \dots, z_t^n$ са линейно независими.

Обратно, нека $z_t^1, \dots, z_t^n$ да са линейно независими и да допуснем, че $C(0) = 0$. Тогава съществува нетривиално решение $c_1^0, \dots, c_n^0$ на системата

$$\sum_{i=1}^n z_t^i c_i^0 = 0, \quad t = 0, \dots, n-1.$$

Следователно

$$v_t = \sum_{k=1}^n c_k^0 z_t^k$$

е решение на (А.2), което удовлетворява нулеви начални данни.

Според Твърдение А.1

$$v_t \equiv 0.$$

Следователно $z_t^1, \dots, z_t^n$ са линейно зависими, което противоречи на предположението. Оттук следва $C(0) \neq 0$. ■

Задача А.1. Докажете, че

$$C(t+1) = (-1)^n \frac{a_n(t)}{a_0(t)} C(t), \quad \forall t = 0, 1, 2, \dots$$

Задача А.2. Докажете, че

$$C(0) \neq 0 \Leftrightarrow C(t) \neq 0, \forall t = 0, 1, 2, \dots$$

Твърдение А.4. Множеството от решения на хомогенното уравнение (А.2) е n -мерно линейно пространство.

Доказателство. Решенията z_t^i , $i = 1, \dots, n$, с начални данни

$$z_0^i = 0, \dots, z_i^i = 1, \dots, z_{n-1}^i = 0,$$

са линейно независими. Всяко друго решение z_t е линейна комбинация $\sum_{i=1}^n c_i z_t^i$ на горепосочените решения ($c_i = z_{i-1}$, $i = 1, \dots, n$). ■

В частния случай на **линейно диференчно уравнение с постоянни коефициенти**

$$(A.5) \quad z_{t+n} + d_{n-1}z_{t+n-1} + \dots + d_0z_t = 0,$$

където $d_0, \dots, d_{n-1}$ са числа, можем да посочим явно всички решения. Тук ще се ограничим с необходимите за курса сведения, като за повече информация насочим читателя към литературата, цитирана в параграф 4.6.

На (А.5) отговаря еднозначно характеристичното уравнение

$$(A.6) \quad \lambda^n + d_{n-1}\lambda^{n-1} + \dots + d_0 = 0.$$

Ако корените на (А.6) са реални и различни: $\lambda_1, \dots, \lambda_n$, тогава всички решения на (А.5) се получават от формулата

$$(A.7) \quad \sum_{i=1}^n C_i \lambda_i^t,$$

с подходящи константи $C_1, \dots, C_n$.

Ако λ е k -кратен корен на (А.6), тогава в аналога на формула (А.7) участват следните k функции:

$$\lambda^t, t\lambda^t, \dots, t^{k-1}\lambda^t.$$

Ако $\lambda = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ е комплексен корен на (А.6), тъй като коефициентите му по предположение са реални, комплексно-спрегнатото

число $\bar{\lambda}$ е също корен (със същата кратност!). Реалнозначно решение на (A.6) се получава като вместо λ^t и $\bar{\lambda}^t$ използваме функциите

$$r^t \cos t\theta, \quad r^t \sin t\theta,$$

като в случай на кратност $k > 1$, получаваме от тях общо $2k$ функции чрез умножаване с $t, t^2, \dots, t^{k-1}$.

Накрая ще формулираме и правило за намиране на частно решение на нехомогенното уравнение (A.1) (в случай, че то е с постоянни коефициенти!), когато дясната му страна има специалния вид:

$$g_t = r^t(P(t) \cos \theta t + Q(t) \sin \theta t),$$

където $r, \theta \in \mathbb{R}^1$, а P и Q са алгебрични полиноми от степени p и q съответно.

В случай, че числото $s = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ е k -кратен корен на характеристичния полином на съответното хомогенно уравнение, тогава частното решение се търси във вида

$$F_t = t^k r^t(R(t) \cos \theta t + S(t) \sin \theta t),$$

където R и S са полиноми (с неизвестни коефициенти) от степен $\max(p, q)$.

Пример А.1 (*Числа на Фибоначи*). Числа на Фибоначи се наричат числата f_t от редицата

$$0, 1, 1, 2, 3, 5, \dots$$

Те се получават по правилото $f_{t+2} = f_{t+1} + f_t$, като $f_0 = 0$, $f_1 = 1$. Съответното характеристично уравнение е

$$\lambda^2 - \lambda - 1 = 0$$

с корени

$$\lambda_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}.$$

Следователно

$$f_t = c_1 \lambda_1^t + c_2 \lambda_2^t,$$

като с помощта на началните данни намираме

$$c_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}, \quad c_2 = -\frac{1}{\sqrt{5}}.$$

Пример А.2. За да намерим всички решения на уравнението

$$(A.8) \quad y_{t+2} - 4y_{t+1} + 4y_t = 3^t(5t + 1),$$

най-напред определяме корените на характеристичния полином на хомогенното уравнение:

$$\lambda^2 - 4\lambda + 4 = 0.$$

Понеже те са $\lambda_1 = \lambda_2 = 2$, всички решения на хомогенното уравнение са

$$y_t^{\text{хом}} = C_1 \cdot 2^t + C_2 \cdot t \cdot 2^t, \quad C_1, C_2 - \text{произволни константи.}$$

В случая

$$g_t = 3^t(5t + 1),$$

т.е. $\theta = 0$, $s = 3$, $k = 0$, $p = 1$, $q = 0$ (вж. формулираното по-горе правило за намиране на частно решение). Частното решение на (A.8) ще търсим във вида

$$y_t^{\text{ч}} = 3^t(at + b), \quad a, b - \text{неизвестни коефициенти.}$$

Заместваме в (A.8) и получаваме

$$3^{t+2} \cdot [a(t+2) + b] - 4 \cdot 3^{t+1} \cdot [a(t+1) + b] + 4 \cdot 3^t \cdot (at + b) = 3^t \cdot (5t + 1).$$

Оттук, след като разделим с 3^t и сравним коефициентите, намираме $a = 5$, $b = -29$. Следователно всички решения на (A.8) се дават с формулата

$$y_t = y_t^{\text{хом}} + 3^t(5t - 29).$$

Задача А.3. Напишете всички решения на уравненията

- 1) $y_{t+2} - 4y_{t+1} + 4y_t = 2^t(5t + 1),$
- 2) $y_{t+2} + y_t = 2^t(t + 1) \cos \frac{\pi}{2}t + 4^t \sin \frac{\pi}{3}t.$

Упътване. Частното решение на последното уравнение търсете във вида $y_t^{\text{ч}} + z_t^{\text{ч}}$, където първото събираемо е решение на $y_{t+2} + y_t = 2^t(t + 1) \cos \frac{\pi}{2}t$, а второто – на $z_{t+2} + z_t = 4^t \sin \frac{\pi}{3}t$.

Библиография

Катя Беярова, Боян Велев и Иван Пипев. *Икономически теории*. ИК „Хермес“, 2000.

Мариела Ненова. *Макроикономически анализ на финансовите потоци*. Амброзия НТ, 2006.

Robert J. Barro and Xavier Sala-i-Martin. *Economic Growth*. McGraw-Hill Book Co., New York, 1995.

Richard Barth and William Hemphill. *Financial Programming and Policy: The Case of Turkey*. IMF Institute, 2000.

Peter Bofinger, Eric Mayer, and Timo Wollmershäuser. The BMW model: Simple macroeconomics for closed and open economies — a requiem for the IS/LM-AS/AD and the Mundell-Fleming model. Economic Paper 35, Universität Würzburg, July 2002a.

Peter Bofinger, Eric Mayer, Timo Wollmershäuser, Oliver Hülsewig, and Robert Schmidt. The BMW model: a new framework for teaching monetary macroeconomics in closed and open economies. Economic Paper 34, Universität Würzburg, July 2002b.

William H. Branson. *Macroeconomic Theory and Policy*. Harper and Row, 3 edition, 1989.

Charles W. Cobb and Paul H. Douglas. A theory of production. *The American Economic Review*, 18(1):139–165, March 1928.

Rudiger Dornbusch, Stanley Fischer, and Richard Startz. *Macroeconomics*. McGraw-Hill/Irwin, 9 edition, 2004.

Giancarlo Gandolfo. *Economic Dynamics*. North-Holland, Amsterdam, 1971.

- Samuel Goldberg. *Introduction to Difference Equations*. John Wiley, New York, 1965.
- John R. Hicks. *A Contribution to the Theory of the Trade Cycle*. Clarendon Press, 1950.
- James K. Kenkel. *Dynamic Linear Economic Models*. Gordon and Breach Science Publishers, New York, 1974.
- N. Gregory Mankiw. *Macroeconomics*. Worth Publishers, 5 edition, 2002.
- Edmund S. Phelps. *Golden Rules of Economic Growth*. Norton, New York, 1966.
- Frank P. Ramsey. A mathematical theory of saving. *Economic Journal*, 38 (152):543–559, 1928.
- David Romer. Keynesian macroeconomics without the LM curve. *Journal of Economic Perspectives*, 14(2):149–169, 2000.
- David Romer. Short-run fluctuations. Mimeo, January 2006.
- Paul A. Samuelson. Interactions between the multiplier analysis and the principle of acceleration. *Review of Economic Statistics*, 21:75–78, 1939a.
- Paul A. Samuelson. A synthesis of the principle of acceleration and the multiplier. *Journal of Political Economy*, 47:786–797, 1939b.
- Adam Smith. *An Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations*. Oxford University Press, selected edition, 2008. Original edition 1776.
- Robert M. Solow. A contribution to the theory of economic growth. *Quarterly Journal of Economics*, 70(1):65–94, 1956.
- Nancy Stokey and Robert E. Lucas. *Recursive Methods in Economic Dynamics*. Harvard University Press, Cambridge, 1989.
- Trevor W. Swan. Economic growth and capital accumulation. *Economic Record*, 32:334–361, 1956.

Азбучен указател

- абсорбция, 44
- агрегиране, 6
- акселератор, 105
- банки, 8
- безработица
 - циклична, 75
 - естествена норма, 75
 - фрикционна, 75
- безработни, 62
- бизнес цикъл, 69
- брутен национален доход (БНД), 31
- брутен национален продукт (БНП), 31
- брутен национален разполагаем доход (БНРД), 31
- брутен опериращ излишък, 22
- брутен смесен доход, 22
- брутен вътрешен продукт (БВП), 18
 - номинален, 27
 - реален, 27
- брутна продукция, 18
- бюджетно салдо, 61
 - касово, 61
 - първично, 61
- централна банка, 9
- дефлатор, 29
- дискреция, 87
- добавена стойност, 18
- домакинства, 8
- двуметрична задача, 151
- дял на капитала, 145
- фазова променлива, 151
- финансова сметка, 43
- финансово посредничество, 9
- фирми, 8
- фискална политика, 10
- формула на Ойлер, 132
- функция на Коб-Дъглас, 133
- функция на полезност, 150
- функция на загубите, 79
- иконометрия, 15
- икономическа политика
 - мерки, 7
- икономически агент, 7
- икономически неактивно население, 62
- икономика
 - отворена, 10
 - затворена, 10
- инфлация, 32
 - средна, 35
 - в края на периода, 35
- инвестиционен коефициент, 105
- компенсация на наетите, 22
- консолидирана фискална програма (КФП), 58
- котировка, 37
 - обратна, 37
 - права, 37
- крива на Филипс, 73, 74

- лихвен процент
 - номинален, 72
 - реален, 72
 - реален равновесен, 73
- линейно диференчно уравнение
 - хомогенно от n -ти ред, 160
 - от n -ти ред, 160
 - с постоянни коефициенти, 162
- лог-линеаризация, 138
- междинно потребление, 18
- международна инвестиционна позиция, 48
- мултипликатор
 - статичен, 102
- нерезиденти, 46
- нетен опериращ излишък, 23
- нетен вътрешен продукт, 23
- обезкуражени лица, 62
- пари, 51
 - функции на, 51
- паричен отчет, 51
- паричен съвет, 55
- парична политика, 9
 - прости правила за, 84
- паяжинен модел, 98
- платежен баланс, 43
 - аналитично представяне, 45
 - стандартно представяне, 45
- постоянна възвръщаемост по отношение на мащаба, 132
- потенциално производство, 69
 - отклонение от, 72
- потоци, 42
- потребление
 - очаквано, 101
- потребление на основен капитал, 23
- правителство, 9
- пределна склонност към потребление, 101
- пределна склонност към спестяване, 101
- предприятия, 8
- производствена функция, 131
 - неокласическа, 135
- работна сила, 61
- работоспособно население, 62
- равновесна траектория, 141
- размери (запаси), 41
- резервни пари, 58
- сектори, 7
 - икономически, 10
 - институционални, 7
- сезонност, 35
- спестяване
 - очаквано, 101
- спестявания
 - национални, 44
 - вътрешни, 44
- широки пари М3, 54
- шокове, 71
- текуща сметка, 43
- тренд, 33, 67
- управляваща променлива, 151
- уравнение с разпределени закълнения, 101
- условие за трансверсалност, 151
- валутен курс, 36
 - ефективен, 40
 - номинален, 39
 - реален, 39
 - реален ефективен, 41
- външен дълг, 46
 - брутен, 48
 - нетен, 48
- вътрешен кредит, 54
- заети, 61
- златно правило за натрупване на капитала, 143