17. Параметрични уравнения на равнина

Векторно параметрично уравнение. Нека π е равнина, т.$P_0 \in \pi$ и неколинеарните вектори v_1 и v_2 да са компланарни с π. Ако т.$P \in \pi$, то тогава $\overrightarrow{P_0P}, v_1, v_2$ са компланарни и следователно съществуват числа λ_1, λ_2, такива че $\overrightarrow{P_0P} = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2$. Обратното също е в сила: ако съществуват числа λ_1, λ_2, за които $\overrightarrow{P_0P} = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2$, то тогава $\overrightarrow{P_0P}, v_1, v_2$ са компланарни.
Нека K е координатна система с начало т.O и нека r, r_0 са радиус векторите съответно на т.P и т.P_0, т.е. $r = \overrightarrow{OP}$ и $r_0 = \overrightarrow{OP_0}$.
$\overrightarrow{P_0P} = \overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OP_0} = r - r_0$. От тук следва, че т.$P \in \pi$. Това е така тогава и само тогава, когато съществуват числа λ_1, λ_2, за които е изпълнено

$$r - r_0 = \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2$$

или

$$r = r_0 + \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 \tag{1}$$

. Това уравнение се нарича векторно параметрично уравнение на равнината π.

Скаларно параметрично уравнение. Нека спрямо координатната система $K = Oxyz$, точките P, P_0 и векторитеv_1, v_2 имат съответно координати: $P(x, y, x)$, $P_0(x_0, y_0, z_0)$, $v_1(a_1, b_1, c_1)$, $v_2(a_2, b_2, c_2)$. Тогава векторното параметрично уравнение на π е еквивалентно на три уравнения, които се получават от разписването покоординатно, т.е:

$$\pi : \begin{cases} x = x_0 + \lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2, \\ y = y_0 + \lambda_1 b_1 + \lambda_2 b_2, \\ z = z_0 + \lambda_1 c_1 + \lambda_2 c_2. \end{cases} \tag{2}$$

Параметрични уравнения на равнина минаваща през три неколинеарни точки. Нека равнината π е зададена чрез три неколинеарни точки P_1, P_2, P_3. Нека спрямо $K =)xyz$ точките има координати съответно $P_i(a_i, b_i, c_i)$, за $i = 1, 2, 3$. Нека сега положим $P_0 = P_1, v_1 = \overrightarrow{P_1P_2}, v_2 = \overrightarrow{P_1P_3}$,т.е. $v_1(x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$, $v_2(x_3 - x_1, y_3 - y_1, z_3 - Z - 1)$ и да заместим в (2):

$$\pi : \begin{cases} x = x_0 + \lambda_1(x_2 - x_1) + \lambda_2(x_3 - x_1), \\ y = y_0 + \lambda_1(y_2 - y_1) + \lambda_2(y_3 - y_1), \\ z = z_0 + \lambda_1(z_2 - z_1) + \lambda_2(z_3 - z_1). \end{cases} \tag{3}$$

или това е еквивалентно на

$$\pi : \begin{cases} x = (1 - \lambda_1 - \lambda_2)x_1 + \lambda_1 x_2 + \lambda_2 x_3, \\ y = (1 - \lambda_1 - \lambda_2)x_1 + \lambda_1 y_2 + \lambda_2 y_3, \\ z = (1 - \lambda_1 - \lambda_2)x_1 + \lambda_1 z_2 + \lambda_2 z_3. \end{cases} \tag{4}$$