Тест по Геометрия
за студентите по информатика – III курс
Вариант 1

1. (1 т.) Спрямо афинна координатна система в E_2^* са дадени правите $g_1[u_1;v_1;w_1]$ и $g_2[u_2;v_2;w_2]$. Те имат само една обща точка, която крайна, ако:

а) $\frac{u_1}{u_2} \neq \frac{v_1}{v_2} = \frac{w_1}{w_2}$; б) $\frac{u_1}{u_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{w_1}{w_2}$; в) $\frac{u_1}{u_2} = \frac{v_1}{v_2} \neq \frac{w_1}{w_2}$.

пресичат се — съвпадат — успоредни

2. (1 т.) Спрямо афинна координатна система в E_3^* са дадени равнините $\alpha_1[A_1;B_1;C_1;D_1]$ и $\alpha_2[A_2;B_2;C_2;D_2]$. Те нямат обща крайна права, ако:

а) $\frac{A_1}{A_2} \neq \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} \neq \frac{D_1}{D_2}$; б) $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} \neq \frac{D_1}{D_2}$; в) $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2}$.

крайна пресекателна — успоредни — съвпадат

3. (2 т.) Спрямо афинна координатна система в E_3^* са дадени равнината $\alpha[1;-2;1;3]$ и правата $g = \{A(2;0;-3;-1), B(1;2;3;0)\}$ Взаимното им положение е:

Век не В е безкрайна

а) имат само 1 обща безкрайна точка; б) g лежи в α; в) имат само 1 обща крайна точка.

4. (3 т.) Линейната трансформация зададена с матрицата C, спрямо афинна координатна система в E_3^* е централно проектиране, ако:

а) $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$; б) $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$; в) $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

5. (2 т.) Спрямо афинна координатна система в E_3^* са дадени точката $M(1;1;1;0)$ и трансформацията $\varphi: \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ t' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 3 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$. Образът M' на точката M лежи в равнината:

$(2,-1,1,3)$ заместваме и гледаме кое е 0

а) $\alpha[1;-1;0;1]$ б) $\alpha[2;3;-4;1]$ в) $\alpha[1;1;1;-3]$.

6. (3 т.) Спрямо афинна координатна система в E_2^* са дадени правата $g[0;0;1]$ и трансформацията $\varphi: \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ t' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ t \end{pmatrix}$. Образът g' на правата g е:

Тези са ред! → Това $\cdot C^{-1}$

а) $g'[1;1;-1]$ б) $g'[1;0;1]$ в) $g'[1;1;1]$.

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 2 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & -1 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 1 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{array}\right)$$

$$(0,0,1) \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = (1,1,1)$$

В

7. (2 т.) Спрямо ортонормирана координатна система в E_2 е дадена трансформацията

$$\varphi: \begin{cases} x' = \frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{1}{2}y \\ y' = \frac{1}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{2}y \end{cases}$$

Тя е:

COS −SIN
SIN COS

а) транслация; б) осева симетрия; в) ротация.

Има ~~Някое~~ SIN и COS т.к. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ и $\frac{1}{2}$ cos и sin 60°

Само свободни

8. (2 т.) Спрямо ортонормирана координатна система в E_3 е дадена трансформацията

$$\varphi: \begin{cases} x' = -\frac{1}{2}x - \frac{\sqrt{3}}{2}y \\ y' = \frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{1}{2}y \\ z' = z + 1 \end{cases}$$

. Тя е:

I LOVE MAMA!

а) транслация; б) симетрия относно равнина; в) винтово движение.

не поради същата причина

9. (1 т.) Матрицата $\begin{pmatrix} 1 & -l/m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -n/m & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ задава наведена аксонометрична проекция с проекционна равнина $\pi[0;1;0;0]$. Ако $\frac{l}{m} = \frac{n}{m} = x$, то тя е кавалиерна перспектива при:

а) $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$; б) $x = \frac{1}{2\sqrt{2}}$; в) $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

щото така и е матрицата

10. (3 т.) Спрямо ортонормирана координатна система в пространството $\overline{K} = \overline{O}\overline{e}_1\overline{e}_2\overline{e}_3$ е заден куб $\overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D}\overline{A}_1\overline{B}_1\overline{C}_1\overline{D}_1$ с върхове $\overline{A}(0;0;0;1)$, $\overline{B}(1;0;0;1)$, $\overline{D}(0;1;0;1)$, $\overline{A}_1(0;0;1;1)$. В наведена аксонометрична проекция с проекционна равнина $\pi[0;1;0;0]$ и матрица $\begin{pmatrix} 1 & -0{,}15 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0{,}15 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ образът на куба е:

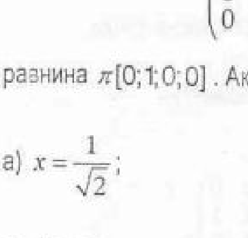
$e_1(1,0,0)$
$e_2\left(-\frac{l}{m}, 0, -\frac{n}{m}\right)$
$e_3(0,0,1)$

$-\frac{l}{m} = -\frac{n}{m} = -0{,}15$

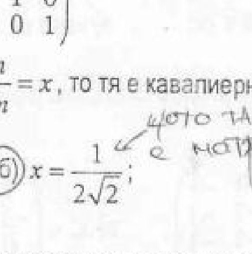
$\sqrt{2 \cdot 0{,}15^2}$

$0{,}15\sqrt{2} = 0{,}21$

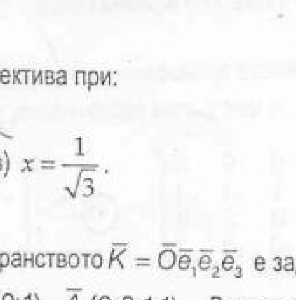
а)



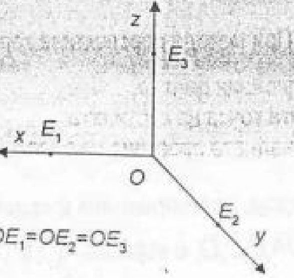
б)



в)



11. (1 т.) На чертежа са изобразени аксонометричните оси на:

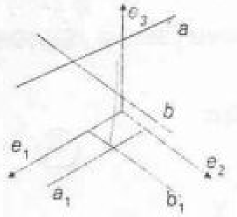


а) военна перспектива

б) кабинетна проекция => p=q=r

в) кавалиерна перспектива

12. (2 т.) На чертежа са изобразени в аксонометрия правите $\overline{a}(a,a_1)$ и $\overline{b}(b,b_1)$. Изобразените прави са:

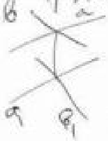


а) пресекателни; б) успоредни; в) кръстосани

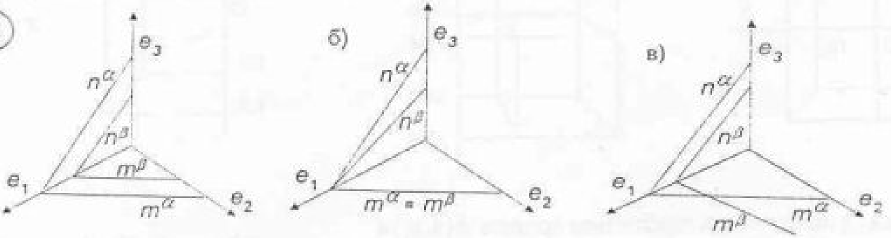
в трябва да са

със сигурност

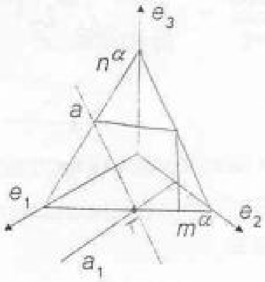
НЕ са



13. (2 т.) На кой от чертежите изобразените в аксонометрия равнини $\overline{\alpha}[m^\alpha, n^\alpha]$ и $\overline{\beta}[m^\beta, n^\beta]$ са успоредни:



14. (3 т.) На чертежа са изобразени в аксонометрия правата $\overline{a}(a,a_1)$ и равнината $\overline{\alpha}[m^\alpha, n^\alpha]$. Взаимното им положение в пространството е:



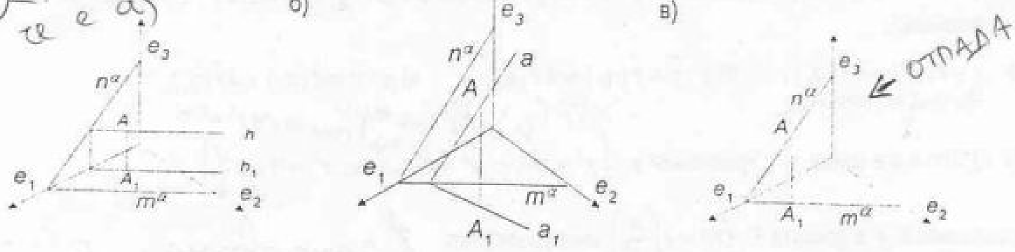
а) $\overline{a}$ е успоредна на $\overline{\alpha}$; - имат обща точка -T

б) $\overline{a}$ лежи в $\overline{\alpha}$;

в) $\overline{a}$ пресича $\overline{\alpha}$ ← примерно :)

15. (3 т.) На чертежите са изобразени в аксонометрия точката $\overline{A}(A,A_1)$ и равнината $\overline{\alpha}[m^\alpha, n^\alpha]$. На кой от чертежите точката $\overline{A}(A,A_1)$ лежи в $\overline{\alpha}[m^\alpha, n^\alpha]$;

а) ← ясно е че е а)



Fuck the Sister!

16. (1 т.) При метода перспектива хоризонтът минава през

а) проекционния център;

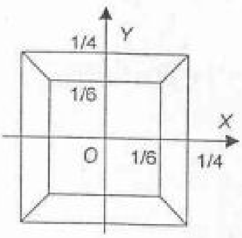
б) главната точка на картината

в) ортогоналната проекция на проекционния център в предметната равнина.

17. (3 т.)Спрямо ортонормирана координатна система в пространството $\overline{K} = \overline{O}\overline{e}_1\overline{e}_2\overline{e}_3$ е заден куб $\overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D}\overline{A}_1\overline{B}_1\overline{C}_1\overline{D}_1$ с върхове $\overline{A}(0;0;0;1)$, $\overline{B}(1;0;0;1)$, $\overline{D}(0;1;0;1)$, $\overline{A}_1(0;0;1;1)$. В перспектива с проекционна равнина ~~$\pi[0;0;1;0]$~~ $\pi[0,0,1,1]$, център $S(\frac{1}{2};\frac{1}{2};-2;1)$ и матрица $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -0,5 \\ 0 & 1 & 0 & -0,5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} = C$

образът на куба е:

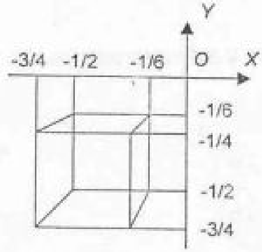
а)

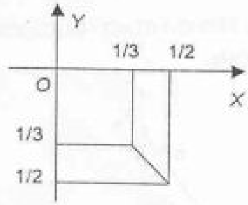


б)

$C \cdot \overline{A}_1 = (-0,5, -0,5, 0, 3)$

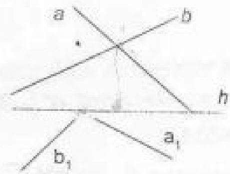
$\Rightarrow$ има точка с $(-\frac{1}{6}, -\frac{1}{6}, 0)$





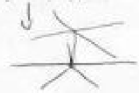
Кин Дзя Дзя

2т) 18. На чертежа са изобразени в перспектива правите $\overline{a}(a, a_1)$ и $\overline{b}(b, b_1)$. Изобразените прави са:

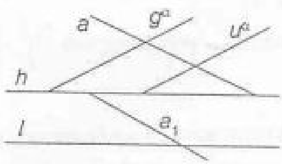


ако се пресичат вкупчене и   ако се пресичат в/у h

а) пресекателни;   б) успоредни;   в) кръстосани



3т) 19. На чертежа са изобразени в перспектива правата $\overline{a}(a, a_1)$ и равнината $\overline{\alpha}(g^{\alpha}, u^{\alpha})$. Взаимното им положение в пространството е:



а) $\overline{a}$ лежи в $\overline{\alpha}$;   б) $\overline{a}$ пресича $\overline{\alpha}$;   в) $\overline{a} \parallel \overline{\alpha}$.

20. (1 т.) Дадена е крива γ с уравнение $\gamma : r = \vec{r}(q)$ Допирателната g в точката P, $\overrightarrow{OP} = \vec{r}(q_0)$ има уравнение;

а) $g : \vec{y} = \vec{r}(q_0) + \lambda\dot{\vec{r}}(q_0)$;   б) $g : \vec{y} = \dot{\vec{r}}(q_0) + \lambda\dot{\vec{r}}(q_0)$;   в) $g : \vec{y} = \dot{\vec{r}}(q_0) + \lambda\vec{r}(q_0)$.

Допирателна

$\Rightarrow \lambda\dot{\vec{r}}(q_0) \Rightarrow \parallel$ вектори $\parallel$ на допирателната

21. (3 т.) Дадена е крива γ с уравнения $\gamma : \left\{ x^1 = \sin q;\ x^2 = 1 - \cos q;\ x^3 = 4\sin\frac{q}{2} \right\}$

Допирателната g в точката P, $\overrightarrow{OP} = \vec{r}\left(\frac{\pi}{2}\right)$ има уравнения:

Заместваме с $\frac{\pi}{2}$ (вътре) $\Rightarrow$ $x_1 = 1$, $x_2 = 1$, $x_3 = 4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow$ Производната и заместваме там!

$\dot{x}_1 = 0$

$\dot{x}_2 = 1$

$\dot{x}_3 = \sqrt{2}$

$\Rightarrow$ а) $\begin{cases} x^1 = x_1 + \dot{x}_1 \\ x^2 = x_2 + \dot{x}_2 \\ x^3 = x_3 + \dot{x}_3 \end{cases}$

а) $g:\begin{cases} x^1 = 1 \\ x^2 = 1+\lambda \\ x^3 = 2\sqrt{2}+\sqrt{2}\lambda \end{cases}$; б) $g:\begin{cases} x^1 = 1+\lambda \\ x^2 = \lambda \\ x^3 = 1+\sqrt{2}\lambda \end{cases}$; в) $g:\begin{cases} x^1 = 1+\lambda \\ x^2 = 1 \\ x^3 = 2\sqrt{2}+\sqrt{2}\lambda \end{cases}$.

Shake your asses!

22. (3 т.) Дадена е крива γ с уравнения $\gamma:\left\{x^1 = \sin q;\ x^2 = 1-\cos q;\ x^3 = 4\sin\frac{q}{2}\right\}$ Нормалната равнина α в точката P, $\overrightarrow{OP} = \vec{r}\left(\frac{\pi}{2}\right)$ има уравнение:

равнина $\perp$ донир. в-р

смятаме като в 2ра

а) $\alpha: x^1 + x^2 - \sqrt{2}x^3 - 2 = 0$; б) $\alpha: x^2 + \sqrt{2}x^3 - 5 = 0$; в) $\alpha: x^1 + \sqrt{2}x^3 - 5 = 0$.

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix} \to$ донир. в-р

$\Rightarrow \alpha = 0x_1 + x_2 + \sqrt{2}x_3 + D \Rightarrow$ заместваме OP в α $\Rightarrow 1+4 = -D \Rightarrow D = -5$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2\sqrt{2} \end{pmatrix} \to \overrightarrow{OP}$ $\Rightarrow$

23. (1 т.) Ако $P\vec{t}\vec{n}\vec{b}$ е триедърът на Френе в точка P на кривата γ, то ректифициращата равнина е:

~~а) $P\vec{t}\vec{n}$~~; ← което няма b б) $P\vec{b}\vec{n}$; в) $P\vec{t}\vec{b}$. ← той пише!

24. (1 т.) Кривата γ с уравнение $\gamma: r = \vec{r}(q)$ е отнесена към естественият си параметър, ако:

а) $\vec{r}^{\,2}(q) = 1$; б) $\dot{\vec{r}}^{\,2}(q) = 1$; ← So by the lectures в) $\ddot{\vec{r}}^{\,2}(q) = 1$.

25. (2 т.) Ако във всяка точка на една равнинна крива γ кривината $\kappa = 0$, то γ е:

а) права; б) окръжност; в) винтова линия.

26. (2 т.) Ако във всяка точка на една крива γ торзията $\tau = 0$, то следва,че:

$\tau = 0 \Rightarrow$ равнинна фигура

а) $\vec{t} = const$; б) $\vec{n} = const$; в) $\vec{b} = const$.

заширатена нагоре навътре

27. (2 т.) Кривината κ на кривата $\gamma:\{x^1 = 2+2q;\ x^2 = 3+q;\ x^3 = -q\}$ е:

а) 1; κ б) 0; ← щото е права в) −1.

$x_1 = 2+2q$
$x_2 = 3+q$
$x_3 = -q$

28. (2 т.) Торзията τ на кривата $\gamma:\{x^1 = e^q;\ x^2 = \ln q;\ x^3 = 2\}$ е:

а) $\frac{2q}{(1+2q^2)^2}$; б) $\frac{1}{2}$; в) 0. ← щото е равнинна фигура

29. (3 т.) Ако $P\vec{t}\vec{n}\vec{b}$ е триедърът на Френе в точка P на кривата γ, то смесеното произведение $\vec{b}\vec{t}\vec{t}'$ е равно на:

а) τ; б) κ; в) $\kappa\tau$.

$\dot{\vec{t}} = -\kappa . n$

$t'(\vec{t}) = \kappa\vec{n} \Rightarrow \vec{b}\vec{t}\kappa\vec{n}$, но $\vec{b}\times\vec{t} = \vec{n}$, а $\vec{n}^2 = 1$

$\Rightarrow \kappa$