

I. Дадени са линейно независимите вектори \vec{a} и \vec{b} , $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ и $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \gamma$.

$$\vec{OA} = \vec{a}, \vec{OB} = \vec{a} \times \vec{b}, \vec{OC} = (\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{a}.$$

а) Нека M е медицентър на триъгълник ABC . Ако $|\vec{OM}| = \frac{\sqrt{6}}{6}$ да се намери γ .

б) Ако $\gamma = \frac{\pi}{3}$, да се пресметне обема на тетраедъра $OABC$.

II. В пространството спрямо ортонормирана координатна система са дадени правите:

$$a: \begin{cases} x = 6 - 2s \\ y = s \\ z = s \end{cases}, \quad b: \begin{cases} x - 2 = 0 \\ y + z + 2 = 0 \end{cases}$$

и равнината $\alpha: x - 3y - z + 15 = 0$.

Да се намерят:

а) Трансверзалата на правите a и b , перпендикулярна на равнината α .

б) Да се намери лицето на триъгълник OAB , където $A = Oxz \cap a$, $B = Oxz \cap b$ и $O(0, 0, 0)$.

III. Да се намери аналитично представяне на централното проектиране $\psi: E_1^* \rightarrow$

α с център безкрайната точка на правата $l: \begin{cases} x - 2y - t = 0 \\ y + z - 3t = 0 \end{cases}$ върху равнината

$$\alpha: x + 2y + z + t = 0.$$

Да се намери образът на произволна точка от правата Oz при ψ .

IV. Спрямо ортонормирана координатна система $K: O\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ е дадена правата

$$g: \begin{cases} x = 1 + k \\ y = 0 \\ z = k \end{cases}.$$

Да се намери аналитично задаване спрямо K на въртаното отражение

$\varphi = \rho_x(\theta) = \sigma_x$, с ос на ротация g , $\theta = \frac{\pi}{3}$ и равнината на симетрията α

минаваща през началото $O(0, 0, 0)$.