Вариант А

1 зад. Дадени са линейно независимите вектори $\vec{a}$ и $\vec{b}$, като $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ и $\sphericalangle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{3}$. Нека $\overrightarrow{OA} = \vec{a} \times \vec{b}, \overrightarrow{OB} = \vec{b} \times (\vec{a} \times \vec{b}), \overrightarrow{OC} = 2\vec{a}$.

а) Да се докаже, че векторите $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ са линейно независими;

б) Ако т.H е петата на височината от върха O към страната BC на триъгълник BOC, да се изрази вектора $\overrightarrow{OH}$ чрез $\vec{a}$ и $\vec{b}$;

в) Нека т.M е медицентърът на триъгълник ABC. Да се намери дължината на вектора OM.

2 зад. Спрямо ОКС $K=Oxyz$ в пространството са дадени точките $A(1, 1, -1)$, $B(0, 1, 0)$, $C(2, 0, -4)$ и $M(3, 2, 1)$, и равнината β: $x + 2y + 3z - 24 = 0$.

а) Да се намери разстоянието от точка C до правата AB;

б) Да се намерят координатите на точката M', ортогонално – симетрична на точка M относно равнината β.

3 зад. Спрямо ОКС $K=Oxy$ в равнината е дадена кривата k от втора степен:

$$k: x^2 + 6xy + y^2 + 20x + 12y + 24 = 0.$$

Да се намери метрично канонично уравнение на кривата k, както и последователните координатни трансформации, чрез които даденото уравнение се преобразува в канонично.

Вариант Б

1 зад. Дадени са линейно независимите вектори $\vec{a}$ и $\vec{b}$, като $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$ и $\sphericalangle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2\pi}{3}$. Нека $\overrightarrow{OA} = 2\vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b} \times (\vec{a} \times \vec{b}), \overrightarrow{OC} = \vec{a} \times \vec{b}$.

а) Да се докаже, че векторите $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ са линейно независими;

б) Ако т.H е петата на височината от върха O към страната BA на триъгълник BOA, да се изрази вектора $\overrightarrow{OH}$ чрез $\vec{a}$ и $\vec{b}$;

в) Нека т.M е медицентърът на триъгълник ABC. Да се намери дължината на вектора OM

2 зад. Спрямо ОКС $K=Oxyz$ в пространството са дадени точките $A(1, 1, -1)$, $B(0, 1, 0)$, $C(2, 0, -4)$ и $M(3, 2, 1)$, и равнината β: $x + 2y + 3z - 24 = 0$.

а) Да се намери разстоянието от точка C до правата AB;

б) Да се намерят координатите на точката M', ортогонално – симетрична на точка M относно равнината β.

3 зад. Спрямо ОКС $K=Oxy$ в равнината е дадена кривата k от втора степен:

$$k: x^2 + 6xy + y^2 + 20x + 12y + 24 = 0.$$

Да се намери метрично канонично уравнение на кривата k, както и последователните координатни трансформации, чрез които даденото уравнение се преобразува в канонично.