Име.................. Презиме........................ Фамилия ....

Фак. Номер.................. Група.......... Курс.......... Специалност..............................

Вариант А

Зад. 1. Дадени са векторите $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ такива, че

$$|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 2, \quad (\vec{a},\vec{b})_{\angle} = (\vec{b},\vec{c})_{\angle} = \frac{\pi}{3}, \quad (\vec{a},\vec{c})_{\angle} = \frac{\pi}{2}$$

Нека $\quad \vec{OA} = (\vec{a}\times\vec{b})\times\vec{c}, \quad \vec{OB} = \vec{a}\times\vec{b}, \quad \vec{OC} = \vec{c}$.

а) Да се намери обемът на тетраедъра $OABC$.

б) Ако H е петата на височината през върхът O на триъгълникът AOC, да се изрази $\vec{OH}$ като линейна комбинация на векторите $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

Зад. 2. Дадени са точки $M(1, 5, 0)$, $B(5, 0, 3)$, $A(3, 1, 3)$, правите

$$a: \begin{cases} x + z - 1 = 0 \\ 2y - z - 4 = 0 \end{cases}, \qquad b: \begin{cases} x = 1 + 2s \\ y = 4 - 2s \\ z = -3 + 3s \end{cases},$$

и равнината

$$\alpha : y - z - 2 = 0.$$

а) Да се намери трансверзала на правите a и b, минаваща през точка A.

б) Светлинен лъч l минава през точката M, отразява се от равнината α и отразения лъч l' минава през точката B. Да се намерят уравненията на l и l'.

в) Да се намери лицето на триъгълник ABM.

Зад. 3. В равнината спрямо ортонормирана координатна система $K: Oxy$ са дадени точките $A(0, 2)$, $B(2, 2)$ и правите

$$a : x + y - 2 = 0,$$
$$b : x - 3y + 4 = 0.$$

а) Да се намери снопа криви от втора степен, допиращи се до правата a в точка A и до правата b в точка B.

б) Да се докаже че онази крива от снопа за която т. $O(0, 0)$ и правата

$$g : x - 3y + 8 = 0$$

са полюс и поляра има уравнение:

$$k : x^2 - 2xy + y^2 + 2x - 6y - 8 = 0.$$

в) Да се намери метрично канонично уравнение на кривата k както и последователните координатни трансформации чрез които даденото уравнение се преобразува в канонично.

Приятна работа!

1)

Име.................... Презиме.................... Фамилия....................

Фак. Номер.................... Група.......... Курс.......... Специалност....................

Вариант Б

Зад. 1. Дадени са векторите $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ такива, че

$$|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 2, \qquad (\vec{a}, \vec{b})_{\angle} = (\vec{b}, \vec{c})_{\angle} = \frac{\pi}{3}, \qquad (\vec{a}, \vec{c})_{\angle} = \frac{\pi}{2}.$$

Нека

$$\vec{OA} = \vec{a} + \vec{c}, \qquad \vec{OB} = (\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} + \vec{a}, \qquad \vec{OC} = \vec{c}.$$

а) Да се намери лицето на триъгълник ABC.

б) Ако H е петата на височината през върхът C на триъгълникът ABC, да се изрази $\vec{CH}$ като линейна комбинация на векторите $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

Зад. 2. Дадени са точки $P(2, 0, -4)$, $Q(0, -5, -2)$, $R(1, 3, 1)$, правите

$$a: \begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = -1 + 2\lambda \\ z = 4\lambda \end{cases}, \qquad b: \begin{cases} x = -2 + 3\mu \\ y = -1 \\ z = 4 - 4\mu \end{cases}$$

и равнината $\beta: x - 2y - 4z + 3 = 0$.

а) Да се намери трансверзалата на правите a и b, перпендикулярна на равнината β.

б) Светлинен лъч l минава през точката P, отразява се от равнината β и отразения лъч l' минава през точката Q. Да се намерят уравненията на l и l'.

в) Да се намери обемът на тетраедъра $OPQR$, където $O(0, 0, 0)$.

Зад. 3. В равнината спрямо ортонормирана координатна система $K: Oxy$ са дадени точките $A(0, -2)$, $B(-2, 0)$ и правите

$$a: x - y - 2 = 0,$$
$$b: x - y + 2 = 0.$$

а) Да се намери снопа криви от втора степен, допиращи се до правата a в точка A и до правата b в точка B.

б) Да се докаже че онази крива от снопа за която т. $O(0, 0)$ и правата

$$g: x + y - 2 = 0$$

са полюс и поляра има уравнение:

$$k: 3x^2 - 2xy + 3y^2 + 4x + 4y - 4 = 0.$$

в) Да се намери метрично канонично уравнение на кривата k както и последователните координатни трансформации чрез които даденото уравнение се преобразува в канонично.

Приятна работа ☺