Домашна работа #1

(Спец. Статистика – 2 курс)

1. С помощта на дефиницията на Риманов интеграл да се пресметне двойния $\iint_D \left(x^2+3xy+y^2\right)dxdy$, където областта D е зададена с неравенствата : $-1 \le x \le 1 \quad 0 \le y \le 2$. За целта, разбийте всеки от интервалите на n равни части и напишете сумата на Риман $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} f(x_i, y_j).m_{ij}$ за това разбиване, като използувате координатите на горния десен ъгъл за точките (x_i, y_j) в тази сума. Тук m_{ij} е мярката на съответния елемент от разбиването на областта. Опростете така намерената сума и намерете границата ѝ при $n \to \infty$. Проверете отговора си, като решите дадения интеграл свеждаки го до повторен интеграл.

2. Да се пресметне двойния $\iint_D |\sin(x+y)|\, dxdy$, където областта D е зададена с неравенствата : $0 \le x \le \pi \quad 0 \le y \le \pi$.

3. Пресметнете двойния интеграл $\iint_D |x+y-2|\, dxdy$, където D е частта от равнината зададена с неравенствата $x^2+y^2 \le 2x$ и $y \ge 0$.

4. Пресметнете интеграла $\iint_D \frac{y}{x^2+y^2+6}\, dxdy$, където областта D е зададена със следните неравенства $x^2 \le y^2$, $x^2+y^2 \le 3$ и $y \ge 0$.

5. Да се пресметне двойния $\iint_D \sqrt{x^2+y^2}\, dxdy$, където областта D лежи във вътрешността на кардиоидата $r = 1+\sin\theta$ и извън окръжността $r = 1$.

6. Пресметнете с помощта двоен интеграл лицето на частта от равнината зададена с неравенствата $(x^2+y^2)^2 \le 4(x^2-y^2)$.

7. Пресметнете с помощта двоен интеграл лицето на частта от равнината зададена с неравенствата $x^2+y^2 \le 4x$ и $4 \le x^2+y^2$.

8. Пресметнете с помощта двоен интеграл обема на тялото зададено със следните неравенства $x^2+y^2 \ge z \ge 0$, $1 \le x^2+y^2 \le 9$.

9. Пресметнете с помощта двоен интеграл обема на тялото зададено със следните неравенства $x^2+y^2+z^2 \le 4a^2$, $x^2+y^2 \ge 2ax$.

10. Пресметнете с помощта двоен интеграл обема на тялото зададено със следните неравенства $\sqrt{x^2+y^2} \ge z \ge 0$, $4 \le x^2+y^2 \le 25$.

Срок за предаване: 04.12.2014 г.