вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
нз					
Име:					

Домашна работа № 1

Задача 1 (0 т.). Нека последните четири цифри на факултетния Ви номер са a_1, b_1, c_1, d_1. Тогава $a = a_1 + 1$, $b = a_2 + 2$, $c = a_3 + 3$, $d = a_4 + 4$. Нека също $m = 10a + c$, $n = 10b + d$. Определете кои са вашите числа a, b, c, d, m, n и ги заместете в съответните задачи.

Задача 2 (1 т.).

а) Да се докаже, че за всяко естествено число n, числото $(5^{2n+1} + 3^{n+2}2^{n-1})$ се дели на 19.

б) Намерете последните две цифри на числото a^{mn}.

Задача 3 (1 т.).

а) Да се реши в цели числа уравнението $93x - 81y = 3$.

б) Да се реши сравнението $20x \equiv 4 \pmod{30}$.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
НЗ					
Име:					

Домашна работа № 2

Задача 1 (1 т.)**.** Ако факултетният Ви номер е четно число, определете всички подгрупи на групата на кватернионите $\mathbb{Q}_8$. В противен случай определете всички подгрупи на диедралната група D_4.

Задача 2 (1 т.)**.** Нека $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Q}, a \neq 0 \right\}$. Да се докаже, че:

а) G е група относно умножението на матрици. Да се намерят $Z(G)$ и всички елементи и подгрупи от краен ред на G;

б) множеството $M = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mid a \in \mathbb{Q}^* \right\}$ е максимална подгрупа на G и $M \cong \mathbb{Q}^*$;

в) множеството $H = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mid b \in \mathbb{Q} \right\}$ е нормална подгрупа на G, $H \cong \mathbb{Q}$ и $G/H \cong \mathbb{Q}^*$;

г) всяка подгрупа на G, която съдържа H, е нормална подгрупа на G;

д) всяка нееднинична нормална подгрупа на G съдържа H.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
нз					
Име:					

Домашна работа № 3

Задача 1 (1 т.).

а) Да се докаже, че в пръстена $\mathbb{Z}[i] = \{a + bi | a, b \in \mathbb{Z}\}$ идеалът $(1+2i)$ има следното представяне:

$$(1 + 2i) = \{a + bi | a + 2b \equiv 0 \pmod 5\};$$

б) Да се докаже, че $\mathbb{Z}[i]/(1 + 2i) \cong \mathbb{Z}_5$.

Задача 2 (1 т.).

а) Да се докаже, че $\mathbb{R}[x]/(x^2 + 1) \cong \mathbb{C}$;

б) Да се докаже, че $\mathbb{Z}_2[x]/(x^2 + x + \overline{1})$ е поле с 4 елемента и да се съставят таблиците за събиране и умножение в това поле.

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
нз					
Име:					

Домашна работа № 4

Задача 1 (1 т.). Да се намери най-големият общ делител d на полиномите f и g и полиноми u и v, за които uf + vg = d.

а) $f = x^5 + 2x^3 + x^2 + 1,\ g = x^5 + x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x + 1,\ f, g \in \mathbb{Q}[x]$;

б) $f = x^4 + x^3 - \overline{4}x^2 + x + \overline{1},\ g = x^4 - x^3 + x - \overline{3},\ f, g \in \mathbb{Z}_7[x]$;

Задача 2 (1 т.).

а) Да се намерят стойностите на параметъра λ, за които между корените x_1, x_2, x_3, x_4 на полинома $f = x^4 + 2x^3 + 2x^2 + \lambda x + 1 \in \mathbb{C}[x]$ съществува зависимостта $x_1 + x_2 = x_3 + x_4$;

б) Да се намерят стойностите на параметъра λ, за които полиномът $f = x^4 + 4x^3 + \lambda x^2 + 2x + 2 \in \mathbb{C}[x]$ има кратен корен;

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
НЗ					
Име:					

Домашна работа № 5

Задача 1 (1 т.).

а) Да се изрази чрез елементарните симетрични полиноми $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4$ симетричната функция:

$$\Sigma = x_1^3x_2 + x_1^3x_3 + x_1^3x_4 + x_1x_2^3 + x_1x_3^3 + x_1x_4^3 + x_2^3x_3 + x_2^3x_4 + x_2x_3^3 + x_2x_4^3 + x_3^3x_4 + x_3x_4^3;$$

б) Да се докаже, че полиномът $f = x^p + px^{p-1} + px + 3p + 1$, където p е просто число е неразложим над $\mathbb{Q}$;

в) Да се разложи над полето $\mathbb{Q}$ на неразложими множители полиномът $f = x^4 + 2x^2 + x + 2$.

Задача 2 (1 т.).

а) Да се намери остатъкът при делението на полинома $f = x^n - 2x^{n-1} + 2x$ с полинома $g = x^3 - 5x^2 + 8x - 4$;

б) Да се намери полином от трета степен с комплексни коефициенти, който при деление на $x^2 + 1$ дава остатък $x + 2$ и за корените му x_1, x_2, x_3 е изпълнено:

$$\left| \begin{array}{l} \dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} + \dfrac{1}{x_3} = -1 \\ \dfrac{1}{x_1^2} + \dfrac{1}{x_2^2} + \dfrac{1}{x_3^2} = -3 \end{array} \right. .$$