1. ***Търсене и предлагане.Цикъл на паяжината.Ефект на данъка.***

Нека p е цената на една стока.Нека y е предлагането на тази стока,т.е. общото кол. на стоката,което продавачите искат да продадат от нея.Нека x е търсенето на стоката,.т.е. общото кол.,което потребителите искат да закупят от нея.Правим предположения относно поведението на продавачите и купувачите:1)Кол.то стока, което продавачите искат да продадат зависи от цената $y = y(p)$ $y'(p) > 0$ колкото по-висока е цената толкова повече стока се изнася на пазар.2)Кол.то стока,която се купува зависи от цената $x = x(p)$ $x'(p) < 0$ когато цената расте стоката се изкупува по-малко. $y(p)$-ф-я на предлагането(нарастваща ф-я на цената), $x(p)$-ф-я на търсенето(намаляваща ф-я на цената).Ако цената расте,бизнесът по предлагането на стоката става по-печеливш;да се инвестира в разширяването на бизнеса става по-привлекателно-това ще принуди предлагането да расте с нарастване на цената,а покачването се отразява зле на потребителя и може да го принуди въобще да не купува стоката. (фиг.1.1) Графиките на $y(p)$ и $x(p)$-крива на предлагането и крива на търсенето.Цената p^* която се определя от $y(p^*) = x(p^*)$ е равновесна цена, а кол.то $q^* = y(p^*) = x(p^*)$ е равновесно кол.Има най-много 1 равновесна точка.Ако p>p*,то y(p) надвишава x(p)-една част от стоките ще останат непродадени у търговците(потребителите биха искаи да купят по-малко от това,което търговците искат да продадат).Ако p<p*,то x(p) надвишава y(p)(потребителите няма да могат да купят кол.то което искат-възможно е такъв дефицит да принуди незадоволените потребители да получат по-висока цена).Ако започнем от цена различна от p* тя с течение на времето ще се придвижи към p*,т.к. свърхтърсенето увеличава цената,а свръхпредлагането я намалява.Ако това е така казваме че p* е стабилна равновесна цена.устойчивост на икономиката има,когато няма голямо изменение в цената.

Цикъл на паяжината:Понякога за да се вземе правилно решение за производството трябва да се прогнозира какви ще са цените през следващата година. Като най-добра база за прогнозиране може да се използват цените от настоящата година $y_t = bp_{t-1}, x_t = \alpha - \beta p_t$ b,α,β>0 и са константи.Предлагането през годината t зависи от цената предишната година,защото това е прогнозната цена на производителя през годината t, а потребителите реагират на цената в текущия момент.Ако искаме да се изкупи цялото кол. от предлаганите продукти трябва $\alpha - \beta p_t = bp_{t-1}$ и $p_t = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{b}{\beta} p_{t-1}$. Цената pt,удовлетворяваща равенството за дадена $p(t-1)$,е пазарна клирингова цена.В този модел пазарен клиринг и равновесна точка не са едно и също.Предлагащите планират да продадат yt на цена $p(t-1)$, но това ще стане само ако $pt = p(t-1)$. Равновесната цена е $p^* = pt = p(t-1)$, $p^* = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{b}{\beta} p^*$ следователно $p^* = \frac{\alpha}{b+\beta}, q^* = \frac{b\alpha}{b+\beta}$ и получаваме $p_t - p^* = -\frac{\alpha}{\beta}(p_{t-1} - p^*)$. При b>β |pt-p*|>|p(t-1)-p*|. Всяка година цената се отдалечава все повече от равновесната точка-неустойчивост на равновесието.Движението на цената и кол.то във времето очертава траектория подобна на паяжина.Затова явлението е известно като „цикъл на паяжината”.Ако b<β (0< b/β<1)-устойчивост на равновесието.(фиг.1.2)

Ефект на данъка: Анализът на промените на пазарното равновесие в резултат от промени на условията показва приблизително какво става с действителната цена и кол. Изследването на промените на равновесието в резултат на промените в условията се нарича сравнителна статика.Разглеждаме пазар,където данъкът върху оборота в размер t се начислява върху всяка продадена стока.π-цена,която трябва да плати потребителят,p-цена на предлагащия 1)$\pi = p + t$ 2)$y(p) = x(\pi)$.Ако t се увеличи,p и π също трябва да се променят за да удовлетворяват 1) и 2).p и π са неявни функции на t.От 1) и 2) следва $\frac{d\pi}{dt} = \frac{dp}{dt} + 1$ и $y'(p)\frac{dp}{dt} = x'(\pi)\frac{d\pi}{dt}$. Когато t се мени,промяната на π трябва да е = на промяната на $p + t$,а промяната на y да е = на промяната на x, за да има равновесие на пазара $\frac{dp}{dt} = \frac{x'(\pi)}{y'(p) - x'(\pi)}$ и (14).$x'(\pi) < 0$ $y'(p) > 0$ следователно $dp/dt < 0$ и $d\pi/dt > 0$ $q = y(p) = x(\pi)$ следов. $\frac{dq}{dt} = \frac{x'(\pi)y'(\pi)}{y'(p) - x'(\pi)}$ и $dq/dt < 0$.увеличаването на данъка завишава цената,която плаща потребителят и намалява цената,получена от търговеца и в крайна сметка намалява продаденото кол. стока. (фиг.1.3) t=0 и π=p – равновесие при цена p1 и q1.t>0 кривата на търсенето се премества надолу на разстояние t при π2 цена и липса на данък-кол. q2. При данък t>0 и p2=π2-t потребителите ще имат π2 цена.По-честа форма на данъка върху оборота-да се събира фиксиран процент от цената на продавача $\pi = p(1 + t)$, t-размер на данък върху оборота.

2. ***Ефект на дохода. Еластичност. Еластичност в близка и далечна перспектива.***

Ако предлагането зависи от цената,а търсенето-от цената и дохода → равновесие има при $y(p) = x(p, m)$, m-дохода.При изменение на m се изменят x и y → се изменя p. p е неявна ф-я на m.При изменение на m за да има равновесие трябва промяната от двете страни да е една и съща **(1):** $y'(p)\frac{dp}{dm} = \frac{\partial x}{\partial p}\frac{dp}{dm} + \frac{\partial x}{\partial m}$. Ако $y_p = y'(p)$ и $x_p = \partial x/\partial p$ →от (1): $\frac{dp}{dm} = \frac{x_m}{y_p - x_p}$. $q = y(p) = x(p, m)$. Степента на въздействието на m върху q е (27) $y_p>0$ $x_p<0$. За повечето стоки предполагаме xm>0 → $dp/dm > 0$ и $dq/dm > 0$. Повишаването на дохода на потребителите покачва цената и кол.то продадена стока.(фиг.1.4) За дадено m чертаем кривата на търсенето.При нарастване на m кривата се измества надясно т.к. потребителите ще търсят повече-равновесната точка ще се премести от A към B.

Еластичност на предлагането: мярка,отразяваща адекватно изменението на предлагането относно цената $e_{yp} = \frac{p}{y}\frac{dy}{dp} \cong \frac{p}{y}\frac{\Delta y}{\Delta p} = \frac{\Delta y/y}{\Delta p/p}$. Δy-изменение в предлагането,причинено от малко изменение Δp в цената. Изменението се изразява като съотношение.може да се докаже,че $\frac{p}{y}\frac{dy}{dp} = \frac{dlogy}{dlogp}$. Дефинираме ценова еластичност на търсенето $e_{xp} = \frac{p}{x}\frac{\partial x}{\partial p}$ и доходна еластичност на търсенето $e_{xm} = \frac{m}{x}\frac{\partial x}{\partial m}$. При пазарите на кафе и чай имаме еластичност на кръстосаните цени $e^t_{xc} = \frac{\pi^c}{x^t}\frac{\partial x^t}{\partial \pi^c}$ (кръстосана еластичност на търсенето на чай относно цената на кафето).За данъка върху оборота получаваме $\frac{dp}{dt} = \frac{e_{xp}}{(\pi/p)e_{yp} - e_{x\pi}}$ и $\frac{d\pi}{dt} = \frac{(\pi/p)e_{yp}}{(\pi/p)e_{yp} - e_{x\pi}}$ (x=y в случай на равновесие, e_{xp}-еластичност на търсенето π≠p).Данъчната тежест се разделя между продавача и потребителя в съотношение e_{xp} към $(\pi/p)e_{yp}$. Ако e_{yp}=0,то dπ/dt=0 и dp/dt=-1, така че тежестта на данъка пада изцяло върху продавача.Ако Exπ=0, то dπ/dt=1 и dp/dt=0 – потребителите понасят пълната тежест на данъка. При дадено Exπ колкото по-голямо е e_{yp}, толкова повече тежестта на данъка пада върху потребителите; при дадено e_{yp} колкото по-голямо е |Exπ| толкова повече тежестта пада върху продавача.Измененията в доходите се представят във вида **(2):** $\frac{m}{p}\frac{dp}{dm} = \frac{e_{xm}}{e_{yp} - e_{xp}}$ и $\frac{m}{q}\frac{dq}{dm} = \frac{e_{xm}e_{yp}}{e_{yp} - e_{xp}}$, използвайки дефинициите за еластичност и q=y=x.От (2) → че на пазари,където ценовите еластичности и на търсенето и на предлагането са малки, измененията на доходите ще причинят големи изменения в цените.

Еластичност в близка и далечна перспектива: Еластичността на търсенето и на предлагането зависи от степента,в която настоящите решения на потребители и продавачи са ограничени от ефектите на техните предишни решения: колкото по-далечен е времевият хоризонт на даден проблем, толкова по-малко вероятно е да има такива ограничения, потребители и продавачи имат по-широк спектър от възможности и еластичностите са по-големи. Разглеждаме пазар за нетрайни продукти-напри. риба(прясна).Ако търсенето е по-малко от очакваното, цената и ще бъде намалена до нивото, на което цялото налично кол. ще бъде продадено. Ако търсенето за известно време е описано с кривата $x_1(p)$,а равновесието е било в т.A. Кол.то q_1 е продадено за p_1. Ако търсенето се намали,кривата се премества от $x_1(p)$ в $x_2(p)$. Трябва да се продаде q_1, но цената ще се намали на p_2. Еластичността на предлагането е 0-предлагането е вертикална линия на y_1.(фиг.1.6)През следващите дни продавачите може да реагират на по-ниската цена със занижено кол. → новата крива на предлагане е $y_2(p)$ с равновесие C. Някои продавачи няма да са доволни от новото положение и ще се откажат да продават → предлагането ще се намали $y_3(p)$ е новата крива,точката на равновесие се премества в D.

3. ***Фирма максимизираща печалбата. Възвръщаемост относно мащаба и началните елементи.***

Фирма,максимизираща печалбата-Фирмите,произвеждащи и предлагащи стоки, са сложни хетерогенни организации, чиито обхват на дейности и мотивации не може да се обобщи в една теория. Нека в нашия случай фирмата използва начални елементи, чиито количества са $z_1, z_2, \ldots, z_n$, за да произведе накрая готова продукция,чието количество означаваме с y. Производствената функция $y=F(z_1, z_2, \ldots, z_n)$ изразява техническите възможности на фирмата .Тя показва максималното количество готова продукция,което може да се получи от даден набор от количества начални елементи. Напр. Ф-ията на Коб-Дъглас $y = z_1^{1/2} z_2^{1/3}$. Цел на фирмата е максимизирането на печалбата. Нека $w_1, w_2, \ldots w_n$-цени на началните стоки $z_1, z_2, \ldots, z_n$. Общата цена на началните стоки е $z_1w_1+z_2w_2+..+z_nw_n=\sum_{i=1}^n w_i z_i$ Нека p е цената на готовата продукция → печалбите на фирмата са $py - \sum_{i=1}^n w_i z_i$ = $pF(z_1, z_2, \ldots, z_n) - \sum_{i=1}^n w_i z_i$. Целта на фирмата е да максимизира $pF(z_1, z_2, \ldots, z_n) - \sum_{i=1}^n w_i z_i$ по $z_1, z_2..z_n$ Необходимо условие за максимизирането на функция на много променливи е всичките и частни производни да са нула. Като получаваме n условия от първи ред $p(\partial F/\partial(z_i)) = w_i$ i от 1 до n. Дясната страна на y-ието е разходът за използването на отделна единица от началния елемент i. Лявата страна е ефектът върху готовата продукция от една отделна единица от началния елемент I, умножена с цената на готовата продукция. $\partial F/\partial(z_i)$ се нарична маргинален продукт на началния елемент i, а $p(\partial F/\partial(z_i))$-стойност на маргиналния продукт,равна на проходът,получен в резултат от използването на отделна единица от началния елемент i. Ако началните елементи $z_1, z_2, \ldots, z_n$ са такива че $p(\partial F/\partial(z_i))<w_i$ това би могло да повиши печалбата чрез намаляване количеството на z_1.

Възвръщаемост отностно мащаба и началните елементи: Нека имаме производствена функция с 2 начални елемента z_1 и z_2.Нека z_1 и z_2 са разположени върху осите на координатната система, а различните възможни стойности на y са начертани с контури.Тези контури се наричат изокванти.(фиг.2.3)Кривата y=10 показва всички стойности на (z_1, z_2),за които $F(z_1, z_2)=10$.Тук има 2 видя промяна на началните елементи-първият вид ако z_1 се увеличава, а z_2 е константа или обратното(показано е със стрелки съответно от A към B и от A към C). Изоквантите, които са по-далеч от началото на коорд.с-ма,съответстват на по-високи нива на готова продукция. В общия случай на производствена ф-ия $y=F(z_1, z_2, \ldots, z_n)$ ефектът на такова придвижване се измерва с частна производна. Ако z_i се мени, а всички други входни елементи остават постоянни, промяната в y ще се изрази чрез $\partial F/\partial(z_i) = \partial y/\partial(z_i)$ = Fi – това е маргиналния продукт на входния елемент i. Една производствена ф-ия има свойството маргиналният продукт $\partial F/\partial(z_i)$ да намалява с нарастването на z_i. Това свойство се нарича спадаща възвръщаемост относно вложения входен елемент i.(фиг.2.4)Обикновено е очевидно дали $\partial F/\partial(z_i)$ намалява относно z_i,но в случай на съмнение може да се диференцира $\partial F/\partial(z_i)$ отн. z_i $\frac{\partial^2 F}{\partial z_i^2} = \frac{\partial}{\partial z_i}\left(\frac{\partial F}{\partial z_i}\right)$. За спадаща възвръщаемост се изисква $\partial^2 F/\partial z_i^2 < 0$ Вторият вид промяна в началните елементи е ако всички те се променят едновременно в еднаква степен. На първата фиг. е показано със стрелка от A към D (z_1 и z_2 се увеличава в 1 и също съотн.)В общия случай, за да приложим такова увеличение към вектора на нач. Елементи z го умножаваме с константа k и получаваме kz. Ако за k>1 F(kz)=kF(z) за производствената фунцкия се казва, че има постоянна възвръщаемост отностно мащаба.Ако F(kz)>kF(z)-ф-ията има нарастваща възвръщаемост отн. Мащаба, а ако F(kz)<kF(z) функцията има намаляваща възвръщаемост отн. Мащаба.Ако увеличим всички начални елементи в определена степен, готовата продукция ще нарастне в 1вия случай в същия мащаб, във 2рия-в по-голям,в 3тия в по-малък мащаб.Напр. производствената функция $y = z_1^{1/2} z_2^{1/2}$ има намаляваща възвръщаемост отн. Двата вида вложени начални елементи и постоянна възвръщаемост отн. Мащаба.

4. ***Минимизиране на разходите. Функция на разходите и интерпретация на множителя на Лагранж.***

Ако предположим, че знаем нивото на готовата продукция,която фирмата иска да произведе, трябва да сведем до минимум разходите при производството на тези стоки,т.е. задачата е да се минимализира wz(по z) при условие че F(z)=y, y=const. Дефинираме функцията на Лагранж L(z,λ)=wz+ λ (y-F(z)) Тя има n+1 променливи $z_1, z_2, \ldots, z_n$, λ.Стойностите $z_1, \ldots, z_n$, които са решения на задачата трябва да удовлетворяват 1)w_i - λ(∂F/ ∂(zi))=0 i от 1 до n и 2)y=F(x) Изразяваме λ от 1). w_i е разходът за една отделна единица от началния елемент i, а ∂F/ ∂(zi) е продуктът получен от тази отделна единица. Частното им е разходът за 1 единица(маргинален разход) за получаване на по-голямо количество готова продукция на изхода чрез използване на по-голямо количество от началния елемент i. Ако $w_1/(\partial F/\partial(z_i))>w_2/(\partial F/\partial(z_i))$ разходите за производство на фиксирано количество y може да се намалят като малко се намали z_1 и се увеличи z_2, но така че да се запази $F(z_1, z_2, \ldots, z_n)$.1) и 2) са необходими условия за решаването на задачата. Ако имаме 2 начални елемента,ограничението $F(z_1, z_2)=y$ ни дава изокванта, за която приемаме, че е извита към началото на коорд. С-ма.Изоразходната линия(линия на еднаквите разходи) се изразява чрез $w_1z_1+w_2z_2=c$. Ако z_1=(изразяваме го от предното),w_1, w_2-константи → наклонът на изоразходната линия е $-w_1/w_2$ и е постоянен, а отрезът върху оста z_2 е c/w_2, който нараства с нарастването на c.С изменението на c получаваме множество изоразходни линии. Решението на задачата за минимализиране на разходите е в точката, в която изоразходната права е допирателна на изоквантата(т.к. тя е най-близо до началото на коорд. С-ма и е върху изоквантата)$F(z_1, z_2)=y$ определя z_2 като неявна ф-ия на z_1.(фиг.2.6). Получаваме $F_1 + F_2\left(\frac{dz_2}{dz_1}\right)_y = 0$,където $\left(\frac{dz_2}{dz_1}\right)_y$ означавапроизводната на неявната функция, дефинирана при изоквантно (постоянно y).Кривината на изоквантата е $\left(\frac{dz_2}{dz_1}\right)_y = -\frac{F_1}{F_2}$.Тъй като $F_1>0$ $F_2>0$ то кривината е отрицателна. Абс. Стойност на кривината на изоквантата се получава от частното на маргиналните продукти, което се нарича маргинална степен на заместване. Точката (z_1, z_2) е решение на задачата за минимализиране на разходите когато се намира върху изоквантата $(F(z_1, z_2)=y)$ и лежи там, където кривината на изоквантата е равна на кривината на изоразходните линии $\frac{F_1(z_1, z_2)}{F_2(z_1, z_2)} = \frac{w_1}{w_2}$. При задача с 2 начални елемента трябв аи изоквантата да бъде извита към коорд. Начало.Ако 1 производствена функция има изокванти, извити към коорд.начало, тя се нарича квази-вдлъбната.Когато решим 1) и 2) получаваме стойностите на n+1 променливи,зависещи от стойностите на $w_1, w_2, ..w_n$ и y в първоначалната задача. Решенията записваме във вида $z_1(w,y)$, $z_2(w,y), \ldots z_n(w,y)$, $\lambda(w,y)$.$z_i(w,y)$ е оптималната стойност на z_i при дадени w и y.Стойността на разходите за производството на y при минимализирани разходи е $\sum_{i=1}^n w_i z_i(w, y)$. Тя се нарича ф-ия на разходите c(w,y)=wz(w,y),където z(w,y) е векторът $(z_1(w,y), z_2(w,y), ..)$,Напр. При 2 начални елемента ф-ията на разходите е $c(w_1, w_2, y)=w_1z_1(w_1, w_2, y)+w_2z_2(w_1, w_2, y)$.Ако диференцираме c(w,y) по отн. На y получаваме $\frac{\partial c(w,y)}{\partial y} = \sum_{i=1}^n w_i \frac{\partial z_i(w,y)}{\partial y}$ Интересува ни какво става с 1) и 2),когато y се мени. От 1)→ $\sum_{i=1}^n w_i \frac{\partial z_i(w,y)}{\partial y} = \lambda \sum_{i=1}^n \frac{\partial F}{\partial z_i}\frac{\partial z_i(w,y)}{\partial y}$. От (2) → $1 = \sum_{i=1}^n \frac{\partial F}{\partial z_i}\frac{\partial z_i(w,y)}{\partial y}$. От 1) 2) 3) → $\frac{\partial c(w,y)}{\partial y} = \lambda(w, y)$. Стойността на множителя на Лагранж представлява въздействието върху разхдоите, предизвикано в изменението в количеството на произведената продукция,т.е. той измерва маргиналните разходи на готовата продукция.

5. ***Максимизиране на печалба при известна разходна функция. Свойства на функциите на предлагане и търсене.***

Ако фирмата,която трябва да реши задачата за максимизиране на печалбата: max{py – wz} по y,z y=F(x) е решила проблема за минимализиране на разхода и е получила функция на разходите c(w,y),то задачата се свежда до: max{py – c(w,y)} по y.За намиране на маскимума трябва производната да е =0,т.е. $p-\frac{\partial c(w,y)}{\partial y}=0$ и трябва **(1):** $-\frac{\partial^2 c(w,y)}{\partial y^2}<0$. Фирмата трябва да избере ниво на производство,където маргиналният разход е = на цената на готовата продукция и маргиналният разход е нарастваща функция на готовата продукция. (фиг. 2.8)В точка А печалбите могат да се увеличат чрез намаляване на производството,в точка С си струва да се увеличи производството,а В е точката на максимална печалба,D е точката на минимални печалби.Ако достатъчното условие (1) е налице, то фирмата има функция на предлагане $y(p,w)$, ф-я на търсене на началните елементи $z(p,w)$ за маскимализиращата печалбата фирма,а $z(w,y)$- ф-ии на търсенето на начални елементи за минимализираща разходите фирма. Стойностите на z_i,които минимализират разходите за производството на $y(p,w)$ са същите като избраните от максимализиращата печалбата фирма,така че: z(p,w)=z(w,y(p,w)). z_i(w,y) е оптималната стойност на zi,избрана да минимализира разходите за производството на фискирано количество готова продукция,докато z_i(p,w)-оптимална стойност на z_i,избрана да максимализира печалбата при променливи начални елементи и готова продукция.

Свойства на функциите на предлагане и търсене: Разглеждаме минимализиращата разходите фирма,която трябва да работи с цени на началните елементи w.Нека цените на началните елементи се променят от w^1 на w^2(горни индекси).Фирмата ще промени своя избор на начални елементи от $z^1=z(w^1,y)$ на $z^2=z(w^2,y)$.Следователно $w^1z^1\le w^1z^2$, $w^2z^2\le w^2z^1$. Следователно $(w^1-w^2)(z^1-z^2)\le 0$,т.е. за всички i: $\frac{\partial z_i(w,y)}{\partial w_i}\le 0$.Функцията на търсенето при минимализираща разходите фирма за всеки начален елемент е намаляваща функция на цената му.Можем да докажем общ резултат за влиянието на цените на другите начални елементи върху търсенето на даден начален елемент: За всяко i,j при i различно от j **(2):** $\frac{\partial z_i(w,y)}{\partial w_j}=\frac{\partial z_j(w,y)}{\partial w_i}$. В общия случай не е сигурно дали (лявата част на (2)) е положително число.Ако $\partial(z_i)/\partial(y)<0$,то i е непълноценен начален елемент.За маскимализираща печалбата фирма:Нека тя работи с първоначални цени p^1,w^1 и избере $y_1=y(p^1,w^1)$, $z^1=z(p^1,w^1)$,след което цените се променят на p^2,w^2 и тя избира $y^2=y(p^2,w^2)$, $z^2=z(p^2,w^2)$. Т.к. във всеки един случай изборът максимализира печалбата,то $p^1y^1-w^1z^1\ge p^1y^2-w^1z^2$, $p^2y^2-w^2z^2\ge p^2y^1-w^2z^1$.$\rightarrow$ $(w1-w^2)(z^1-z^2)\le(p^1-p^2)(y^1-y^2)$.Ако $w^1=w^2$ следователно $(p^1-p^2)(y^1-y^2)\ge 0$ и **(3):** $\frac{\partial y(p,w)}{\partial p}\ge 0$.Функцията на предлагането в максимизиращата печалбата фирма е нарастваща относно цената на готовата продукция.Ако p=const и оставим цената на един начален елемент непроменена, то $\frac{\partial z_i(p,w)}{\partial w_i}$.Функцията на търсенето в максимииизращата печалбата фирма за всеки начален елемент е намаляваща фунцкия на цената на този начален елемент.Ако $\partial(y)/\partial(w_i)>0$ началният елемент i се нарича регресивен.Имаме $\frac{\partial z_i(p,w)}{\partial \Pi}=\frac{\partial z_i(p,y)}{\partial y}\frac{\partial y(p,w)}{\partial p}$ и от (3) следва че $\partial(z_i(p,w))/\partial(p)$ има същия знак като $\partial(z_i(w,y))/\partial(y)$. Ефектът от промяната на цената на началния елемент върху търсенето му при максимализираща печалбата фирма е двупланов:ефект на заместването $\partial(z_i(w,y))/\partial(w_i)$,показващ ефекта от промяната в начина на производство, и ефект на готовата продукция $\partial(z_i(w,y))/\partial(y))$ $(\partial(y(p,w))\partial(w_i))$,който показва ефекта от промяната в нивото на продукцията.Ефектът на заместването е отрицателен и сумата на двата ефекта е отрицателна. Ефектът на готовата продукция също трябва да е отрицателен.

6. ***Максимализиране на печалбата в SR криви на разходите.***

Важно предположение на теорията, е, че фирмата може свободно да избира своите начални стоки. Това не винаги е смислено предположение. Разликата между „краткотраен период" и „продължителен период" е дефинирана като зависеща от това дали фирмите (или потребителите) са били ограничени от техните минали решения, за да вземат настоящите си решения. В този смисъл ограничение съществува, ако има фиксирани начални стоки; така че краткотрайният период е период от време, в който някои от началните стоки са фиксирани, докато в продължителния период всички начални стоки са променливи. За някои фирми всички начални стоки могат да бъдат променливи почти незабавно, така че краткотрайният период е прекалено кратък, за да бъде допустим; други фирми имат начални стоки, които са неизменно фиксирани, така че не съществува истински продължителен период. Най-простият формален модел, който включва тези особености, е на фирма, произвеждаща краен продукт *у* от два начални продукта *z_1 и z_2.* Ако *z_2* е фиксирано, производствената ф-я **(1):** $y=F(z_1,z_2)$ е ф-я на една променлива z_1 и фирмата няма избор относно това как да произвежда. Уравнение (1) дефинира z_1 като неявна ф-я на *у* и *z_2,* което ще записваме **(2):** $z_1=z_1(y,z_2)$. Ф-ята на разходите за краткотрайните периоди на фирмата е **(3):** $c(w_1,w_2,y,z_2)=w_1z_1(y,z_2)+w_2z_2$ така че $w_1z_1(y,z_2)$ дава променливите разходи, а w_2z_2 постоянните разходи. Средният разход в краткотрайните периоди е $c(w_1,w_2,y,z_2)/y$, маргиналният разход в краткотрайните периоди е $\partial c(w_1,w_2,y,z_2)/\partial y$, а средният променлив разход е $w_1z_1(y,y_2)/y$. Тези три функции са обозначени със съответните съкращения SRAC, SRMC, AVC (фиг.3.1). Напр., ако $y=z_1^{1/2}z_2^{1/2}$ с $w_1=2,w_2=2,z_2=4$, производствената ф-я е $y=2z_1^{1/2}$, така че $z_1=(1/4)y^2$ и ф-ята на разходите за краткотрайния период е $c=(1/2)y^2+8$, като променливите разходи са $(1/2)\mathrm{y}^2$, а фиксираните — 8. Средният разход в краткотрайните периоди е $(1/2)\mathrm{y}+8/\mathrm{y}$, маргиналният разход в краткотрайните периоди е у, а средният променлив разход е $(1/2)\mathrm{y}$. Маргиналният продукт е кривината на кривата $F(z_1,z_2)$ в дадена точка; средният продукт е кривината на линията, свързваща началото на координатната система с тази точка; те са равни в точка z_{12}. Сега средните променливи разходи са w_1z_1/y, като те намаляват, когато средният продукт нараства, и обратно; докато маргиналните разходи са $w_1/(\partial F/\partial z_1)$, като те намаляват когато маргиналният продукт нараства, и обратно. Така че имаме U-образните криви SRMC и AVC. Двете криви се пресичат в точката y_2, съответстваща на нивото z_{12} на началните продукти. Разликата между AVC и SRAC се задава чрез w_2z_2/y, която намалява с намаляването на у, така че кривата SRAC е също U-образна. Зависимостта между произволна ф-я на средните разходи и съответната маргинална ф-я на разходите се получава от **(4):** $y\frac{d}{dy}\left(\frac{c(y)}{y}\right)=\frac{dc(y)}{dy}-\frac{c(y)}{y}$ Когато $\mathrm{c(y)}$ е разходът в краткотрайния период, (4) придобива вида **(5):** $\mathrm{y}\frac{\partial}{\partial y}(SRAC)=SRMC-SRAC$, докато ако $\mathrm{c(y)}$ е променливият разход, (4) става **(6):** $y\frac{\partial}{\partial y}(AVC)=SRMC-AVC$. Така че SRMC пресича AVC и SRAC отдолу в съответните им точки на минимум. Сега да предположим, че фирмата се стреми да максимализира печалбите, но вярва, че z_2 е постоянно. Проблемът по същество е същият като проблема за максимализация на печалбата в продължителния период, а именно **(7):** да се максимализира $py-c(w_1,w_2,y,z_2)$, така че.необходимото условие за максимализиране да е **(8):** $p-\frac{\partial c(w_1,w_2,y,z_2)}{\partial y}=0$ докато условието от втори ред е **(9):** $-\frac{\partial^2 c(w_1,w_2,y,z_2)}{\partial y^2}<0$. Нивото y_1 на крайните продукти е единственото, което удовлетворява (8) и (9), докато само в y_0 (8) е удовлетворено без да е в сила (9). Така печалбите намаляват от 0 до y_0, нарастват от y_0 до y_1, и намаляват от y_1 нататък. Ясно е, че y_1 е локален максимум, но тъй като крайните продукти намаляват от y_0 до 0, печалбите растат и това предполага възможността, че може би е по-добре да не се произвежда нищо, отколкото y_1. Така че трябва да добавим трето условие към (8) и (9): необходимо е да проверим, че печалбите в y_1 надвишават печалбите в 0. Все пак постоянните разходи w_2z_2 в определена степен водят до загуби при крайните продукти, така че при у = 0 печалбите са $-w_2z_2$ (т.е. има загуби на стойност w_2z_2). Следователно третото ни условие е **(10):** $py_1-w_1z_1(y_1,z_2)-w_2z_2\ge -w_2z_2$, т.е. **(11):** $py_1-w_1z_1(y_1,z_2)\ge 0$, което гласи, че приходите трябва да надвишават променливите разходи, или цената би трябвало да надвишава средните променливи разходи. Равенствата (8), (9) и (11) определят максимализиращото печалбата ниво на у, което съответства на дадени стойности на p, w и z_2. (Сега би трябвало да стане ясно защо у не зависи от w_2.) Равенство (8) показва, че ф-ята на предлагането на фирмата в краткотрайния период се задава чрез ф-ята на маргиналните разходи в краткотрайния период: ако р е стойността на SRMC при ниво y_1 на крайния продукт, то y_1 е нивото на крайния продукт, максимализиращо печалбата при цена р. Математически (8) може да бъде разглеждано като неявно дефиниране на ф-ята $y=y(p,w_1,z_2)$. Това обаче изисква две уточнения: равенство (9) показва, че само нарастващата част на ф-ята SRMC съответства на действителността, докато (11) показва, че цената също трябва да надвишава AVC. По този начин единствено частта от нарастващата крива SRMC, която е над кривата AVC, е кривата на предлагане на фирмата в краткотрайния период; ако цената е по-малка от AVC, предлагането е равно на нула. Математически (9) и (11) показват, че (8) дефинира $y(p,w_1,z_2)$ само за $p\ge p^x$, в противен случай $y(p,w_1,z_2)=0$. (Сега можете да видите, че за да се установи строго, че $y(p,w_1,z_2)$ не зависи от w_2, е необходимо да покажете, че w_2 не влиза в (8), (9) и (11); което ще рече, че не влияе нито на SRMC, нито на AVC.)

7. ***Максимализиране на печалбата в LR. Фирмата и отрасъла. Същност на ф-ята на печалбата.***

В общия случай може да има няколко постоянни начални стоки и няколко променливи начални стоки, но всички разсъждения ще останат по същество непроменени. Поради това ще продължим да ограничаваме нашето внимание върху случая на две начални стоки при анализирането на важните съотношения между функциите на разходите и функциите на предлагането на фирмата за краткотраен и продължителен период и функциите на търсенето на начални стоки. В продължителния период z_1 и z_2 се избират така, че да минимализират $w_1z_1+w_2z_2$, при условие че $F(z_1,z_2)=y$. В краткотрайния период z_1 се избира така, че да удовлетворява ограничението $F(z_1,z_2)=y$. Ясно е, че **(1):** $w_1z_1(w_1,w_2,y)+w_2z_2(w_1,w_2,y)\le w_1z_1(y,z_2)+w_2z_2$ (в случай че неравенството не е удовлетворено, $z_1(w_1,w_2,y)$ не биха били решения на задачата за минимализиране на разходите), т.е. **(2):** $c(w_1,w_1,y)<c(w_1,w_2,y,z_2)$ и, разделяйки на у, получаваме LRAC < SRAC. (Погледнете внимателно как се използват аргументите на съответните функции, за да се различават функциите в краткотрайния период от функциите в продължителния.) Съществува стойност на у, при която в краткотрайния период постоянното ниво на z_2 случайно съвпада с това, което е било избрано в продължителния период. Следователно съществува стойност на у такава, че $z_2=z_2(w_1,w_2,y)$, и при тази стойност SRAC = LRAC. В краткотрайния период фирмата може да променя крайната стока само чрез придвижване по хоризонталната линия $z_2=z_2(w_1,w_2,y_1)$. В продължителния период тя променя крайната стока чрез движение по „траекторията на разширението" *OAB*, описана от допирната точка между изоразходните линии и изоквантите. Тези две линии се пресичат в точката А, където крайната стока е z_1 и където нивото на постоянните начални стоки в краткотрайния период е нивото, което би било избрано в дълготрайния. Нека $f(y)=c(w_1,w_2,y_1,z_2)-c(w_1,w_2,y_1)$ е разликата между разходите в продължителния и краткотрайния период, така че $f(y)>0$ и $f(y_1)=0$. Ясно е, че $f(y)$ се минимализира в y_1, така че $f(y_1)=0$ и $f(y_1)\ge 0$ (предполагайки, че $f(y)$ е два пъти диференцируема). Следователно **(3):** $\frac{\partial c(w_1,w_2,y_1,z_2)}{\partial y}=\frac{\partial c(w_1,w_2,y_1)}{\partial y}$, **(4):** $\frac{\partial^2 c(w_1,w_2,y_1,z_2)}{\partial y^2}=\frac{\partial^2 c(w_1,w_2,y_1)}{\partial y^2}$, така че в y_1 SRMC е равно на LRMC, но кривината на SRMC е по-голяма от кривината на LRMC. Икономическата логика зад (3) и (4) е проста: тъй като разходите в краткотрайния период надвишават разходите в продължителния период, когато у < y_1, равни са при у = y_1 и отново ги надвишават при у > y_1, то следва, че разходите в продължителния период нарастват по-бързо от разходите в краткотрайния период (LRMC > SRMC), когато у < y_1, докато разходите в продължителния период трябва да нарастват по-бавно от разходите в краткотрайния период (LRMC < SRMC), когато у < y_1, а при у = y_1 те ще нарастват с една и съща скорост (LRMC = SRMC). Имаме неравенството **(5):** $(w^1-w^2)(z^1-z^2)\le(p^1-p^2)(y^1-y^2)$ за максимализиращата печалбата фирма, която избира (y^1,z^1) при цени (p^1,w^1) и преминава към (y^2,z^2), когато цените станат (p^2,w^2). Неравенството описва възможностите за избор на минимализиращата разходите фирма, като се изключи случая, когато $y^1=y^2$. Формулирано бе, но не бе доказано твърдението, че ф-ята на търсенето на начални стоки на минимализиращата разходите фирма е по-малко еластична от тази на максимализиращата печалбата фирма. Ясно е, че (5) е в сила и при краткотрайния период с уговорката, че сега за една част от вектора z се налага ограничението да бъде постоянна. В случая на две начални стоки (5) придобива вида **(6):** $(w_1^1-w_1^2)(z_1^1-z_1^2)<(p_1^1-p_1^2)(y_1^1-y_1^2)$ (обобщението за няколко променливи начални стоки и няколко фиксирани начални стоки би трябвало да бъде все така очевидно). Ако w_1 е постоянно, лявата страна е нула и получаваме друго възможно доказателство на факта, че предлагането в краткотрайния период е нарастваща ф-я на цената на крайния продукт. Фиксирането на р прави дясната страна равна на нула, така че **(7):** $(w_1^1-w_1^2)(z_1^1-z_1^2)\le 0$ т.е. ф-ята на търсенето на начални стоки в краткотрайния период има свойството **(8):** $\frac{\partial z_1(p,w_1,z_2)}{\partial w_1}\le 0$.

Фирмата и отрасъла: Външният свят оказваше влияние върху нея само посредством цените на началните и крайните стоки, чиито цени фирмата приемаше за фиксирани. Обикновено обаче има доста сходни по дейност фирми, които произвеждат едни и същи крайни стоки и ние трябва да разгледаме тяхното взаимодействие. Когато анализираме целия отрасъл, т.е. всички фирми, които произвеждат един и същ тип крайни стоки, в общия случай вече не е правдоподобно да се приемат цените на крайните продукти за определени. Вместо това приемаме, че отрасълът е изправен пред ф-я на търсенето на продукта $\mathrm{x(p)}$ с отрицателна производна $\mathrm{x'(p)}<0$, което отразява факта, че потребителите ще купуват по-малко, когато цената расте, и повече, когато цената намалява. Ще приемем, че цените на началните стоки не се влияят от промени в търсенето на начални стоки дори и в рамките на целия отрасъл. От математическа гледна точка тогава е лесно да се развие идеята за ф-я на предлагането за целия отрасъл. Ако имаме F на брой фирми, означени с $f=1,\dots,F$, с ф-я на предлагането $y^f(p)$ на фирмата f (където аргументите на ф-ята, различни от цената на крайния продукт, са оставени в неявна форма), то общото предлагане е $y(p)=\sum_{f=1}^{F}y^f(p)$. Графично, при дадени цени на началните стоки и количества от определени начални стоки, това е еквивалентно на хоризонталното събиране на кривите на предлагането (маргиналната стойност). Имаме следните твърдения: **1)** Кривата на предлагането на отрасъл, състоящ се от конкуриращи фирми, ще бъде обърната нагоре в краткотрайния период и обърната нагоре или хоризонтална в продължителния период; **2)** В отрасъл, състоящ се от конкуриращи се фирми, маргиналният разход на крайната продукция ще бъде един и същ при всички фирми, и равен на цената на крайния продукт; **3)** В конкуриращ отрасъл в продължителния период всички фирми, произвеждащи положителна крайна продукция, ще реализират неотрицателна печалба, докато фирми, които са предпочели да не произвеждат нищо, ще реализират неотрицателни загуби, ако започнат производство. **4)** В перфектно конкурентен отрасъл всички фирми реализират нулеви печалби в продължителния период и произвеждат на ниво, което минимализира средния производствен разход. Като допълнение трябва да обърнем внимание, че направеният анализ предполага, че разходите на всяка фирма зависят от нивото на нейното собствено производство.

Същност на ф-ята на печалбата: В няколко случая равновесието на отрасъла в продължителния период е това, при което фирмите не реализират печалби. В други случаи печалбите поне на някои фирми са положителни в продължителния период. В краткотрайния период фирмите могат да реализират печалби или загуби. В реалния свят фирмите по правило реализират положителни печалби, а загубите са изключение, което изглежда противоречи на твърдението, че нулевите печалби за всички фирми би трябвало да бъдат в много случаи равновесното състояние в продължителния период. Фирмата се притежава от индивиди. Да предположим, че собствениците доставят част от началните стоки, така че фирмата купува само останалите. По-конкретно, да предположим, че фирмата използва две начални стоки z_1 и z_2, като да кажем частта на z_1^A на z_2 се доставя от собствениците на фирмата, а остатъка се купува от фирмата, където $z_2=z_2^A+z_2^B$. Типичната счетоводна дефиниция на печалба е приходите минус разходите за начални стоки, закупени от фирмата **(9):** $\pi^A=py-w_1z_1-w_1z_2^B$. Възвръщаемостта относно произвеждания краен продукт следователно се дава от разликата между спеченото чрез използването на z_2^A във фирмата и спеченото чрез продажбата му на пазара, т.е. от **(10):** $\pi^A-w_2z_2^A=py-w_1z_1-w_2z_2=\pi$ което е нашата дефиниция на печалбата. Дефиницията (9) е дефиниция на печалба, която пренебрегва разхода при благоприятна възможност за началните стоки на собственика. Следователно, когато в нашата теория казваме, че печалбите са положителни в продължителния период, имаме предвид, че приходите надвишават разходите за всички продаваеми начални стоки, използвани в производството. Печалбата в продължителния период е икономическа рента. В краткотрайния период фирмата ангажира променливо кол. начални стоки на техните пазарни цени, а (както видяхме по-горе) променливите разходи са разходи при благоприятна възможност. Фирмата притежава определено кол. от фиксирани начални стоки, като по този начин остатъкът от дохода, което е печалбата без извадените фиксирани разходи, е икономическа рента. Разходите при благоприятна възможност на фиксираните начални стоки, техните алтернативни приходи, са нула.

8. *Ф-я на полезност. Максимализиране на полезността и функции на търсенето.*

Няма очевидна и единствена цел, като печалбата напр., за която можем да приемем, че се преследва от потребителя. Потребителят цели да увеличи паричните си доходи. Във всеки случай, не е оправдано да приемем, че хората желаят колкото се може повече пари: много от тях жертват възможности да спечелят, за да могат да отделят повече време за семействата си. Следователно проблемът е, че всеки индивид има предпочитания към или измежду широка гама от стоки и няма очевиден начин да се изрази формално неговото желание да се държи така, че да задоволи колкото е възможно по-добре предпочитанията си. Затова ще приемем един математически подход, който цели да моделира поведението на потребителя, опитващ се да удовлетвори многомерните си желания. Допускаме, че един типичен потребител, поставен пред избора колко да потреби от n различни стоки, има предпочитания, които могат да бъдат изразени чрез ф-ята на полезност **(1):** $U = U(x_1, x_2, \dots, x_n) = U(x)$ която свързва стойността на „полезност" с консумацията на „кошницата" или „пакета" от стоки, състоящи се от x_1 единици от първата стока, x_2 единици от втората, .., x_n единици от n-тата стока. Действителната „стойност" на полезността няма особено значение — това, от което се интересуваме, е дали потребителят предпочита един „пакет" пред друг и това определя по-високата стойност на „полезност" на един „пакет" спрямо друг. Ако два „пакета" имат една и съща стойност на полезност, то потребителят е безразличен в предпочитанието си към всеки от тях. Ако n = 2, можем да представим ф-ята на полезност във вид на графика на кривата на безразличието (фиг.4.1). Контурите на ф-ята на полезност представят различните „пакети" (x_1, x_2), които имат едно и също ниво на полезност, защото потребителят е безразличен в предпочитанието си към всеки от тях. За ф-ята на полезност $U(x_1, x_2)$ кривината на кривата на безразличието $U(x_1, x_2) = u$ е **(2):** $\left(\frac{dx_2}{dx_1}\right)_u = -\frac{U_1}{U_2}$, а U_1/U_2 се нарича (потребителска) маргинална норма на заместване. Ф-ята на полезност има свойството маргиналната норма на заместване да намалява: $\frac{d(U_1/U_2)}{d(x_1/x_2)} \leq 0$. Маргиналната норма на заместване измерва кол.то x_2, от което потребителят се нуждае, за да компенсира загубата на единица стока от т.е. да остане на същата крива на безразличието. Един пример за ф-я на полезност е **(4):** $U(x_1, x_2) = x_1^{\alpha} x_2^{1-\alpha}$ $(0 < \alpha < 1)$.

Максимализиране на полезността и функции на търсенето: Смисълът на представянето на предпочитанията чрез ф-я на полезност е, че богато бюджетът на потребителя за закупуване на стоки е ограничен, проблемът за избор на този „пакет", който е най-предпочитан от него измежду всички останали възможности, математически се преобразува в задача за намиране на максимум при зададени ограничения. Ако потребителят разполага с паричен доход т, предназначен за закупуване на стоки, и ако цените на съответните стоки са представени чрез вектора $p = (p_1, p_2, \dots, p_n)$, неговото бюджетно ограничение е **(5):** $p_1x_1 + p_2x_2 + \dots + p_nx_n \leq m$ или, обозначено чрез вектори, $\mathrm{p}x < m$. Потребителят няма възможност да промени m или p. Предположението за ф-ята на полезност означава, че потребителят ще изхарчи целия си приход, така че (5) ще бъде равенство. По този начин проблемът на потребителя да избере най-добрата точка, която удовлетворява (5), може да бъде представен така: Да се максимализира $U(x)$ при условие че $px = m$. Ф-ята на Лагранж е $L(x, \lambda) = U(x) + \lambda(m - px)$ и приравняването на нула на нейните производни по отношение на $n+1$ променливи x, λ ни дава **(8):** $\frac{\partial U}{\partial x_i} - \lambda p_i = 0, i = 1,2, \dots, n$ **(9):** $m - px = 0$. Тези равенства ще дадат решения за $n+1$ неизвестни x, λ, които ще зависят от стойностите на p и m, така че ще представим решенията като $\mathrm{x}(p, m)$, $\lambda(p, m)$. Причината, поради която решенията на (6) трябва да удовлетворяват (8) и (9), може да се изясни, като представим (8) по следния начин **(8\`):** $\lambda = \frac{\partial U/\partial x_i}{p_i}, i = 1, \dots, n$. Дясната страна на (8\`) е ефектът върху полезността да се изхарчи допълнителен долар за стоката i, ако p_i е цената й в долари, като закупеното кол. ще бъде $1/p_i$. Бихме могли да наречем това „маргинална полезност на парите, похарчени за стоката". Тогава (8\`) изисква тази маргинална полезност да бъде една и съща за всички стоки. В случая на двете стоки можем трябва да решим: Да се максимализира **(10):** $U(x_1, x_2)$ при условие че $p_1x_1 + p_2x_2 = m$. Максимализирането на $U(x_1, x_2)$ е равнозначно на намирането на крива на безразличието, която е възможно по-далеч от началото на координатната система. Решението е точката, в която най-високо достижимата крива на безразличие се допира до бюджетната линия. Наклонът на бюджетната линия е $-p_1/p_2$, а наклонът на кривата на безразличието е $-U_1/U_2$. Следователно в тази допирна точка имаме **(11):** $p_1/p_2 = U_1/U_2$ и също разбира се $p_1x_1 + p_2x_2 = m$. Методът на Лагранж би трябвало да ни даде (8) и (9) за $n = 2$; (12) е като (9), а (11) се получава от (8) чрез елиминиране на λ. Функциите $x_1(p, m)$, $x_2(p, m)$,..., $x_n(p, m)$, изведени от (8) и (9), се наричат функции на потребителското търсене. Те изразяват количествата, които потребителят иска да закупи, като функции на цените на всички стоки и на дохода на потребителя.

9. *Минимизация на разноските и компенсирани фунцкии на търсенето.*

Полезно ще бъде да разгледаме и един алтернативен проблем, с който потребителят може да се сблъска: проблемът за минимализирането на разноските, необходими за достигане на определена крива на безразличието: **(1):** Да се минимализира px, при условие че $U(x) = u$. Ще знаем, че решенията на (1) ще бъдат функциите $x(p, u)$. Тези функции, аналогични на функциите за търсене на суровини от фирмите, се наричат компенсирани функции на търсенето от потребителя. Аналогична на ф-ята на фирмените разходи е ф-ята на разноските на потребителя **(2):** $e(p, u) = px(p, u)$. От теорията за минимализиращата разходите фирма знаем, че компенсираните функции на търсенето са хомогенни от ред 0 относно цените, а ф-ята на разноските е хомогенна от ред 1 относно цените. Както при теорията за минимализиращата разходите фирма $x(p, u)$ са изведени по метода на Лагранж. Като означим множителя на Лагранж с μ получаваме $n+1$ условия от първи ред за решаването на (1). **(3):** $p_i = \mu \partial U/(\partial x_i), i = 1, \dots, n$, **(4):** $u = U(x)$. (фиг.4.4) Тези равенства определят $x_1, x_2, \dots, x_n$ и μ като функции на p и u. В случая на две стоки равенството (4) показва кривата на безразличие, съответстваща на фиксирано ниво на полезност u; нивата на разноските $p_1x_1 + p_2x_2$ са представени чрез серия от успоредни линии, като по-ниските разноски са по-близо до координатното начало. Най-ниското ниво на разноските, отговарящо на нивото на полезност u, съответства на бюджетната линия, която е допирателна към кривата на безразличието. Условието за допирателност се задава чрез равенство (3), тъй като след елиминирането на μ получаваме $p_1/p_2 = U_1/U_2$. И отново намаляващата маргинална норма на заместване е достатъчно условие. Това е абсолютно аналогично на намаляването на фирмените разходи. Да видим какво става с ф-ята $x(p, u)$ и с ф-ята на разноските съответно, ако се промени p_i. Когато p_i се променя, потребителят продължава да минимализира своите разноски, така че x_i и μ се менят, за да удовлетворят (3) и (4). От (2) имаме **(5):** $\frac{\partial e(p,u)}{\partial p_i} = x_i(p, u) + \sum_{j=1}^{n} p_j \frac{\partial x_j(p,u)}{\partial p_i}$. Но (3) предполага, че $p_j = \mu \partial U/\partial x_j$ за всяко j, така че **(6):** $\sum_{j=1}^{n} p_j \frac{\partial x_j(p,u)}{\partial p_i} = \mu \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial U}{\partial x_j} \frac{\partial x_j(p,u)}{\partial p_i}$ и фактът, че $u = U(x)$ показва, че дясната страна на (6) е нула, следователно **(7):** $\frac{\partial e(p,u)}{\partial p_i} = x_i(p, u)$, производната на ф-ята за разноските по отношение на цената на една стока се равнява на търсеното кол. от тази стока. Този резултат е забележителен по следната причина. Ако, вместо да бъдат функции на цените, всички x_i бяха константи, тогава очевидно (7) щеше да е вярно, тъй като $e = \sum_{j=1}^{n} p_j x_j$. Но всяко x_j зависи от цените, включително p_i, така че имаме n на брой влияния на p_i върху e. Доказахме, че сборът на тези странични влияния трябва винаги да бъде равен на нула! Друг забележителен резултат е пряко следствие от (7)→**(8):** $\frac{\partial x_i(p,u)}{\partial p_i} = \frac{\partial x_j(p,u)}{\partial p_i}$. Тъй като изведохме ф-ята на търсенето, съответстваща на ф-ята на полезност $x_1^{\alpha} x_2^{1-\alpha}$, ще бъде от полза да се изведат и компенсираните функции на търсенето. **(9):** $x_1(p_1, p_2, u) = \left(\frac{\alpha p_2}{1-\alpha p_1}\right)^{1-\alpha} u$, **(10):** $x_2(p_1, p_2, u) = \left(\frac{1-\alpha p_1}{1-\alpha p_2}\right)^{1-\alpha} u$ и ф-ята на разноските **(11):** $e(p_1, p_2, u) = \left(\frac{p_2}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha} u$.

10. *Уравнение на Слуцки. Видове стоки.*

Ще разгледаме зависимостите между функциите на търсенето $x(p, m)$ и компенсираните функции на търсенето $x(p, u)$. Ясно е, че ако потребителят решава проблема за минимализиране на разноските с полезност u, а всъщност харчи m, тогава същият пакет от стоки максимализира полезността при бюджет m, като дава стойност и на полезността. (Графично изразено, кривата на безразличието и представлява най-високото ниво на полезност, отнасящо се към бюджетната линия m, а тази бюджетна линия представя най-ниско-то ниво на разноски, отнасящо се към кривата на безразличието.) Следователно $x_i(p, u) = x_i(p, m)$, ако $m = e(p, u)$, т.е. **(1):** $x_i(p, u) = x_i(p, e(p, u))$. Като диференцираме относно p_i, получаваме **(2):** $\frac{\partial x_i(p,u)}{\partial p_i} = \frac{\partial x_i(p,m)}{\partial p_1} + \frac{\partial x_i(p,m)}{\partial m} \frac{\partial e(p,u)}{\partial p_i}$. Като използваме $\frac{\partial e(p,u)}{\partial p_i} = x_i(p, u)$ след заместване получаваме **(3):** $\frac{\partial x_i(p,m)}{\partial p_i} = \frac{\partial x_i(p,m)}{\partial p_1} + x_i \frac{\partial x_i(p,m)}{\partial m}$ (фиг.4.5) Равенство (3) се нарича уравнение на Слуцки: то разделя ценовия ефект върху търсенето (лявата страна) на ефект на заместването (първия член от дясната страна на равенството) и ефект на приходите (втория член). В условия на еластичност уравнението на Слуцки се трансформира в следното **(4):** $\frac{p_i}{x_i} \frac{\partial x_i(p,m)}{\partial p_i} = \frac{p_i}{x_i} \frac{\partial x_i(p,u)}{\partial p_1} + \frac{p_i x_i}{m} \frac{m}{x_i} \frac{\partial x_i(p,m)}{\partial m}$ така че ценовата еластичност на търсенето е еластичността на заместването минус произведението на еластичността на приходите и частта от приходите, изхарчена за стоката. Паричният приход на потребителя е m. Реалният му приход (или жизненият му стандарт) е представен чрез u. Разходите му за живот са e. Покачването на p_i при постоянен паричен приход има два ефекта: то прави стоката i относително по-скъпа в сравнение с другите стоки и намалява реалните приходи на потребителя чрез намаляване на кол.то стоки, които потребителят може да си купи с паричен доход m. Ефектът на заместване е първият ефект: какво би предизвикало едно покачване на p_i върху x_i, ако реалният доход на потребителя е останал непроменен.

Видове стоки: Можем да се позовем на формалната идентичност на теорията за минимализиращата разходите фирма и на теорията за минимализиращия разноските потребител, за да докажем един сравнително-статичен резултат. **(5):** $\frac{\partial x_i(p,u)}{\partial p_i} \leq 0$, т.е. ефектът на заместване е отрицателен или компенсираното търсене на коя да е стока е намаляваща ф-я на цената на тази стока. т.е. ефектът на заместване е отрицателен или компенсираното търсене на коя да е стока е намаляваща ф-я на цената на тази стока. Стока, чието потребление нараства с нарастването на прихода, така че $\partial x_i/\partial m > 0$, се нарича нормална стока; а ако потреблението спада със спадането на приходите, така че $\partial x_i/\partial m < 0$, стоката се нарича непълноценна. Ако $\partial x_i/\partial m > 0$, то $\partial x_i(p, m)/\partial p_i < 0$: нормалната стока има отрицателен ценови ефект, или ф-ята на търсене на нормалната стока е намаляваща ф-я на цената на тази стока. Ако обаче $\partial x_i/\partial m < 0$, то ценовият ефект се разделя на отрицателен ефект на заместването и положителен ефект на приходите, така че той е с неопределен знак. Ако ефектът на приходите превъзхожда ефекта на заместването, търсенето на стоката ще расте с увеличението на цената. Ако са в сила $\partial x_i(p, u)/\partial p_j = \partial x_j(p, u)/\partial p_i > 0$, стоките i и j се наричат заместители, а ако неравенството е в обратната посока, те се наричат допълващи се стоки. Маслото и маргаринът са заместители един за друг, докато маслото и хлябът са допълващи се стоки. Ако $\partial x_i(p, m)/\partial p_j > 0$, стоката i се нарича основен заместител на стоката j, а ако неравенството се обърне, стоката i става основна допълваща на стоката j.

11. *Трудът като стока.*

Нека x е векторът на стоките, консумирани седмично от даден индивид, а L е броят на часовете, които той работи седмично. Тъй като седмицата има общо 168 часа, той не работи 168 – L часа. Това наричаме свободно време и го означаваме с **(42):**N=168-L. Можем да разглеждаме свободното време като друга „стока", която му дава възможност да 'се наслаждава на живота, така че функцията на полезността е **(43):**U=U(x,n).Ако предположим, че потребителят има паричен доход m, получен от източници, различни от работата му, и ако почасовото заплащане е ***w,*** то общият наличен доход за разноски за x е ***wL +*** m, така че неговите бюджетни ограничения са (44):px=wL + m. Следователно (45): px + wN=168w+m.Целта на индивида е да максимализира ,(43) при условие (45). Забележете как (45) показва, че разходът при благоприятна възможност за свободно време е w: потребителят започва седмицата с пари m и 168 часа, всеки от които може да бъде продаден за ги, и всеки час за свободно време, който той си позволява, струва w, точно както всяка единица стока i струва pi.Например когато в x има само една стока бюджетната линия завършва в N= 168, x = m/p, тъй като индивидът не може да работи по-малко от 0 часа и в тази точка той ще изразходи m/p за x. Наклонът на-бюджетната линия е *w/p,* често считан за "реална надница", тъй като тя се измерва в стока (в противовес на парите),която се получава от един допълнителен час труд. Ясно е, че оптималната точка както обикновено е точката на допиране, където $U_N/U_x = w/p.$ В общия случай, максимализирайки (43) при условие (45), получаваме условията на Лагранж от първи ред$\partial U/\partial x_i = \lambda p_i, \quad i = 1, \dots, n,$ (46) $\partial U/\partial N = \lambda w$ и, разбира се, (45). От тези n+2 уравнения относноx, N и λ,получаваме функциите на търсенето на потребителя x(p,w,m) и N(p,w,m),като последната е търсенето на свободно време, а от факта, че L = 168 — N, получаваме функцията На предлагането на труд (46) L=L(p,w,m)=168 – N(p,w,m).Най-интересният момент в тази теория е, че когато свободното време е нормална стока, ефектите на доходите и на заместването действат в *противоположни* посоки, така че ефектът на w върху L(p,w,m) е спорен. (Сравнете с функцията на търсенето x(p,w,m): лесно се потвърждава, както преди, че ефектът на Pi върху Xi е спорен само когато x е непълноценна стока.) Това се получава, понеже *w* се появява и в двете страни на (45), което се вижда на фиг. 4.10, показваща ефекта от нарастването на w. Избраната точка се премества от A в C. Тъй като C лежи на по-висока крива на безразличието от A, то било е осъществено покачване в реалния доход, което може да бъде компенсирано чрез намаляване на паричния доход m, водещо до преместване на бюджетната линия в посока на началото, успоредно на новата бюджетна линия, докато избраната точка B е върху старата крива на безразличие. „Прогресивен" данък общ доход означава по-висока тарифа на данъка, което от своя страна означава по-ниска следданъчна тарифа на надницата, след достигането на дадено ниво. Такива разнообразни тарифи на надницата водят до своеобразни бюджетни линии. Както получихме функциите на пазарното предлагане за дадена стока чрез събиране на функциите на предлагане на различни фирми, по същия начин можем да получим функцията на пазарното търсене на една стока чрез събиране на функциите на търсенето на отделните индивиди. Следователно ако имаме H индивида, означени с индексите ***h*** =1,...,H $x_i^h(p,m^h)$ и с функции на търсенето за стоката i, то търсенето на пазара се дава от $\sum_{h=1}^{H} \mathbf{x}_i^h(p,m^h)$ Ако приемем, че случаят Гифен е изключен, и тъй като търсенето на всеки от индивидите е намаляваща функция на p_i, можем да кажем, че пазарното търсене е намаляваща функция на pi. Възможността един работник да желае да работи по-малко, когато доходите растат, не е някакво изключение, дължащо се на неподходящо подбрано множество от условия, а реална възможност. В такъв случай кривата на предлагането на труд на индивида ще се изгърби обратно за ***w*** > $\boldsymbol{w_0}$. Ясно е, че вследствие на това сумарното предлагане на труд също би могло да се изгърби обратно. В случая на частична заетост обаче наблюдаването на всяка тенденция от този вид би могло поне частично да бъде парирано от факта, че по-високите надници би трябвало да привлекат нови работници към тази заетост.

12. *Ефективност на Парето. Ефективност на конкурентното общество. Преразпределение на доходите.*

Да разгледаме стопанство в което има n стоки, консумирани от индивиди, а трудът е единственият фактор на производството, предлаган от индивидите. Индивидът *h* потребява стоки в количества, зададени от вектора $x^h = (x^h_1, \dots x^h_n)$, и предлага труд L^h, а в цялото стопанство има H индивида. Пълно описание на цялото потребление и предлагане на труд в стопанството се задава посредством вектора $a = (x^1, x^2, \dots, x^H, L^1, L^2, \dots, L^H)$ с дължина (n + 1)H, а такъв вектор се нарича разпределение. Казваме, че разпределението a^* е *ефективно в смисъла на Парето*, когато *не* съществува друго възможно разпределение a° такова, че: (i) всеки индивид *h* предпочита (x^{h0}, L^{h0}) пред (X^{h*}, L^{h*}) или е безразличен в избора си между тях; (ii) съществува индивид к, който предпочита (X^{k0}, L^{k0}) пред (X^{k*}, L^{k*}). С други думи, a^* е ефективно в смисъла на Парето, ако е невъзможно да подобрим състоянието на някого, без да влошим състоянието на другиго.

Ефективност на конкурентното общество: Ефективност на конкурентното общо равновесие: Равновесието на отделен пазар (или на малък брой тясно свързани пазари) възниква, когато търсенето и предлагането на една стока са еднакви и очакванията на всички страни са изпълнени. *Общото равновесие* съществува, когато *всички* пазари в едно стопанство са в равновесие. Следователно в стопанство, в което има n стоки и работна сила, предполагаме, че при цени $(p, w) = (p_1, p_2, \dots, p_n, w)$ всичките n+1 пазари са в равновесие и нека а е полученото разпределение.Пресечната точка на низходящата крива на търсенето и на възходящата крива на предлагането определя равновесието, и даже ако при положителна цена и количество такава пресечна точка не съществува, можем все пак да определим какво ще бъде равновесието.Нека да *предположим*, че стопанството по някакъв начин е достигнало до равновесните вектори на цените и до равновесното разпределение. Да допуснем, че а неефективно в смисъла на Парето, така че съществува разпределение a^0, което поставя един индивид в по-изгодно положение и не поставя нито един в неизгодно. Понеже а е избрано от индивидите в ситуация, в която индивидът *h*е изправен пред бюджетното ограничение (2): $px^h = wL^h + m^h$, където m^h е нетрудов паричен доход, то оттук ще следва, че за всички h, (3): $px^{h0} - wL^{h0} \geq px^h - wL^h$, докато за индивида *к,* който стриктно се придържа към своята част от разпределението a^0, (4): $px^{k0} - wL^{k0} > px^k - wL^k$, тъй като един рационален индивид би избрал вектора, който го поставя в по-добра позиция, ако не е по-скъп, и би избрал по-евтиния от векторите, в предпочитанията си към които е безразличен. Събирането на тези неравенства ни дава (5): $px^0 - wL^0 > px - wL$, където $x=\sum_{h=1}^{H} \boldsymbol{x}^h$ е съвкупният вектор на потреблението при разпределение а, $L = \sum_{h=1}^{H} \boldsymbol{L}^h$ и т.н. Дясната страна на (5) представлява разноските за стоки от потребителите без техния трудов доход в конкурентното равновесие и според (2) тя трябва да е равна на сумата от нетрудовите доходи m^h на потребителите. Грубо казано, това доказателство установява, че ако би било възможно един индивид да придобива ползи без същевременно да нанася вреди на други, то дадена фирма би могла да увеличава печалбите си посредством подходящо разместване между индивидите. Съществен момент в доказателството, че конкурентното общо равновесие е ефективно в смисъла на Парето, е предположението, че всички индивиди и фирми (накратко казано всички агенти) срещат едни и същи цени. Ако различни агенти срещат различни цени за една и съща стока, едно неефективно разпределение на ресурсите би дало резултат.

Преразпределение на доходите: Моделът на общото равновесие, представен в предишния раздел, се отнася до задачата (v) за разглеждане на всички пазари която бе поставена още в първия раздел. Задачата (iv) се появява обаче отново в леко изменена форма. Фактът, че едно равновесие е ефективно в смисъла на Парето, така че никой да не може да бъде поставен в по- добра позиция, без да навреди на друг, не изключва възможността за съществуването на екстремално неравенство между индивидите. Да разгледаме например стопанство, в което има индивиди, които не са наследили никаква собственост, нямат дялово участие във фирми и са способни да предложат много малко труд. В конкурентното равновесие такива индивиди са много бедни, защото могат да предложат много малко на конкурентния пазар, докато тези, които са в по-изгодна позиция, имат възможност да водят извънредно охолен живот. Фактът, че равновесието е ефективно в смисъла на Парето проето-ни показва, че състоянието на бедните може да се подобри само за сметка на богатите. Накратко, пазарът води до ефективно *разпределение на ресурсите*, но може да доведе и до *разпределение на доходите*, което да се възприема от някои като неравностойно.

13. *Потребителският излишък и въздействието на данъците*

Да разгледаме кривата на търсенето x(p), изобразена на фиг. 5.4. Удобно е да си представяме, че тя изразява цената като функция на количеството: ***p = p(x).*** Тази ***обратна функция на търсенето*** измерва маргиналното желание на потребителя да плати за стоката: ***p(x)*** е цената за единица стока, която някой потребител би заплатил за малко повече от стоката, когато ***x*** единици са били вече изконсумирани. Така общата полза, която потребителите са извлекли от потребяването на x_1 единици от стоката е (10) $B(x_1) = \int_0^{x_1} p(x)dx$, която има свойството, че ***B'(x) = p(x) -*** цената измерва ползата за потребителите от допълнително потребление на стоката, както и очевидното свойство, че ***B(0)*** = 0. Това е представено графично като цялото лице под кривата на търсенето между 0 и x_1, т.е. сумата от лицата, обозначени с A, B и D на фиг. 5.4. Количеството обаче е x_1, ако цената е p_1, така че разноските на потребителите x_1p_1, са представени на диаграмата от общото лице на ***B*** и ***D.*** Общата полза за потребителите надвишава разноските с лицето ***A,*** наречено ***потребителски излишък,*** и се измерва математически посредством (11)$CS(x_1) = \int_0^{x_1} p(x)dx - p_1x_1 = \int_0^{x_1} (p(x) - p_1)dx$.Ако цените сега паднат на p_2, потребителският излишък ще бъде сумата от лицата, означени с А, В и С. Нарастването на потребителския излишък се разделя на две части: лицето ***B*** представлява нарастването на потребителски излишък вследствие намаляването на цените на стоките, които вече са били консумирани при цена p_1, докато С е потребителският излишък, свързан с новото потребление наx_2 — x_1. Да предположим, че един типичен потребител трябва да плати цени р за n стоки и прави избори за максимализиране на полезността, в резултат от които постига равнище на полезност *u.* Знаем, че функцията на разходите му е *e(p,u)*, а функциите на компенсираното търсене *x(p,u)* притежават свойството (12) $x_i(p,u) = \frac{\delta e(p,u)}{\delta p_i}$. Да предположим, че p_i намалее от p_{i1} на p_{i2}, като всички други цени останат непроменени. Мярка за ползата на потребителя от такава промяна в цените е намаляването на разходите, което ще го остави на същата крива на безразличието, на която се е намирал преди промяната на цените. Според терминологията в предните теми, ние го компенсираме за промяната в цените и *компенсационната разлика* в неговия паричен доход е $e(p_1,u) - e(p_2,u)$, където векторите на цените p_1 и p_2 се различават само по тяхната і-та компонента и където ако $p_{i1} > p_{i2}$, то $e(p_1,u) > e(p_2,u)$. Използвайки (12), получаваме (13) $e(p_1,u) - e(p_2,u) = \int_{p_{i2}}^{p_{i1}} \frac{\delta e(p,u)}{\delta p_i} dp_i = \int_{p_{i2}}^{p_{i1}} x_i(p,u)\, dp_i$. Връщайки се към фиг. 5.4, виждаме, че ако кривата на търсенето е графиката на компенсираната функция на търсенето на стока і, то лицето *B + C,* което представлява интеграла относно p_i от x_i в граници от p_{i2} до p_{i1}, наистина измерва ползата за потребителя от показаното намаление на цената. Така че мярката на потребителския излишък може да бъде установена строго, при положение че реалният доход остава непроменен по протежение на използваната крива на търсенето. Ефектът от данъка върху оборота на два различни пазара е илюстриран на фиг. 5.5. На пазара (а) предлагането е абсолютно нееластично и неданъчното равновесие е *B.* Данъкът премества кривата на търсенето надолу, така че цената на продавача пада до p_2, докато цената на потребителя остава в p_1. Правителството е повишило приходите си от данъци, измервани с лицето на областта *ABDC,* изцяло за сметка на рентата на предлагащите. Продаденото количество стока остава постоянно. Различно е положението на пазара (б), където преместването на кривата на търсенето сваля цената на предлагащия до p2, докато цената на купувача се повищава до $\pi_2 = p_2 + t$. Количеството намалява от x_1 до x_2, а правителството увеличава приходите си от данъци, измервани с повърхнината ABDE. , Повишаването на цената на потребителя обаче намалява потребителския излишък с лицето на областта ABFE плюс областта BGF. По същия начин от p_1x_1 на p_2x_2 намаляват и приходите на производителя, докато разходите намаляват с лицето на областта под кривата на предлагането между D и G, така че печалбите намаляват с лицето на областта EFDC плюс областта FGD. (Това е обяснено в предна тема) По този начин загубите, които понасят потребител и производител, надвишават приходите, получени от количеството, представяно чрез областта BGD. Това е загубата на потребителския излишък и печалбите, свързани с количеството x_1 — x_2, което не се е продало заради данъците. Премахването на данъка би намалило приходите на правителството, но би подобрило благосъстоянието на потребителя и производителя до такава степен, че те биха могли да платят на правителството загубата от намалелия приход и пак да останат в по-добро положение. Това би могло да се разглежда като подобрение в смисъла на Парето, така че данъкът е причинил неефективност в размер представен от лицето на областта BGD.

14. *Субсидия и мито. Външна среда. Контрол на цените.*

Да предположим, че правителството на някоя страна е решило да се опита да повиши дохода на фермерите в страната, които страдат от конкуренцията на по-евтини вносни стоки. Очевидният начин да се направи това, е просто да се дадат пари на фермерите, но правителството счита това за трудно от политическа гледна точка; поради това да допуснем, че то трябва да избира между *субсидиране* на селскостопанската продукция и *данък върху вноса* (наричан често *мито).* Да предположим, че предлагането от чужбина е безкрайно еластично. В такъв случай пазарът е като този, описан на фиг. 5.6, където предлагането от чужбина става при фиксирана цена p_f, *y(p)* е кривата на предлагането на селскостопанска продукция в дадена страна, а *x(p)* е кривата на търсенето от местните потребители. При липса на намеса от страна на правителството, пазарната цена трябва да е p_t. При тази цена местното производство е y_1, а потреблението е x_1, така че вносът е x_1—y_1. Да предположим, че фермерите са получили субсидия *s* за всяка произведена единица продукция. Пазарната цена ще остане p_f, но фермерите получават $p_f + s$, така че количеството, което те предлагат, нараства до y_2, а вносът спада до x_1 — y_2, като правителството изплаща субсидия sy_2, представена на диаграмата от лицето *ABFD.* Печалбите на производителите нарастват с *ABED,* така че поради приходите, предоставени от правителството, количеството, измервано с площта *BEF* е загубено, което е действителната загуба от субсидирането. От друга страна, ако вместо това вносителите трябва да плащат мито *t* за всяка внесена единица, пазарната цена ще нарастне на $p_f + t$, така че местното производство също ще нарастне на y_2 (ако *t* = s), местното потребление ще спадне на x_2, вносът ще спадне на $x_2 - y_2$ и правителството ще получи $t(x_2 - y_2)$ приход от митата, представен от площта *BCFG.* Отново печалбите на производителите се повишават с *ABED,* но сега има загуба на потребителски излишък в размер на лицето *ACHD.* Ако от тази загуба извадим приходите на правителството и на производителите, ще получим нетна загуба, представена от двете лица *BEF* и *CGH,* която е ефективната загуба от митото. Отново е лесно да се определи източникът на тези загуби. Стоките могат да бъдат закупени от чужденците на цена p_f, така че *BEF* представлява допълнителния разход за произвеждането на y_2 — y_1 у дома, вместо да се внася, докато *CGH* представлява загубата от потребителския излишък на тези потребители, които са склонни да заплатят поне p_f, за да си купят x_1 — x_2 от чужденци, но не могат да го направят поради митото. Виждаме, че митото е по-неефективен метод за преразпределение на доходите на фермерите, отколкото субсидията, защото той предизвиква допълнителната загуба *CGH,* която не съществува при субсидията. От друга страна, митото спестява на правителството разхода за субсидия *ABFD* и повишава прихода *BCGF,* така че чрез заменянето на субсидията с мито правителството печели *ACGD* за сметка на потребителите. Последното, на което трябва да обърнете внимание, е, че политическото тълкуване на вносните мита често включва в себе си твърдението, че това са данъци спрямо чужденци за облагодетелстването на местните производители. Този пример показва, че това не е вярно: митото е данък върху местните потребители, от който се облагодетелстват производителите (и се повишават правителствените приходи).

5.6 Външна среда:Сега нека да разгледаме случая на промишленост, която с процеса на производството си замърсява околната среда. Тези, които са засегнати от замърсяването, трябва да поемат разходите за облекчаване на въздействието му. Ситуацията е отразена на фиг. 5.7. Кривата на предлагането в този случай не измерва маргиналния разход. Производителите трябва да заплатят разходите за началните стоки и тези разходи определят предлагането; но производителите не трябва да вземат под внимание разходите, наложени на други за замърсяване. Тези разходи означават, че истинската крива на маргиналния разход се намира над кривата на предлагането. (Един начин за изразяване на това е да се каже, че кривата на предлагането показва маргиналния частен производствен разход, докато действителната крива на маргиналния разход показва маргиналния социален производствен разход.) Пазарното равновесие е в точка G, където цената е p_1, а произведената продукция е q_1. Това равновесие не е ефективно. Да разгледаме ефекта от данък върху продажбите, който е ограничил произведената продукция до q_2, повишавайки цената на потребителя на π_2 и намалявайки цената на производителя на p_2. От анализ на ефекта на данъка върху оборота знаем, че сборът от загубата на потребителския излишък, загубата на печалба от производителя и печалбата на правителствени приходи е равен на нетната загуба, зададена от площта BGD. Но сега има и допълнителен фактор: разликата между кривата на предлагането и действителната крива на маргиналния разход е маргиналният разход за замърсяването, така че намалението от разходите за замърсяването, което е приход за страдащите от него, е зададено от площта BHGD. По този начин се получава и нетен приход за обществото от намаляването на производството, представен от площта BUG. Оригиналното равновесие е неефективно. Логиката би трябвало да е ясна: потребителите, на които са предложени последните q_1 — q_2 единици от произведена продукция, не желаят да заплатят действителния маргинален производствен разход, така че площта между кривата на маргиналния разход и кривата на търсенето измерва загубата от това, че стоките са били доставени на потребителите. Равновесието в B е предпочитано пред равновесието в G от всички индивиди, само ако тези, които губят от промяната, бъдат компенсирани от тези, които придобиват. Потребителите и производителите на стоки губят, правителството и потърпевшите от замърсяване печелят. Печелещите могат да си позволят да заплатят достатъчно пари на губещите, за да ги компенсират за тяхната загуба и все пак да останат с приходи. Ако компенсацията в действителност не бъде изплатена, имаме подобрение на ефективността, както и промяна в разпределението на доходите чрез корекция на условията на външната среда посредством налагането на данък. Същата аргументация е в сила за случаите, в които външната среда е изгодна, т.е. когато социалните разходи са по-ниски от частните. В такъв случай, както лесно можете да проверите, е необходима субсидия, за да се подобри външната среда. Има много случаи в производството и потреблението, в които съществува външна среда: при задръстване на уличното движение всяка новодошла кола причинява загуби на останалите, като ги забавя; красивата градина доставя удоволствие както на собственика си, така и на минувачите и т.н. Във всеки от тези случаи ефективността изисква социалните разходи и ползи да бъдат балансирани в маргинални стойности (пазарът ги балансира).

5.8 Контрол на цените: Нека да предположим, че е поставена законова граница на цената на дадена стока. Очевидно, ако равновесната цена е под границата, ефект няма, така че можем да фокусираме вниманието си върху случая, в който максималната цена е под равновесната цена. Това е показано на фиг. 5.8. Равновесната цена е р, но цената е фиксирана на p_{max}. При тази цена потребителите искат да купят q_2, но производителите могат да продадат само q_1, така че има свръхтърсене в размер на q_2-q_1. Тъй като не може да бъде напълно задоволено потребителското търсене, ще се появи недостиг на стоката. Не можем да продължим обаче с анализа на контрола на цените, без да се спрем на механизма, чрез който стоките всъщност се разпределят между различните потребители. Има различни възможности: правителството може да продаде купони; правителството може да издаде купони и да позволи тяхната препродажба; правителството може да издаде купони и да забрани препродажбата им; стоките могат да бъдат разпределяни чрез редене на опашка, с право да бъдат препродавани; стоките могат да бъдат разпределяни чрез редене на опашка, без право да бъдат препродавани. (виж края на темата ако искаш да пишеш по-подробно за тези неща) Какъв е изводът, който можем да направим от всичко това, за контрола на цените на конкурентен пазар? Очевидният аргумент в полза на таван на цените е, че от него печели потребителят. Обаче видяхме, че ако има недостиг на стоки, контролът на цените не е еднакво изгоден за всички потребители. Понякога се твърди, че когато потребителите трябва да чакат на опашка за стоки, ще става по-честно разпределяне на ресурсите, защото бедните хора, които са нямали достатъчно пари да си купят стоките, когато те са били разпределяни само по ценовия принцип, ще имат по-голям шанс да си купят от стоката, защото времето е по-справедливо разпределено от парите. Наистина, бедните хора, за които времето има по-ниска стойност, могат да си позволят да се редят на опашки повече от богатите хора. Проблемът с този аргумент е, че се убедихме, че има начин за такова разпределение на купони, което прави възможно всеки да е в по-добро положение, отколкото при редeнето на опашка, защото опашките губят ценно време на всички. Така че, ако искаме да помогнем на бедните, може би трябва да им дадем повече купони, отколкото на богатите? По-горе обаче показахме, че е по-добре за всеки, ако купоните могат да бъдат препредавани, така че препродажбата трябва да бъде позволена. Когато цената е контролирана, свръхтърсенето също е контролирано чрез отпечатването на препродаваеми купони, и тогава ефектът е същият както при данъчното облагане с тази разлика, че правителството раздава приходите от данъци под формата на стойностни купони. Сигурно е, че ако правителството действително иска да направи нещо за подобряване на неравностойната позиция на бедните на пазара, ще обложи с данък потреблението на стоката и ще разпредели прихода от този данък, раздавайки го на бедните в брой.

15. *Монополистична фирма. Ценова дискриминация.*

Най-простия случай, когато една фирма не приема цените за даденост, а ги определя, е случая на **монопол**, когато предлагането на пазара се осъществява от една-единствена фирма. Задачата за максимализиране на печалбата за такава фирма е следната: (1) да се максимализира $p(y)y - c(y)$ по y, като условието от първи ред е (2) $p(y)+p'(y)y-c'(y) = 0$, докато условието от втори ред е (3) $2p'(y)+p''(y)y-c''(y)<0$. Следователно необходимото условие е маргиналният разход $c'(y)$ да бъде равен не на цената, а на маргиналния приход (MR), който се дефинира посредством (4) $MR = R'(y) =p(y)+p'(y)y$, като приходът на фирмата е (5) $R(y)=p(y)y$. Маргиналният приход има следната интерпретация, когато конкурентна фирма продаде една допълнителна единица от своята продукция, тя получава p, но един монопол трябва да намали цената си, за да продаде повече, така че ако дадена стока бъде продадена на една цена, то приходът е това, което се получава от допълнителна единица, а именно $p(y)$, минус това, което се губи чрез намаляването на цената, на която съществуващата продукция се продава, а именно $p'(y)y$. Отбележете, че последното може да бъде обединено във вида (6) $MR=p(1+\frac{y}{p}\frac{dp}{dy})=p(1+\frac{1}{e_{xp}})$, където e_{xp} е ценовата еластичност на търсенето на стоката, докато обратната функция на търсенето $p(y)$ се получава чрез обръщането на функцията на търсенето $x(p)$ и полагането $x = y$. Следователно MR е положително само когато $e_{xp} < -1$, т.е. $|e_{xp}| > 1$. От (4) виждаме, че когато $y=0$, MR и $p(0)$ са равни, но в противен случай $MR < p(y)$. Фиг. 6.1 представя графично максимализиращ печалбата монополист. Печалбите се максимализират в y_1, където $MC = MR$, като MC пресича MR отдолу, така че условието от втори ред (което може да се запише във вида $d(MR-MC)/dy < 0$) е удовлетворено. Стойността на печалбите е $p(y_1)y_1-c(y_1)=(p_1-AC_1)y_1$. Да предположим, че сравняваме две промишлености с идентични функции на търсенето и на маргиналния разход, като едната е конкурентна, а другата се състои от една-единствена монополистична фирма. При конкурентната промишленост кривата на предлагането съвпада с кривата на маргиналния разход, която от своя страна е сумата от кривите на маргиналния разход (предлагането) на фирмите. Крайната продукция е подбрана така, че цената да бъде равна на маргиналния разход. За разлика от тях ценообразуващият монополист избира такава комбинация между цена и крайна продукция, която прави маргиналния приход равен на маргиналния разход. От фиг. 6.1 става ясно, че произведената продукция при монопола е по-малко. Чрез ограничаване на производството монополът може да повиши цените, а следователно и печалбата си. В една конкурентна промишленост би важало същото, но никоя фирма не би имала стимул да намали количеството на произведената си продукция, тъй като действията на една фирма не биха повлияли на цената — ето защо се произвежда по-голямо количество. Една монополистична фирма може да има толкова малко влияние на всеки от пазарите, на които купува началните си стоки, че практически да се превърне във фирма, която приема цените на тези пазари такива, каквито са. Теорията за минимализиране на разходите се прилага без изменения, така че функцията на разходите, означена по-горе със $c(y)$, е всъщност $c(w, y)$, където w е векторът на цените на началните стоки. Лесно може да се покаже, че ако този монопол има производствена функция $y = F(z)$, то той ще ангажира начални стоки в количества, които удовлетворяват(7)$MR\frac{\delta F}{\delta z_i}=w_i, i=1,\cdots,n$ Логиката трябва да е ясна: маргиналният разход на една начална стока е равен на маргиналната полза, като цената на началната стока е равна на маргиналния разход, а ползата е повишаването на прихода, получено от допълнителна крайна продукция. Лявата страна на (7) се нарича маргинален приходен продукт на началната стока i. Една голяма фирма може обаче да бъде толкова влиятелна на пазарите, от които купува началните си стоки, че цените им да зависят от количествата, които тя купува, така че $w_i = w_i(z_i)$ при $w_i'(z_i) > 0$. За такава фирма минимализирането на разходите и максимализирането на печалбите са различни от тези на фирма, работеща в условията на конкуренция. Равенство (2) описва оптималния избор на крайна продукция и не е трудно да се покажете, че оптималният избор на начални стоки се описва чрез равенствата (8) $(p(y) + p'(y)y)\frac{\delta F}{\delta z_i}=w_i(z_i) + w_i'(z_i)z_i, i=1,\cdots,n$, което алтернативно може да се представи като (8а) $p(1+\frac{1}{e_{xp}})\frac{\delta F}{\delta z_i}=w_i(1+\frac{1}{e_{zi}})$, $i = 1, ..., n$, или като (8б) $MR\frac{\delta F}{\delta z_i}=MC, i=1,\cdots,n$, където $e_{zi} = w_i/(w'_i(z_i)z_i) = (w_i/z_i)(dz_i/dw_i)$ е еластичността на предлагането на началната стока i на фирмата, а MC_i означава „маргиналния разход за началната стока i". Ако $w_i'(z_i) > 0$, MC_i е по-голямо от w_i по същата причина, поради която MR е по-малко от p: разходът за закупуване на допълнителна единица от началната стока i е цената, която трябва да бъде платена, плюс повишаването на цената, платена за съществуващите единици начална стока i, необходима за привличането на допълнителна единица, ако за всички тях се заплаща същата цена. Фирма, която по такъв начин диктува цените на пазара на начални стоки, се нарича монопсон или монопсонист.

Ценова дискриминация: Интерпретацията на маргиналния приход, показва защо монополът не предлага стоки до степен, в която цената става равна на маргиналния разход: за да спечели допълнителни клиенти, монополът трябва да намали цената, предлагана на досегашните клиенти. Ако фирмата може да изисква различни цени от различните си клиенти, този аргумент няма повече да бъде в сила. Необходимо условие за такава ценова дискриминация е продуктът да не може да се препродава. Абсолютна дискриминация има тогава, когато от всеки потребител се изисква да плати различна цена за всяка част от цялото количество на потребената от него стока. Очевидно цената, поискана от фирма, която цели да максимализира печалбата си, е максималната цена, която който и да е потребител би желал да плати. Общият приход ще е: (12) $R(y)=\int_0^y p(x)\,dx$. Печалбите са (13) $\pi(y)=\int_0^y p(x)dx-c(y)$ и необходимото условие за макс на печалбата е $p(y)–c`(y) = 0$. Абсолютната ценова дискриминация повишава ефективното количество на произведената продукция. Това увеличение на ефективността е съпроводено от преразпределение на дохода в сравнение с недискриминираща монопол: потребителите не получават потребителски излишък, понеже той целият се превръща в приход за монопола. Когато сравним абсолютната ценова дискриминация с конкуренцията, не намираме разлика в ефективността, понеже произведената продукция и в двата случая е еднаква по размери, но дискриминацията предполага преразпределение на потребителския излишък в полза на монопола. Практически е невъзможно някоя фирма да има толкова съвършена информация за пазара, та да дискриминира абсолютно. Ето защо в действителност могат да бъдат определени само няколко различни цени. Това се нарича несъвършена ценова дискриминация. Да предположим, че пазарът може да бъде разделен на две части със съответни обратни функции на търсенето $p_1(x_1)$ и $p_2(x_2)$. Тогава печалбите на фирмата са функция на x_1 и x_2 (15) $\pi(x_1,x_2)=p_1(x_1)x_1+p_2(x_2)x_2-c(x_1+x_2)$, тъй като крайният продукт е x_1+x_2. Имаме две необходими условия за максимализиране на печалбата. (16) $p_i(x_i)+p_i'(x_i)x_i-c'(x_1+x_2), i=1,2$, т.е. (17) $c'(y)=MR_i=p_i(1+\frac{1}{e_i}), i=1,2$, където MR_i, е средният приход на пазар i, а e_i е еластичността на търсенето. Следователно, ако $|e_i| > |e_2|$, $p_1<p_2$ дискриминиращият монополист взема по-висока цена на пазар, на който търсенето е по-малко еластично. Повечето форми на ценова дискриминация обаче се отнасят до съвсем различна услуга, която се предлага на потребителите за разделяне на пазара. Може да оставим разхода да зависи както от x_1, така и от x_2, вместо от сумата им, така че печалбите ще бъдат (18) $\pi(x_1,x_2)=p_1(x_1)x_1+p_2(x_2)x_2-c(x_1,x_2)$ с условия от първи ред (19) $\frac{\delta c}{\delta x_i}=p_i(x_i)+p_i'(x_i)x_i, i=1,2$, т.е. (20) $MC_i=MR_i=p_i(1+\frac{1}{e_i}), i=1,2$. Следователно, макар че маргиналният разход на предлагането на отделни пазари може да е различен , това няма да е пълното обяснение на разликата в цените: различието между цената и маргиналния разход ще бъде по-голямо на пазара с по-малката еластичност. Несъвършената ценова дискриминация изглежда като нещо средно между не дискриминацията и съвършената дискриминация. Тъй като ценовата дискриминация позволява наличието на различни цени на един и същ пазар, едната от тях ще бъде намалена, а другата увеличена от недискриминационната цена. Следователно на даден пазар, на който някои потребители са били изключени от потреблението, макар че са били готови да платят повече от маргиналния разход, сега им е разрешено да потребяват; но на другия пазар потреблението е намаляло и следователно е увеличена неефективността.За разлика от случая на съвършената дискриминация, където цялата неефективност е елиминирана, тук трябва да се очаква повишаване на ефективността.

16. *Олигополия и теория на игрите*

В определен смисъл монополистичната и съвършено конкурентната фирма са в противоположни крайности: едната има за себе си целия пазар, другата среща конкуренция отстрана на толкова много други фирми, че цената, на която продава, е извън нейния контрол. Двата вида фирми имат нещо общо: те правят своите планове, без да се безпокоят за реакциите на своите конкуренти: монополистът — понеже няма конкуренти, а конкурентната фирма — понеже нейните действия сами по себе си имат незначително въздействие върху пазара като цяло. Всъщност малко фирми са истински монополисти и малко промишлености се състоят от действително конкурентни фирми, така че би трябвало да разглеждаме възможности, които са нещо средно между конкуренция и монопол. Такива средни възможности сумарно са известни като **несъвършена конкуренция**. При почти всички такива междинни случаи дадена фирма трябва да държи ясна сметка за реакциите на своите съперници. Изучаването на това как действат икономическите агенти в ситуации, при които техните действия могат да повлияят на реакциите на други агенти, е предмет на *теория на игрите.* Промишленост, в която има малък брой фирми, се нарича **олигополия**. Най–простото множество от условия, които трябва да бъдат наложени, е: (i) фирмите да не заговорничат; (ii) всяка фирма да се опитва да максимализира печалбите си при условие, че крайната продукция на останалите фирми е постоянна. Да предположим, че кривата на пазарното търсене на един продукт е линейна: (21) $p = a - bx$, и съществуват n фирми, всяка от които има линейна функция на разходите (22) $c_f = cy_f$, $f = 1, ..., n$, където *a, b* и *c* са константи. Потребеното количество x е равно на сумата от крайните продукти на фирмите: (23) $x=\sum_{f=1}^n y_f$. Да разгледаме типична фирма, чиито печалби са (24)$\pi_f(y_f,x)=(a-bx)y_f-cy_f$. Фирмата се стреми да максимализира този израз относно y_f при условие, че крайните продукти на всички останали фирми са фиксирани, така че от (23) следва $dx/dy_f = 1$. Следователно получаваме условието от първи ред (25) $a–c– bx–by_f=0$. Сега, тъй като (25) е удовлетворено за всяко f, като сумираме по всички f и приложим (23), ще получим (26) $n(a–c–bx)–bx=0$, така че (27) $x=\frac{n}{n+1}\frac{a-c}{b}$ и (28) $y_f=\frac{1}{n+1}\frac{a-c}{b}$.Тази аргументация е приложима за произволно n. При n=1 имаме случая на монопола $x=(a–c)/2b$. С нарастването на n крайният продукт на всяка от фирмите намалява, но общото предлагане нараства, а когато n клони към безкрайност, общият краен продукт клони към $(a–c)/b$, конкурентната крайна продукция, която би била произведена ако фирмите биха приемали цените за даденост. Равновесието, описано посредством (27) и (28), беше получено при условие, че всички фирми са идентични и всяка фирма действа като че ли крайните продукти на другите фирми са дадени. Това условие дължим на живелия през 19 век френски икономист Курно, а равновесието, което получихме, се нарича *равновесие на Курно.* При равновесието на Курно никоя от фирмите няма стимул да промени своята крайна продукция, като напусне равновесната стойност, докато всички други фирми са в процес на избиране на техните равновесни крайни продукции. По–нататъшното разглеждане на този пример има за цел да насочи вниманието ни към случая n = 2. Олигополия с две фирми се нарича *дуополия.* Равенството (25) за фирма 1 придобива вида (29) $a–c–by_2–2by_1=0$, така че (30) $y_1=\frac{a-c-by_2}{2b}$. По подобен начин фирма 2 ще избере y_2, така че да е удовлетворено (31) $y_2=\frac{a-c-by_1}{2b}$. Тези функции, представящи y_1 като функция на y_2 и y_2 като функция на y_1, се наричат **функции на реакцията** и са изобразени графично на фиг. 6.3 като криви на реакцията. Равновесието на Курно е при $y1 = y2 = (a – c)/3b$ и е показано на фигурата в точка C, където се пресичат двете криви. Но дали равновесието е стабилно. Да предположим, че започваме в $y_2 = 0$, така че фирма 1 е монополист и избира монополното ниво $(a – c)/2b$ на крайната продукция. Пазарът е в точка P_1. Фирма 2 ще реагира посредством увеличаването на y_2, така че ще се преместим в P_2. При такава стойност на y_2 фирма 1 ще пожелае да намали крайната си продукция, така че ще отидем в P_3 и така нататък докато бъде достигната равно весната точка C на дуополията. Лесно е да се види, че пазарът ще клони към C каквато и да е началната точка, ако на всяка стъпва една фирма вярва, че трайната продукция на останалите е фиксирана. Тези допускания се оказва, че системно са невярни и икономистите не биха разчитали на тях. Различно е положението в действителното равновесие: убеждението на първата фирма, че y_2 е фиксирано на ниво $(a – c)/3b$ (така че оптималната стойност на y_1 е $(a – c)/3b$) е основателно, понеже y_2 действително взема тази стойност (понеже от своя страна фирма 2 има правилното очакване за y_1). Да предположим, че фирма 1 е осведомена, че фирма 2 има функция на реакцията, зададена чрез (31), и фирма 1 максимализира печалбите си при предположение, че е удовлетворено (31) вместо предположението, че y_2 е фиксирано. Следователно целта на фирма 1 е (32) да максимализира $(a – by_1–by_2)y_1–cy_1$, по y_1 и y_2 при условие че $y_2= (a – c – by_1)/2b$, което може да бъде представено във вида (33) да се максимализира $\frac{1}{2}(a-c)y_1-\frac{1}{2}by_1^2$, чието решение е (34) $y_1 = (a–c)/2b$, така че (35) $y_2 = (a–c)/4b$. Това е **равновесието на Стакелберг,** при което фирма 1 е водач, а фирма 2 догонващ**.** То е показано като точка S_1 на фиг. 6.4. За да бъде разбрана разликата между двете равновесия, може би ще бъде полезно да погледнем контурите на функцията на печалбите на фирма 1. Тези контури са кривите линии на диаграмата, при които печалбите стават толкова по–малки, колкото повече контурите се отдалечават от монополистичната точка $y_1 = (a–c)/2b$, $y_2 = 0$. Контурите са вертикални когато пресичат линията $y_1(y_2)$, понеже тази линия е дефинирана чрез максимализиране на печалбите при дадено y_2. Водачът на Стакелберг избира точката върху линията $y_2(y_1)$, която е на най–високия контур, откъдето следва и изборът на S_1. Ясно е, че има симетрично равновесие на Стакелберг в S_2 с водач фирма 2 и догонващ фирма 1. Това води до явното затруднение, че при равновесието на Стакелберг трябва да съществува необяснена асиметрия на сложността. Ако и двете фирми се опитват да бъдат водачи, всяка от тях ще открие, че тяхната хипотеза, че другата фирма ще остане пасивна върху своята крива на реакцията, е неверна, така че няма да има равновесие докато и двете се стремят да водят. Оставайки в примера с дуополията, нека да допуснем възможността фирмите да **се договарят**. Ако фирмите си взаимодействат и максимализират съвместните си печалби, те трябва да изберат нивото на общата крайна продукция така, че тя да удовлетворява: (36) да се максимализира $(a - by)y - cy$ *по* y, което има за решение, разбира се, монополното равновесие $y = (a - c)/2b$. След това фирмите ще трябва да решат как да разпределят помежду си продукцията и печалбите, но това, което очевидно трябва да направят, е да се споразумеят да положат (37) $y_1=y_2 = (a–c)/4b$, която точка е означена с M на фиг. 6.3. Във връзва с това кооперативно решение има обаче един сериозен проблем: всяка фирма има стимул да наруши споразумението.