

| вариант | ф. номер | група | поток | курс | специалност |
|----------|----------|-------|-------|------|-------------|
| 1 | | | | | |
| Име: | | | | | |

ВТОРО КОНТРОЛНО ПО ЛИНЕЙНА АЛГЕБРА
спец. ПРИЛОЖНА МАТЕМАТИКА

25.01.2013 г.

Задача 1. Нека V е множеството, състоящо се от всички аритметични прогресии от реални числа $a = (a_1, a_2, a_3, a_4, \dots)$, където $a_{i+1} - a_i = a_{i+2} - a_{i+1}$, $i \geq 1$. Да се докаже, че:

- а) V е линейно пространство над \mathbb{R} , относно операциите събиране на редици и умножение на редици с реално число.
б) Докажете, че редиците $p = (1, 1, 1, 1, \dots)$ и $q = (0, 1, 2, 3, \dots)$ принадлежат на V и са линейно независими.
в) Намерете базис на V и определете размерността му.
г) Докажете, че редиците $v = (v_1, v_2, v_3, v_4, \dots)$ и $u = (u_1, u_2, u_3, u_4, \dots)$, където $v_k = 2k - 1$, $u_k = 2(k - 1)$ образуват базис на V .

Задача 2. В тримерното линейно пространство V с базис e_1, e_2, e_3 е даден линеен оператор φ преобразуващ векторите a_1, a_2, a_3 във векторите b_1, b_2, b_3 .

- а) Да се намери матрицата на оператора φ спрямо стандартния базис e_1, e_2, e_3 на V . Да се намерят координатите на вектора $\varphi(v)$ спрямо същия базис.
б) Да се намерят базиси на ядрото и образа на φ , ако:

$$\begin{aligned} a_1 &= 2e_1 + e_2 + e_3 & b_1 &= 3e_1 + 2e_2 + 3e_3 \\ a_2 &= -e_1 - e_3 & b_2 &= -2e_1 - e_2 - 2e_3 \\ a_3 &= e_1 + 2e_2 & b_3 &= e_1 + 2e_2 + e_3; \end{aligned}$$

$$v = 3e_1 - 2e_2 - 3e_3.$$

| вариант | ф. номер | група | поток | курс | специалност |
|----------|----------|-------|-------|------|-------------|
| 2 | | | | | |
| Име: | | | | | |

ВТОРО КОНТРОЛНО ПО ЛИНЕЙНА АЛГЕБРА
спец. ПРИЛОЖНА МАТЕМАТИКА

25.01.2013 г.

Задача 1. Нека V е множеството, състоящо се от всички аритметични прогресии от реални числа $a = (a_1, a_2, a_3, a_4, \dots)$, където $a_{i+1} - a_i = a_{i+2} - a_{i+1}$, $i \geq 1$. Да се докаже, че:

- а) V е линейно пространство над \mathbb{R} , относно операциите събиране на редици и умножение на редици с реално число.
б) Докажете, че редиците $p = (1, 1, 1, 1, \dots)$ и $q = (0, 1, 2, 3, \dots)$ принадлежат на V и са линейно независими.
в) Намерете базис на V и определете размерността му.
г) Докажете, че редиците $v = (v_1, v_2, v_3, v_4, \dots)$ и $u = (u_1, u_2, u_3, u_4, \dots)$, където $v_k = 2k - 1$, $u_k = 2(k - 1)$ образуват базис на V .

Задача 2. В тримерното линейно пространство V с базис e_1, e_2, e_3 е даден линеен оператор φ преобразуващ векторите a_1, a_2, a_3 във векторите b_1, b_2, b_3 .

- а) Да се намери матрицата на оператора φ спрямо стандартния базис e_1, e_2, e_3 на V . Да се намерят координатите на вектора $\varphi(v)$ спрямо същия базис.
б) Да се намерят базиси на ядрото и образа на φ , ако:

$$\begin{aligned} a_1 &= e_1 + e_2 + e_3 & b_1 &= e_1 + e_2 + e_3 \\ a_2 &= e_2 & b_2 &= e_2 + e_3 \\ a_3 &= e_1 + 2e_3 & b_3 &= e_1 + e_3; \end{aligned}$$

$$v = 2e_1 + 3e_2 - e_3.$$

| вариант | ф. номер | група | поток | курс | специалност |
|----------|----------|-------|-------|------|-------------|
| 3 | | | | | |
| Име: | | | | | |

ВТОРО КОНТРОЛНО ПО ЛИНЕЙНА АЛГЕБРА
 спец. ПРИЛОЖНА МАТЕМАТИКА
 25.01.2013 г.

Задача 1. Нека V е множеството, състоящо се от всички аритметични прогресии от реални числа $a = (a_1, a_2, a_3, a_4, \dots)$, където $a_{i+1} - a_i = a_{i+2} - a_{i+1}$, $i \geq 1$. Да се докаже, че:

- а) V е линейно пространство над \mathbb{R} , относно операциите събиране на редици и умножение на редици с реално число.
 б) Докажете, че редиците $p = (1, 1, 1, 1, \dots)$ и $q = (0, 1, 2, 3, \dots)$ принадлежат на V и са линейно независими.
 в) Намерете базис на V и определете размерността му.
 г) Докажете, че редиците $v = (v_1, v_2, v_3, v_4, \dots)$ и $u = (u_1, u_2, u_3, u_4, \dots)$, където $v_k = 2k - 1$, $u_k = 2(k - 1)$ образуват базис на V .

Задача 2. В тримерното линейно пространство V с базис e_1, e_2, e_3 е даден линеен оператор φ преобразуващ векторите a_1, a_2, a_3 във векторите b_1, b_2, b_3 .

- а) Да се намери матрицата на оператора φ спрямо стандартния базис e_1, e_2, e_3 на V . Да се намерят координатите на вектора $\varphi(v)$ спрямо същия базис.
 б) Да се намерят базиси на ядрото и образа на φ , ако:

$$\begin{aligned} a_1 &= 2e_1 + e_2 + e_3 & b_1 &= 3e_1 + 2e_2 + 3e_3 \\ a_2 &= -e_1 - e_3 & b_2 &= -2e_1 - e_2 - 2e_3 \\ a_3 &= e_1 + 2e_2 & b_3 &= e_1 + 2e_2 + e_3. \end{aligned}$$

$$v = 3e_1 - 2e_2 - 3e_3.$$

| вариант | ф. номер | група | поток | курс | специалност |
|----------|----------|-------|-------|------|-------------|
| 4 | | | | | |
| Име: | | | | | |

ВТОРО КОНТРОЛНО ПО ЛИНЕЙНА АЛГЕБРА
 спец. ПРИЛОЖНА МАТЕМАТИКА
 25.01.2013 г.

Задача 1. Нека V е множеството, състоящо се от всички аритметични прогресии от реални числа $a = (a_1, a_2, a_3, a_4, \dots)$, където $a_{i+1} - a_i = a_{i+2} - a_{i+1}$, $i \geq 1$. Да се докаже, че:

- а) V е линейно пространство над \mathbb{R} , относно операциите събиране на редици и умножение на редици с реално число.
 б) Докажете, че редиците $p = (1, 1, 1, 1, \dots)$ и $q = (0, 1, 2, 3, \dots)$ принадлежат на V и са линейно независими.
 в) Намерете базис на V и определете размерността му.
 г) Докажете, че редиците $v = (v_1, v_2, v_3, v_4, \dots)$ и $u = (u_1, u_2, u_3, u_4, \dots)$, където $v_k = 2k - 1$, $u_k = 2(k - 1)$ образуват базис на V .

Задача 2. В тримерното линейно пространство V с базис e_1, e_2, e_3 е даден линеен оператор φ преобразуващ векторите a_1, a_2, a_3 във векторите b_1, b_2, b_3 .

- а) Да се намери матрицата на оператора φ спрямо стандартния базис e_1, e_2, e_3 на V . Да се намерят координатите на вектора $\varphi(v)$ спрямо същия базис.
 б) Да се намерят базиси на ядрото и образа на φ , ако:

$$\begin{aligned} a_1 &= e_1 + e_2 + e_3 & b_1 &= e_1 + e_2 + e_3 \\ a_2 &= e_2 & b_2 &= e_2 + e_3 \\ a_3 &= e_1 + 2e_3 & b_3 &= e_1 + e_3; \end{aligned}$$

$$v = 2e_1 + 3e_2 - e_3.$$